

ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКИ

7 класс

1. (25 баллов) Два жучка начинают ползти с одинаковыми скоростями по сторонам правильного треугольника из его вершин. Один ползет к свободной вершине, а другой – по стороне, соединяющей вершины, где сидели жучки. Найти минимальное расстояние между жучками, если сторона треугольника равна L .

Ответ. Минимальное расстояние равно $L/2$.

Решение. Рисуя отрезки, соединяющие жучков в разные моменты времени, нетрудно понять, что минимальное расстояние между жучками достигается в тот момент, когда они находятся в серединах сторон. Треугольник, отсекаемый соединяющим жучков отрезком, подобен основному. Следовательно, длина отрезка равна $L/2$.

Разбалловка. Понято, что расстояние минимально, когда жучки находятся в серединах сторон – 10 баллов.
Найдено минимальное расстояние – 15 баллов.

2. (25 баллов) Турист двигался первые 2 часа со скоростью 6 км/час и следующие 2 часа со скоростью 3 км/час. Вычислив среднюю путевую скорость туриста за несколько интервалов времени с момента начала движения, построить примерный график зависимости средней путевой скорости от времени движения.

Ответ. См. рисунок.

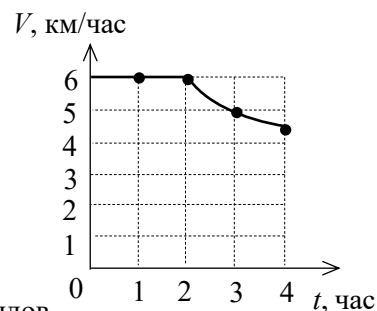
Решение. Среднюю путевую скорость рассчитываем по формуле $V = S/t$, где S – пройденный путь, а t – время. Для моментов времени $t = 1, 2, 3, 4$ час находим соответствующие значения пройденного пути $S = 6, 12, 15, 18$ км и средней скорости $V = 6, 6, 5, 4,5$ км/час. Наносим найденные точки на график (см. рисунок).

Разбалловка. Записана формула для средней скорости – 5 баллов.

Найдены значения средней скорости для интервала 0-2 час – 5 баллов.

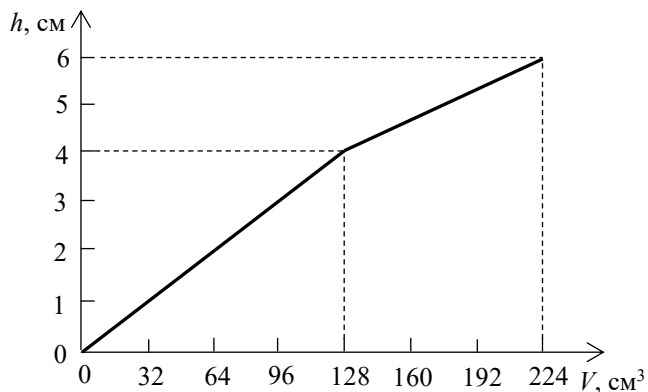
Найдены значения скорости для 3 и 4 часов – по 5 баллов за значение.

Построен график – 5 баллов.



3. (25 баллов) На дно пустого цилиндрического сосуда поставили пластилиновый куб с длиной ребра 4 см и стали наливать воду. График зависимости уровня воды в сосуде h от объема налитой воды V приведен на рисунке. Затем из куба сделали кубики с длиной ребра 2 см, используя весь материал куба, положили их на дно того же (пустого) сосуда и снова стали наливать воду. Нарисовать график зависимости уровня воды в сосуде от объема налитой воды, считая, что воды налили столько же, что и в первом случае.

Ответ. См. рисунок.

