

10 класс

1. (30 баллов) Тело, брошенное под углом к горизонту с начальной скоростью V_0 , через время t_1 оказалось на расстоянии R от точки броска. Через какое время тело упадет на землю? Ускорение свободного падения равно g .

Ответ. Тело упадет на землю через время $\frac{t_1}{2} + \frac{2V_0^2}{g^2 t_1} - \frac{2R^2}{g^2 t_1^3}$.

Решение. Обозначим через α угол, под которым было брошено тело, и запишем горизонтальную (x) и вертикальную (y) координаты тела в момент времени t_1 как

$$x = V_0 \cos \alpha t_1, \quad y = V_0 \sin \alpha t_1 - gt_1^2/2.$$

Запишем квадрат расстояния R^2 как

$$R^2 = x^2 + y^2 = V_0^2 t_1^2 - V_0 \sin \alpha g t_1^3 + g^2 t_1^4/4,$$

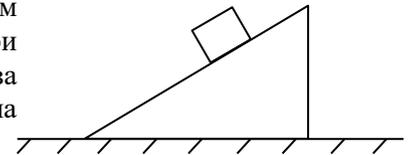
откуда выражаем

$$V_0 \sin \alpha = \frac{gt_1}{4} + \frac{V_0^2}{gt_1} - \frac{R^2}{gt_1^3}.$$

Подставляя найденное выражение в формулу для времени полета $T = 2V_0 \sin \alpha / g$, окончательно получаем

$$T = \frac{t_1}{2} + \frac{2V_0^2}{g^2 t_1} - \frac{2R^2}{g^2 t_1^3}.$$

2. (40 баллов) На гладкую наклонную грань клина, стоящего на гладком горизонтальном столе, кладут брусок той же массы, что и клин. При соскальзывании бруска его скорость в каждый момент времени в два раза больше скорости клина. Под каким углом к поверхности стола направлена скорость бруска?



Ответ. Скорость бруска направлена под углом 60° к поверхности стола.

Решение. Обозначим через α искомый угол, через V скорость клина, а через v скорость бруска ($v = 2V$). Из сохранения проекции импульса системы «брусок-клин» на горизонтальное направление следует соотношение

$$mv \cos \alpha = mV$$

(m – масса каждого из тел), откуда находим

$$\cos \alpha = \frac{1}{2}$$

и $\alpha = 60^\circ$.

3. (30 баллов) Для изготовления модели глобуса взяли два проволочных кольца радиуса a , расположили их во взаимно перпендикулярных плоскостях как меридианы и спаяли на «полюсах». Третье кольцо расположили как экватор и спаяли в точках касания с «меридианами». Найти сопротивление между «полюсами» получившегося «глобуса», если сопротивление единицы длины проволоки равно R_1 .

Ответ. Сопротивление равно $\frac{\pi a R_1}{4}$.

Решение. Из соображений симметрии следует, что ток не течет по участкам экваториального кольца. Их можно для наглядности удалить. При этом получаем четыре полукольца длины πa , параллельно включенных между полюсами. Их общее сопротивление равно

$$\frac{1}{4} \pi a R_1.$$

ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2022-2023

Физика, I тур, вариант 2

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

10 класс

1. (30 баллов) Тело, брошенное под углом к горизонту с начальной скоростью V_0 , через время t_1 оказалось на расстоянии R от точки броска. Через какое время тело упадет на землю? Ускорение свободного падения равно g .

Ответ. Тело упадет на землю через время $\frac{t_1}{2} + \frac{2V_0^2}{g^2 t_1} - \frac{2R^2}{g^2 t_1^3}$.

Решение. Обозначим через α угол, под которым было брошено тело, и запишем горизонтальную (x) и вертикальную (y) координаты тела в момент времени t_1 как

$$x = V_0 \cos \alpha t_1, \quad y = V_0 \sin \alpha t_1 - gt_1^2/2.$$

Запишем квадрат расстояния R^2 как

$$R^2 = x^2 + y^2 = V_0^2 t_1^2 - V_0 \sin \alpha gt_1^3 + g^2 t_1^4/4,$$

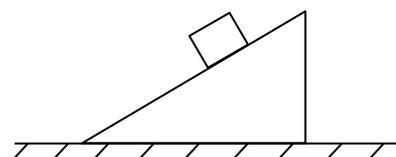
откуда выражаем

$$V_0 \sin \alpha = \frac{gt_1}{4} + \frac{V_0^2}{gt_1} - \frac{R^2}{gt_1^3}.$$

Подставляя найденное выражение в формулу для времени полета $T = 2V_0 \sin \alpha / g$, окончательно получаем

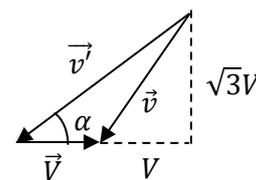
$$T = \frac{t_1}{2} + \frac{2V_0^2}{g^2 t_1} - \frac{2R^2}{g^2 t_1^3}.$$

2. (40 баллов) На гладкую наклонную грань клина, стоящего на гладком горизонтальном столе, кладут брусок той же массы, что и клин. При соскальзывании бруска его скорость в каждый момент времени в два раза больше скорости клина. Найти угол при основании клина.



Ответ. Угол при основании клина равен $\text{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 41^\circ$.

Решение. Скорость бруска относительно стола \vec{v} может быть записана как сумма скорости бруска относительно клина \vec{v}' и скорости клина \vec{V} : $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$ (соответствующий треугольник скоростей изображен на рисунке). Из сохранения проекции импульса системы «брусок-клин» на горизонтальное направление следует, что горизонтальная проекция \vec{v} равна по величине V (см. рис.). Учитывая соотношение $v = 2V$, находим, что вертикальная компонента скорости бруска равна $\sqrt{3}V$. Из прямоугольного треугольника с гипотенузой \vec{v} находим, что



$$\text{tg} \alpha = \sqrt{3}V / (2V) = \sqrt{3}/2$$

и $\alpha \approx 41^\circ$.

3. (30 баллов) Для изготовления модели глобуса взяли два проволочных кольца радиуса a , расположили их во взаимно перпендикулярных плоскостях как меридианы и спаяли на «полюсах». Третье кольцо расположили как экватор и спаяли в точках касания с «меридианами». Найти сопротивление между «полюсами» получившегося «глобуса», если сопротивление единицы длины проволоки равно R_1 .

Ответ: Сопротивление равно $\frac{\pi a R_1}{4}$.

Решение. Из соображений симметрии следует, что ток не течет по участкам экваториального кольца. Их можно для наглядности удалить. При этом получаем четыре полукольца длины πa , параллельно включенных между полюсами. Их общее сопротивление равно

$$\frac{1}{4} \pi a R_1.$$