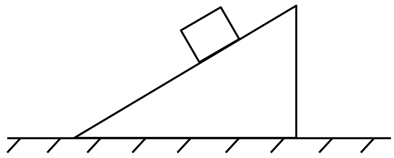
ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2022-2023

Физика, I тур, вариант 1

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

11 класс

1. (30 баллов) На гладкую наклонную грань клина, стоящего на гладком горизонтальном столе, кладут брусок той же массы, что и клин. При соскальзывании бруска его скорость в каждый момент времени в два раза больше скорости клина. Под каким углом к поверхности стола направлена скорость бруска?



Ответ. Скорость бруска направлена под углом 60° к поверхности стола.

Решение. Обозначим через α искомый угол, через V скорость клина, а через v скорость бруска ($v = 2V$). Из сохранения проекции импульса системы «брусок-клин» на горизонтальное направление следует соотношение

$$mv\cos\alpha = mV$$

(m – масса каждого из тел), откуда находим

$$\cos\alpha = \frac{1}{2}$$

и $\alpha = 60°$.

2. (40 баллов) В вершинах квадрата со стороной a расположены одинаковые точечные электрические заряды. Найти точки на прямой, проходящей через центр квадрата перпендикулярно его плоскости, в которых величина электрического поля не изменится после удаления трех из зарядов на бесконечность.

Ответ. Точки расположены на расстоянии $a/\sqrt{30}$ от центра квадрата по обе стороны от плоскости квадрата.

Решение. В силу симметрии исходной системы зарядов электрическое поле этой системы на прямой, проходящей через центр квадрата перпендикулярно его плоскости, направлено вдоль этой прямой. Обозначая величину каждого заряда через q, запишем величину электрического поля E_1 в точке прямой, расположенной на расстоянии x от центра квадрата, в виде

$$E_1 = 4\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x^2 + a^2/2)}\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2/2}},$$

где ε_0 – электрическая постоянная. После того, как три заряда убрали, поле стало равным полю одного заряда (направленному под углом к вышеуказанной прямой)

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x^2 + a^2/2)}.$$

Из условия $E_1 = E_2$ получаем уравнение

$$\frac{4x}{\sqrt{x^2 + a^2/2}} = 1,$$

откуда находим, что $x = a/\sqrt{30}$.

3. (30 баллов) Груз массы m, подвешенный на пружине жесткости k, совершает колебания в вертикальной плоскости. При прохождении грузом нижнего положения упругая энергия пружины в 9 раз больше, чем при прохождении верхнего положения. Найти амплитуду колебаний груза. Ускорение свободного падения равно g.

Ответ. Возможны два значения амплитуды $mg/(2k)$ и $2mg/k$.

Решение. Учтем, что маятник колеблется около положения равновесия, в котором пружина растянута на длину mg/k. Обозначив амплитуду колебаний через A, запишем энергию в верхнем положении как

$$W_{\text{верх}} = \frac{k(mg/k - A)^2}{2},$$

а в нижнем как

$$W_{\text{ниж}} = \frac{k(mg/k + A)^2}{2}.$$

Накладывая условие $W_{\text{ниж}} = 9W_{\text{верх}}$, приходим к уравнению

$$mg/k + A = \pm 3(mg/k - A),$$

откуда находим

$$A = mg/(2k);\ 2mg/k.$$

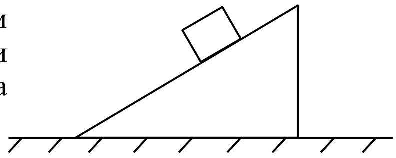
ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2022-2023

Физика, I тур, вариант 2

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

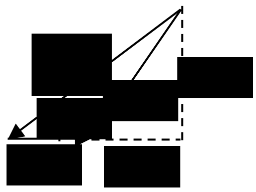
11 класс

1. (30 баллов) На гладкую наклонную грань клина, стоящего на гладком горизонтальном столе, кладут брусок той же массы, что и клин. При соскальзывании бруска его скорость в каждый момент времени в два раза больше скорости клина. Найти угол при основании клина.



Ответ. Угол при основании клина равен $\mathrm{arctg}\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 41°$.

Решение. Скорость бруска относительно стола $\vec{v}$ может быть записана как сумма скорости бруска относительно клина $\overrightarrow{v'}$ и скорости клина $\vec{V}$: $\vec{v} = \overrightarrow{v'} + \vec{V}$ (соответствующий треугольник скоростей изображен на рисунке). Из сохранения проекции импульса системы «брусок-клин» на горизонтальное направление следует, что горизонтальная проекция $\vec{v}$ равна по величине V (см. рис.). Учитывая соотношение $v = 2V$, находим, что вертикальная компонента скорости бруска равна $\sqrt{3}V$. Из прямоугольного треугольника с гипотенузой $\overrightarrow{v'}$ находим, что



$$\mathrm{tg}\,\alpha = \sqrt{3}V/(2V) = \sqrt{3}/2$$

и $\alpha \approx 41°$.

2. (40 баллов) В вершинах правильного треугольника со стороной a расположены одинаковые точечные электрические заряды. Найти точки на прямой, проходящей через центр треугольника перпендикулярно его плоскости, в которых величина электрического поля не изменится после удаления двух из зарядов на бесконечность.

Ответ. Точки расположены на расстоянии $a/\sqrt{24}$ от центра треугольника по обе стороны от плоскости треугольника.

Решение. В силу симметрии исходной системы зарядов электрическое поле этой системы на прямой, проходящей через центр треугольника перпендикулярно его плоскости, направлено вдоль этой прямой. Обозначая величину каждого заряда через q, запишем величину электрического поля E_1 в точке прямой, расположенной на расстоянии x от центра треугольника, в виде

$$E_1 = 3\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x^2 + a^2/3)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2/3}},$$

где ε_0 – электрическая постоянная. После того, как три заряда убрали, поле стало равным полю одного заряда (направленному под углом к вышеуказанной прямой)

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x^2 + a^2/3)}.$$

Из условия $E_1 = E_2$ получаем уравнение

$$\frac{3x}{\sqrt{x^2 + a^2/3}} = 1,$$

откуда находим, что $x = a/\sqrt{24}$.

3. (30 баллов) Груз массы m, подвешенный на пружине жесткости k, совершает колебания в вертикальной плоскости. При прохождении грузом верхнего положения упругая энергия пружины в 4 раз меньше, чем при прохождении нижнего положения. Найти амплитуду колебаний груза. Ускорение свободного падения равно g.

Ответ. Возможны два значения амплитуды $mg/(3k)$ и $3mg/k$.

Решение. Учтем, что маятник колеблется около положения равновесия, в котором пружина растянута на длину mg/k. Обозначив амплитуду колебаний через A, запишем энергию в верхнем положении как

$$W_{\text{верх}} = \frac{k(mg/k - A)^2}{2},$$

а в нижнем как

$$W_{\text{ниж}} = \frac{k(mg/k + A)^2}{2}.$$

Накладывая условие $W_{\text{ниж}} = 4W_{\text{верх}}$, приходим к уравнению

$$mg/k + A = \pm 2(mg/k - A),$$

откуда находим

$$A = mg/(3k);\ 3mg/k.$$