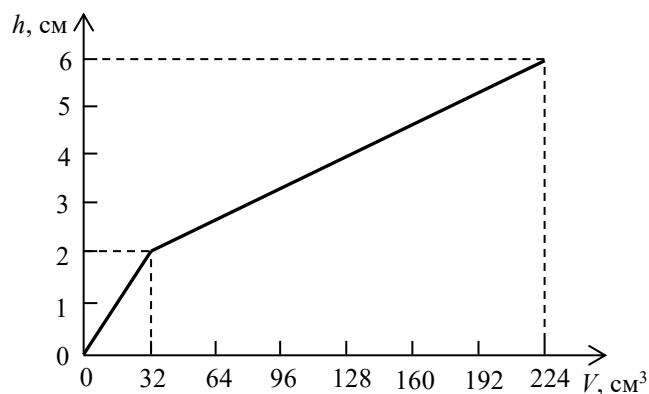


Решение. Поскольку при изготовлении кубиков был использован весь материал куба, суммарный объем кубиков должен быть равен объему куба. Отсюда следует, что число кубиков равно 8. (Это можно понять также, мысленно разрезая куб на кубики.)

Из приведенного в условии графика найдем площадь дна сосуда. Для этого проще всего использовать участок 128–224 см³, который описывает заполнение сосуда после того, как вода достигла уровня верхней грани куба. Поделив налитый после этого момента объем воды $224 - 128 = 96$ см³ на толщину слоя воды над кубом $6 - 4 = 2$ см, находим площадь дна $96 : 2 = 48$ см². Тот же результат можно получить, используя участок графика 0–128 см³. Поделив объем воды 128 см³ на толщину слоя воды 4 см, находим площадь основания водяного слоя $128 : 4 = 32$ см². Прибавив к этому значению площадь основания куба 16 см², находим площадь дна $32 + 16 = 48$ см².

Суммарная площадь оснований 8 кубиков равна $4 \cdot 8 = 32$ см², а оставшаяся свободной площадь дна сосуда равна $48 - 32 = 16$ см². Следовательно, для того, чтобы уровень воды в сосуде с 8 кубиками достиг высоты кубика (2 см), в сосуд нужно налить объем воды, равный $16 \cdot 2 = 32$ см³. Ставим соответствующую точку (32 см³, 2 см) на графике и соединяем ее прямой с началом координат (см. рис.).

Поскольку занимаемый 8 кубиками объем равен объему исходного куба, после наливания в сосуд всего объема воды (224 см³) уровень воды окажется на том же уровне 6 см, что и в случае с кубом. Ставим соответствующую точку (224 см³, 6 см) на графике и соединяем ее прямой с точкой (32 см³, 2 см).



Разбалловка. Найдено число кубиков – 5 баллов.

Найдена площадь дна сосуда – 5 баллов.

Построен участок графика 0–32 см³ – 5 баллов.

Построен участок графика 32–224 см³ – 10 баллов.

4. (25 баллов) К штативу подвесили «гирлянду» из пяти одинаковых пружин и пяти одинаковых грузов (см. рис.). На сколько удлинилась гирлянда после подвешивания, если один груз при подвешивании на отдельной пружине растягивает ее на 1 см? Как нужно перераспределить грузы, чтобы растяжение гирлянды стало равным 10 см? Грузы можно прикреплять друг к другу и концам пружин. Нельзя прикреплять грузы непосредственно к штативу и промежуточным виткам пружин. Все грузы должны быть подвешены и все пружины растянуты.



Ответ. Гирлянда удлинилась на 15 см. К верхней пружине нужно подвесить 3 груза, к следующей сверху пружине – 1 груз и к нижней – 1 груз.

Решение. Самая верхняя пружина будет растягиваться весом пяти грузов, и ее удлинение составит 5 см, следующая – весом четырех грузов, ее удлинение составит 4 см и т.д. Удлинение всей гирлянды находим как $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ см.

Если к нижней пружине подвесить два груза, то удлинение гирлянды составит предельные 10 см даже без подвешивания остальных грузов. Следовательно, к нижней пружине нужно подвесить только один груз. Растяжение верхней пружины при любом расположении грузов будет равно 5 см. Рассуждая подобным образом, находим, что к верхней пружине нужно подвесить 3 груза, к следующей сверху пружине – 1 груз и к нижней – 1 груз.

Разбалловка. Записан закон Гука в общем виде – 5 баллов.

Найдено удлинение гирлянды – 5 баллов.

Найдено новое распределение грузов – 15 баллов.