**ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2023-2024**
**Физика, II тур**

**ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКИ**

**9 класс**

**1**. (25 баллов) Брошенное в момент $t = 0$ под углом к горизонту тело оказалось на одной высоте в моменты $t_1$ и $t_2$. Найти максимальную высоту подъема тела. Ускорение свободного падения равно $g$.

**Ответ**. Максимальная высота подъема равна $g(t_1 + t_2)^2/8$.

**Решение 1**. Вершина параболической траектории тела расположена симметрично относительно точек, в которых тело оказалось в моменты времени $t_1$ и $t_2$, следовательно в вершине тело находилось в момент времени $(t_1 + t_2)/2$. Найденное время равно времени падения тела из верхней точки до земли $t_{\text{пад}} = (t_1 + t_2)/2$. Поскольку падение происходит без начальной скорости по вертикали, то максимальную высоту, с которой падает тело, можно найти как $H = gt_{\text{пад}}^2/2 = g(t_1 + t_2)^2/8$.

**Разбалловка 1.** Найден момент времени достижения вершины траектории – 10 баллов.
Указано, что найденное время равно времени падения – 5 баллов.
Найдена максимальная высота подъема – 10 баллов.

**Решение 2**. Введем вертикальную ось $y$ и запишем координаты тела в моменты времени $t_1$ и $t_2$ в виде

$$y_1 = V_0 \sin\alpha\, t_1 - \frac{gt_1^2}{2}, \qquad y_2 = V_0 \sin\alpha\, t_2 - \frac{gt_2^2}{2},$$

где $V_0$ – начальная скорость тела, $\alpha$ – угол, под которым бросили тело. Из условия $y_1 = y_2$ получаем уравнение

$$V_0 \sin\alpha\, t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = V_0 \sin\alpha\, t_2 - \frac{gt_2^2}{2},$$

которое приводим к виду

$$\frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2} = V_0 \sin\alpha\,(t_2 - t_1).$$

Сокращая на $t_2 - t_1$, находим

$$V_0 \sin\alpha = \frac{g(t_2 + t_1)}{2}$$

Подставляя найденное выражение в формулу для максимальной высоты

$$H = \frac{(V_0 \sin\alpha)^2}{2g},$$

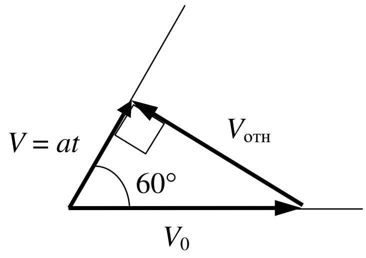
окончательно получаем

$$H = \frac{g(t_2 + t_1)^2}{8}.$$

**Разбалловка 2.** Записаны формулы для $y_1$ и $y_2$ – 5 баллов.
Из условия $y_1 = y_2$ найдено выражение для $V_0 \sin\alpha$ – 10 баллов.
Записано общее выражение для максимальной высоты– 5 баллов.
Выражена максимальная высота через данные задачи – 5 баллов.

**2**. (25 баллов) Две частицы одновременно начинают движение из одной точки по двум лучам, образующим угол 60°. Одна частица движется с постоянной скоростью, другая – без начальной скорости с постоянным ускорением. Найти отношение путей, пройденных частицами к моменту, когда их относительная скорость достигнет минимального значения.

**Ответ**. Частица, движущаяся с постоянной скоростью, пройдет в 4 раза больший путь, чем частица, движущаяся с ускорением.

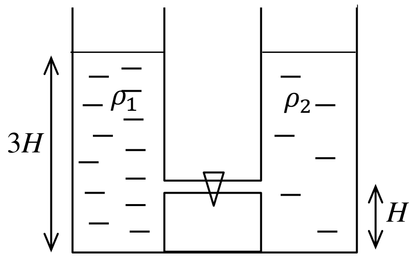



**Решение**. Вектор относительной скорости равен разности векторов скоростей частиц. Вектор скорости равномерной движущейся частицы имеет постоянную длину, обозначим ее $V_0$. Длина вектора скорости частицы, движущейся с ускорением, растет со временем по закону $V = at$, где через $a$ обозначено ускорение частицы. Величина относительной скорости $V_{\text{отн}}$ достигает минимума в тот момент, когда вектор относительной скорости становится перпендикулярным вектору скорости ускоренно движущейся частицы (см. рис.).

