ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2022-2023
Физика, II тур

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

11 класс

1. (25 баллов) Тело бросили с начальной скоростью V_0 под углом α к горизонту. Через время τ бросили второе тело так, что оно полетело по той же траектории. Каким будет минимальное расстояние между телами во время их полета? Через какое время расстояние станет минимальным? Ускорение свободного падения равно g.

Ответ. Минимальное расстояние равно $V_0\tau\cos\alpha$ и достигается через время $\frac{\tau}{2}+\frac{V_0\sin\alpha}{g}$.

Решение. Введем оси x (горизонтальную) и y (вертикальную) из точки броска и запишем зависимости координат тел от времени t (отсчитываемого от броска первого тела) в виде

$$x_1 = V_0\cos\alpha\, t, \qquad y_1 = V_0\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2},$$

$$x_2 = V_0\cos\alpha\,(t-\tau), \qquad y_2 = V_0\sin\alpha\,(t-\tau) - \frac{g(t-\tau)^2}{2}.$$

Расстояние между телами R определяется формулой

$$R = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2},$$

где

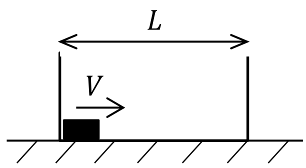
$$x_1-x_2 = V_0\tau\cos\alpha, \qquad y_1-y_2 = V_0\tau\sin\alpha - g\tau\left(t-\frac{\tau}{2}\right).$$

Поскольку разность x_1-x_2 не зависит от времени, то минимальное значение R достигается в момент, когда разность y_1-y_2 обращается в нуль (тела оказываются на одной высоте), т.е. при

$$t = \frac{\tau}{2}+\frac{V_0\sin\alpha}{g}.$$

В этот момент расстояние между телами равно $V_0\tau\cos\alpha$.

2. (25 баллов) На горизонтальном столе лежит коробка длины L и массы m, в которой у одной из стенок находится шайба той же массы. Шайбе сообщают скорость V в направлении противоположной стенки (см. рис.). Считая, что соударения шайбы со стенками упругие, трение между шайбой и коробкой отсутствует, а коэффициент трения между коробкой и столом равен μ, найти пройденные коробкой и шайбой пути. Ускорение свободного падения равно g. Диаметр шайбы мал по сравнению с L.



Ответ. Путь, пройденный коробкой, равен $V^2/(4\mu g)$. Путь, пройденный шайбой, равен $(1+n)L$, где n равно целой части отношения $V^2/(4\mu gL)$.

Решение. Известно, что при абсолютно упругом лобовом соударении тел равной массы происходит обмен тел скоростями (это следует из законов сохранения импульса и механической энергии). В данной задаче после достижения шайбой стенки коробки (правой на рисунке) и удара о нее шайба остановится, а коробка получит скорость V. Двигаясь далее под действием силы трения равнозамедленно, коробка может остановиться, пройдя расстояние, меньшее L. Если же коробка не остановится (трение слишком слабое), то произойдет соударение левой стенки коробки с шайбой. При этом коробка остановится, а шайба приобретет скорость коробки. Пройдя расстояние L, шайба «вернет» ту же скорость коробке, и равнозамедленное движение коробки возобновится. Таким образом, пройденный коробкой полный путь $S_к$ будет таким же, как при ее непрерывном замедленном движении под действием силы трения, равной $2\mu mg$. Чтобы найти этот путь, приравниваем изменение кинетической энергии работе силы трения

$$0-\frac{mV^2}{2} = -2\mu mgS_к.$$

В результате получаем

$$S_к = \frac{V^2}{4\mu g}.$$

При нахождении пути шайбы $S_ш$ учтем, что каждое ее соударение с левой стенкой коробки добавляет к пути величину L. Число таких соударений n равно целой части отношения $S_к/L = V^2/(4\mu g L)$. Добавляя nL к первому перемещению шайбы от левой до правой стенки, получаем

$$S_ш = (1+n)L.$$

3. (25 баллов) На окружности радиуса R размещены на равном расстоянии друг от друга 2023 точечных электрических заряда, из них 2022 заряда $+q$ и один $-q$. Найти напряженность электрического поля в центре окружности.

Ответ. Напряженность электрического поля равна $\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$, где ε_0 – электрическая постоянная.

Решение. Точечный заряд $-q$ можно представить как расположенные в одной точке заряды $+q$ и $-2q$. При этом заряд $+q$ дополнит систему 2022 положительных зарядов до полностью симметричной: все 2023 заряда $+q$ будут находиться на равном расстоянии друг от друга. В силу симметрии (отсутствия выделенного направления) поле этой системы зарядов в центре окружности равно нулю. Таким образом, искомое поле E будет равно полю заряда $-2q$, т.е.

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R^2},$$

где ε_0 – электрическая постоянная.

4. (25 баллов) К вбитому в потолок гвоздю привязали на нитях длиной L два груза так, чтобы получившиеся маятники могли совершать колебания во взаимно перпендикулярных плоскостях. Для возбуждения колебаний оба маятника отклонили на небольшой угол θ_0 от вертикали, затем отпустили один из них, а когда тот достиг угла $\theta_0/2$, отпустили и второй. Каким будет минимальное расстояние между грузами в процессе колебаний? Через какое время после начала движения это расстояние будет достигнуто в первый раз? Ускорение свободного падения равно g.

Ответ. Минимальное расстояние равно $\frac{L\theta_0}{\sqrt{2}}$ и в первый раз достигается через время $t = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{L}{g}}$ после начала движения второго маятника.

Решение. В силу малости углов отклонения маятников можно пренебречь смещением грузов по вертикали и считать, что они движутся в горизонтальной плоскости. Вводя в этой плоскости взаимоперпендикулярные оси x и y вдоль направлений движения маятников, зависимости от времени координат грузов можно записать в виде

$$x = L\theta_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right), \qquad y = L\theta_0 \cos\omega t,$$

где использовано $\sin\theta_0 \approx \theta_0$ и начальная фаза колеблющегося вдоль оси x маятника подобрана такой, чтобы в момент $t = 0$ угол его отклонения равнялся $\theta_0/2$ (в этот момент другой маятник только начинает движение от положения максимального отклонения). Грузы будут сближаться друг с другом с момента $t = 0$ до момента $\omega t = \frac{\pi}{3}$, когда они окажутся на одинаковом расстоянии $L\theta_0/2$ от положения равновесия ($x = -L\theta_0/2$ и $y = L\theta_0/2$) и будут иметь одинаковые по величине скорости. Действительно, в этот момент проекции скоростей грузов на соединяющую их линию будут равны, и, следовательно, скорость сближения грузов обратится в нуль, что и означает достижение минимума расстояния между грузами. Это минимальное расстояние равно

$$R_{\min} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{L\theta_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{L\theta_0}{2}\right)^2} = \frac{L\theta_0}{\sqrt{2}}.$$

Учитывая, что для математического маятника $\omega = \sqrt{g/L}$, находим момент достижения минимального расстояния

$$t = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{L}{g}}.$$