

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки» по математике
Финальный тур 19.01.2025

Каждая из пяти задач данной олимпиады оценивается, исходя из максимума в 20 баллов. Таким образом, максимальный результат участника может быть 100 баллов.

7 класс

- 7.1.** Коля и Оля бежали по очереди по два круга на стадионе. Коля бежал оба круга со своей максимальной скоростью, затратив 10 минут. Оля бежала первый круг со своей максимальной скоростью, а второй круг – со скоростью, на 20% меньшей, и затратила 15 минут. Найдите отношение максимальных скоростей Коли и Оли.
- 7.2.** Является ли простым число **а)** $3^{2025} + 2$; **б)** $5^{2025} + 8$?
- 7.3.** Петя говорит Вите: "Если ты вырежешь произвольный треугольник, то я разрежу его прямым разрезом на два треугольника, а затем склею из них (по двум сторонам) новый треугольник, не равный исходному". Верно ли Петя считает, что такое построение всегда возможно?
- 7.4.** На доске записано 10 чисел: 1, 2, ..., 10. За одну операцию разрешается стереть с доски любые два числа a, b , а вместо них записать числа $2a^2 + 3b^2$ и $2b^2 + 3a^2$. Может ли получиться так, что в результате нескольких операций на доске будут записаны 10 одинаковых чисел?
- 7.5.** В классе 30 человек. Оказалось, что у любых двух мальчиков различное число друзей в классе и у любых двух девочек различное число друзей среди мальчиков класса. **а)** Докажите, что в классе поровну мальчиков и девочек; **б)** обязательно ли в классе есть мальчик, у которого ровно 8 друзей?