Из рассмотрения треугольника скоростей получаем, что $V = V_0 \cos 60° = V_0/2$. Тогда момент достижения минимальной $V_{\text{отн}}$ можно записать как $t = V_0/(2a)$. Путь, пройденный равномерно движущейся частицей, равен $S_1 = V_0 t = V_0^2/(2a)$, а ускоренно движущейся частицей $S_2 = at^2/2 = V_0^2/(8a)$. Отношение путей равно $S_1/S_2 = 4$.

**Разбалловка.** Указано, что относительная скорость равна разности скоростей частиц – 5 баллов.
Понято расположение векторов в нужный момент – 10 баллов.
Найдено отношение путей – 10 баллов.

**3**. (25 баллов) Два одинаковых цилиндрических сосуда стоят рядом на горизонтальном столе и соединены тонкой трубкой на высоте $H$ (см. рис.). В начальном состоянии трубка перекрыта краном, а сосуды заполнены жидкостями с плотностями $\rho_1$ и $\rho_2$ ($\rho_1 > \rho_2$) до высоты $3H$. Какими станут уровни заполнения сосудов после открытия крана? Считать, что жидкости из сосудов не выливаются.




**Ответ**. При $\rho_2 < \rho_1 < 3\rho_2$ сосуд с более плотной жидкостью будет заполнен до уровня $H\frac{\rho_1+5\rho_2}{\rho_1+\rho_2}$, другой сосуд – до уровня $H\frac{5\rho_1+\rho_2}{\rho_1+\rho_2}$. При $\rho_1 > 3\rho_2$ сосуд с более плотной жидкостью будет заполнен до уровня $\frac{3}{2}\left(1+\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)H$, другой сосуд – до уровня $\frac{3}{2}\left(3-\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)H$.

**Решение**. После открытия крана более плотная жидкость начнет перетекать в соседний сосуд и опускаться на его дно, вытесняя менее плотную жидкость наверх. Процесс будет продолжаться до тех пор, пока давления в сосудах на уровне соединительной трубки не выровняются. Обозначим высоту столба перетекшей жидкости через $h$. Возможны два случая: когда $h < H$ и $h > H$. В случае $h < H$ условие равенства давлений запишем в виде

$$\rho_1(2H - h) = \rho_2(2H + h),$$

откуда получаем

$$h = 2H\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

и находим уровни заполнения сосудов

$$3H - h = H\frac{\rho_1 + 5\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}, \qquad 3H + h = H\frac{5\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$

Используя найденную формулу для $h$, из неравенства $h < H$ получаем условие применимости полученного решения $\rho_2 < \rho_1 < 3\rho_2$.

В случае $h > H$ условие равенства давлений запишем в виде

$$\rho_1(2H - h) = \rho_2 3H + \rho_1(h - H),$$

откуда получаем

$$h = \frac{3}{2}\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)H$$

и находим уровни заполнения сосудов

$$3H - h = \frac{3}{2}\left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)H, \qquad 3H + h = \frac{3}{2}\left(3 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)H.$$

Данное решение справедливо при $\rho_1 > 3\rho_2$.

**Разбалловка**. Найдены уровни жидкостей при $\rho_1 < 3\rho_2$ – по 5 баллов за сосуд.
Найдены уровни жидкостей при $\rho_1 > 3\rho_2$ – по 5 баллов за сосуд.
Указано одно из условий $\rho_1 < 3\rho_2$ или $\rho_1 > 3\rho_2$ – 5 баллов.

**4.** (25 баллов) Имеются 2024 резистора с одинаковыми сопротивлениями $R$. Предложите схему их соединения в цепь с общим сопротивлением $6R$.

**Ответ**. Цепь может состоять из следующих последовательно соединенных участков: 44 участков по 44 соединенных параллельно резистора, 9 участков по 9 соединенных параллельно резисторов, 2 участков по 2 соединенных параллельно резистора, 3 последовательно соединенных резисторов.

**Решение**. Будем исходить из следующей идеи. Если $N$ резисторов соединить параллельно, а затем $N$ таких составных резисторов соединить последовательно, то сопротивление полученной цепи из $N^2$ резисторов будет равно сопротивлению одного резистора $R$. Подберем максимальное число $N$, при котором $N^2 < 2024$. Получим $N = 44$ и $N^2 = 1936$. Остается $2024 - 1936 = 88$ резисторов. Подберем число $N$, при котором $N^2 < 88$. Получим $N = 9$. Остается 7 резисторов. Подберем число $N$, при котором $N^2 < 7$. Получим $N = 2$. Остается 3 резистора, которые соединим последовательно.

**Разбалловка**. Записаны общие формулы для параллельного
и последовательного соединения резисторов – 5 баллов.
Предложена идея решения – 10 баллов.
Указана схема соединения – 10 баллов.