

## 8 класс

1. (30 баллов) Два велосипедиста ездят по круговому треку длиной 300 м в противоположных направлениях. Скорость одного велосипедиста 52,5 км/час, другого 55,5 км/час. Через какое время происходят встречи велосипедистов?

**Ответ.** Через 10 с.

**Решение.** За время  $t$  между двумя последовательными встречами велосипедисты вместе проходят расстояние  $L = 300$  м, т.е. можно составить такое уравнение

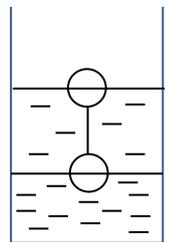
$$L = V_1 t + V_2 t,$$

где через  $V_1$  и  $V_2$  обозначены скорости велосипедистов. Тогда искомое время  $t$  можно выразить как

$$t = \frac{L}{V_1 + V_2}.$$

Учитывая, что  $V_1 + V_2 = 108$  км/час = 30 м/с, находим  $t = 10$  с.

2. (40 баллов) В цилиндрический сосуд налиты две жидкости разной плотности. Два связанных нитью шара одинакового радиуса  $R$  плавают в них так, что половина каждого шара находится в менее плотной жидкости (см. рис.). После того, как в сосуд долили менее плотной жидкости, оба шара стали плавать в ней целиком, касаясь границ раздела с более плотной жидкостью и воздухом. Чему равно отношение плотностей жидкостей? Какой объем жидкости долили в сосуд, если радиус его дна равен  $2R$ ?



**Ответ.** Отношение плотностей жидкостей равно 2. Объем долитой жидкости равен  $20\pi R^3/3$ .

**Решение.** Запишем условия плавания связанных нитью шаров вначале

$$(m_1 + m_2)g = \rho_1 V g + \rho_2 \frac{V}{2} g$$

и после доливания жидкости

$$(m_1 + m_2)g = 2\rho_1 V g.$$

Здесь через  $m_1$ ,  $m_2$  и  $V$  обозначены массы и объемы ( $V = 4\pi R^3/3$ ) шаров, а через  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотности жидкостей,  $\rho_2 > \rho_1$ . Из записанных уравнений находим, что  $\rho_2 = 2\rho_1$ . После доливания жидкости с плотностью  $\rho_1$  толщина слоя этой жидкости увеличилась на  $2R$ , при этом объем, занимаемый шарами в этой жидкости, увеличился на  $V$ . Следовательно, объем долитой жидкости равен  $2RS - V$ , где  $S = 4\pi R^2$  – площадь сечения сосуда, т.е.  $20\pi R^3/3$ .

3. (30 баллов) В спиртовом термометре окрашенный спирт полностью занимает стеклянную колбочку и частично тонкую стеклянную трубку, выходящую из колбочки. Объем колбочки равен  $0,3$  см<sup>3</sup>. При нагревании спирт расширяется, его объем увеличивается по закону  $V = V_0(1 + \beta\Delta t)$ , где  $\Delta t$  – изменение температуры в градусах,  $\beta = 0,0011$  1/град – коэффициент объемного расширения спирта, а  $V_0$  – начальный (до нагревания) объем спирта. В термометре при нагревании на 1 градус длина столбика увеличивается на  $\frac{3}{4}$  мм. Найти площадь сечения трубки. Объем спирта в трубке много меньше объема колбочки.

**Ответ.** Площадь сечения трубки равна  $0,44$  мм<sup>2</sup>.

**Решение.** Увеличение длины спиртового столбика в трубке происходит в основном из-за расширения спирта в колбочке. Увеличение объема спирта  $\Delta V = V - V_0$  можно приближенно записать как

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta t.$$

С другой стороны,  $\Delta V$  можно записать через увеличение длины столбика  $\Delta L$  и площадь сечения трубки  $S$  как

$$\Delta V = S \Delta L.$$

Сравнивая две формулы, получаем выражение для площади сечения трубки

$$S = V_0 \beta \Delta t / \Delta L.$$

Подставляя в полученное выражение  $\Delta t = 1$  град,  $\beta = 0,0011$  1/град,  $V_0 = 300$  мм<sup>3</sup> и  $\Delta L = \frac{3}{4}$  мм, получаем

$$S = 0,44 \text{ мм}^2.$$

## 8 класс

1. (30 баллов) Два велосипедиста ездят по круговому треку длиной 300 м в противоположных направлениях. Скорость одного велосипедиста 52,5 км/час, другого 55,5 км/час. Через какое время происходят встречи велосипедистов?

