

**Межрегиональная олимпиада школьников «Будущие исследователи – будущее науки»
Математика, финальный тур, 2025-2026 уч.г.**

9 класс

- 9.1.** Дано сто чисел: $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{100}$. Вычислим 98 разностей (через одно число): $a_1 = \sqrt{3} - 1$, $a_2 = \sqrt{4} - \sqrt{2}$, ..., $a_{98} = \sqrt{100} - \sqrt{98}$. Докажите, что $17,5 < a_1 + a_2 + \dots + a_{98} < 17,6$.
- 9.2.** На доске записано несколько целых чисел. Саша заменил каждое число (стерев его) следующим образом: каждое число, делящееся на 3, он сократил в три раза, а остальные числа заменил на утроенные. Могло ли оказаться так, что сумма новых и сумма исходных чисел совпали, если сумма исходных чисел была равна **а) 2026; б) 100**?
- 9.3.** Сколько существует шестизначных натуральных чисел, составленных из нечетных цифр, среди которых **а) ровно одна семёрка и одна девятка? б) есть и семёрка и девятка?**
- 9.4.** Дан треугольник ABC периметра P с острыми углами A и C . Для текущей точки M на стороне AC рассматриваются точки M_1 и M_2 – центры окружностей, описанных около треугольников ABM и CBM . Чему равно наименьшее значение периметра треугольника M_1MM_2 ?
- 9.5.** Докажите, что число $N = 2^{2026} + 1$ имеет не менее **а) двух различных простых делителей; б) трех различных простых делителей.**