**Ответ.** Через 10 с.

**Решение.** За время  $t$  между двумя последовательными встречами велосипедисты вместе проходят расстояние  $L = 300$  м, т.е. можно составить такое уравнение

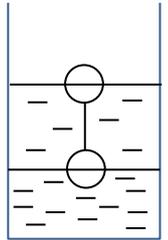
$$L = V_1 t + V_2 t,$$

где через  $V_1$  и  $V_2$  обозначены скорости велосипедистов. Тогда искомое время  $t$  можно выразить как

$$t = \frac{L}{V_1 + V_2}.$$

Учитывая, что  $V_1 + V_2 = 108$  км/час = 30 м/с, находим  $t = 10$  с.

2. (40 баллов) В цилиндрический сосуд налиты две жидкости разной плотности. Два связанных нитью шара одинакового радиуса  $R$  плавают в них так, что половина каждого шара находится в менее плотной жидкости (см. рис.). После того, как в сосуд долили менее плотной жидкости, оба шара стали плавать в ней целиком, касаясь границ раздела с более плотной жидкостью и воздухом. Чему равно отношение плотностей жидкостей? На сколько изменилась сила натяжения нити после доливания жидкости, если плотность жидкости равна  $\rho$ ? Ускорение свободного падения равно  $g$ .



**Ответ.** Отношение плотностей жидкостей равно 2. Сила натяжения нити возросла на  $2\pi R^3 \rho g/3$ .

**Решение.** Запишем условия плавания связанных нитью шаров вначале

$$(m_1 + m_2)g = \rho_1 V g + \rho_2 \frac{V}{2} g$$

и после доливания жидкости

$$(m_1 + m_2)g = 2\rho_1 V g.$$

Здесь через  $m_1$ ,  $m_2$  и  $V$  обозначены массы и объемы ( $V = 4\pi R^3/3$ ) шаров, а через  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотности жидкостей,  $\rho_2 > \rho_1$ . Из записанных уравнений находим, что  $\rho_2 = 2\rho_1$ .

Записывая условия равновесия любого из шаров, например, верхнего, вначале

$$m_1 g + F_1 = \rho_1 \frac{V}{2} g$$

и после доливания жидкости

$$m_1 g + F_2 = \rho_1 V g$$

и исключая из этих уравнений  $m_1 g$ , находим разницу сил натяжения нити:

$$F_2 - F_1 = \rho_1 \frac{V}{2} g = \frac{2}{3} \pi R^3 \rho_1 g.$$

3. (30 баллов) В спиртовом термометре окрашенный спирт полностью занимает стеклянную колбочку и частично – тонкую стеклянную трубку, выходящую из колбочки. Объем колбочки равен  $0,3$  см<sup>3</sup>. При нагревании спирт расширяется, его объем увеличивается по закону  $V = V_0(1 + \beta \Delta t)$ , где  $\Delta t$  – изменение температуры в градусах,  $\beta = 0,0011$  1/град – коэффициент объемного расширения спирта, а  $V_0$  – начальный (до нагревания) объем спирта. В термометре при нагревании на 1 градус длина столбика увеличивается на  $\frac{3}{4}$  мм. Найти площадь сечения трубки. Объем спирта в трубке много меньше объема колбочки.

**Ответ.** Площадь сечения трубки равна  $0,44$  мм<sup>2</sup>.

**Решение.** Увеличение длины спиртового столбика в трубке происходит в основном из-за расширения спирта в колбочке. Увеличение объема спирта  $\Delta V = V - V_0$  можно приближенно записать как

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta t.$$

С другой стороны,  $\Delta V$  можно записать через увеличение длины столбика  $\Delta L$  и площадь сечения трубки  $S$  как

$$\Delta V = S \Delta L.$$

Сравнивая две формулы, получаем выражение для площади сечения трубки

$$S = V_0 \beta \Delta t / \Delta L.$$

Подставляя в полученное выражение  $\Delta t = 1$  град,  $\beta = 0,0011$  1/град,  $V_0 = 300$  мм<sup>3</sup> и  $\Delta L = \frac{3}{4}$  мм, получаем

$$S = 0,44 \text{ мм}^2.$$