

ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2024-2025
Физика, II тур

9 класс

1. (25 баллов) Тело бросили со скоростью V_0 под углом 45° к горизонту. Найти радиус окружности, на которой лежат точки броска и падения и высшая точка траектории. Ускорение свободного падения равно g .

Ответ. Радиус окружности равен $5V_0^2/(8g)$.

Решение. Как видно из рисунка, искомый радиус R , дальность полета тела L и максимальная высота H связаны соотношением (справедливым как при $H > R$, так и $H < R$)

$$(H - R)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 = R^2,$$

откуда находим, что

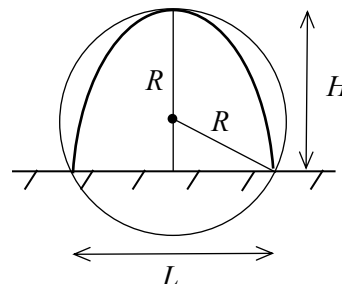
$$R = \frac{H}{2} + \frac{L^2}{8H}.$$

Принимая во внимание формулы

$$L = \frac{2V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}, \quad H = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g},$$

где угол броска $\alpha = 45^\circ$, окончательно получаем

$$R = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{4g} + \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{5V_0^2}{8g}.$$



Разбалловка. Записано уравнение связи R , L и H – 5 баллов.

Радиус R выражен через L и H – 5 баллов.

Записана формула для дальности полета – 5 баллов.

Записана формула для максимальной высоты подъема – 5 баллов.

Получен ответ – 5 баллов.

2. (25 баллов) Два шарика скачут вверх-вниз над горизонтальной плитой, упруго отражаясь от нее. Максимальная высота подъема шариков равна H . В некоторый момент шарики оказались на высоте $H/2$, имея противоположно направленные скорости. На какой одинаковой высоте они окажутся в следующий раз?

Ответ. На высоте $(\sqrt{2} - 0,5)H \approx 0,9H$.

Решение. Обозначим искомую высоту через h . Время движения до этой высоты частицы, имеющей направленную вверх скорость, будет складываться из времени t_1 подъема с высоты $H/2$ до высоты H и времени t_2 падения с высоты H до h . Время подъема t_1 равно, очевидно, времени падения с H до $H/2$, т.е.

$$t_1 = \sqrt{\frac{H}{g}}.$$

Время падения t_2 равно

$$t_2 = \sqrt{\frac{2(H - h)}{g}}.$$

Время движения до высоты h частицы, имеющей направленную вниз скорость, будет складываться из времени t_3 падения с высоты $H/2$ до плиты и времени t_4 подъема от плиты до высоты h . Время падения t_3 можно найти как разницу времен падения с высоты H до плиты и с высоты H до $H/2$, т.е.

$$t_3 = \sqrt{\frac{2H}{g}} - \sqrt{\frac{H}{g}}.$$

Время подъема t_4 равно времени падения с высоты h до плиты, которое можно записать как разность времен падения с H до плиты и с H до h , т.е.

$$t_4 = \sqrt{\frac{2H}{g}} - \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}.$$

Записывая условие встречи частиц на высоте h в виде $t_1 + t_2 = t_3 + t_4$ и подставляя в него выражения для времен $t_{1,2,3,4}$, приходим к уравнению

$$\sqrt{2(H-h)} = \sqrt{2H} - \sqrt{H},$$

откуда находим искомую высоту

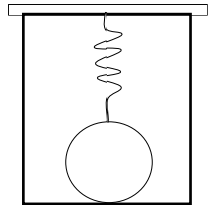
$$h = (\sqrt{2} - 0,5)H \approx 0,9H.$$

Разбалловка. Записано время движения одного шарика до встречи – по 5 баллов за формулу.

Записано время движения другого шарика до встречи – по 5 баллов за формулу.

Найдена высота встречи – 5 баллов.

3. (25 баллов) Шар объемом 1 дм^3 лежит на дне пустого цилиндра, не касаясь его стенок. Верхняя точка шара соединена растянутой пружиной с перекладиной сверху цилиндра (см. рис.). В сосуд начали наливать воду. Когда уровень воды достиг середины шара, длина пружины начала меняться. Когда растяжение пружины уменьшилось вдвое, ее длина перестала меняться при дальнейшем доливе воды. С какой силой шар давил на дно пустого сосуда? Чему равна масса шара? Плотность воды равна 1000 кг/м^3 , ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .



Ответ. Шар давил на дно с силой 5 Н . Масса шара равна $1,5 \text{ кг}$.

Решение. Тот факт, что длина пружины начала меняться после достижения водой уровня середины шара означает, что шар перестал давить на дно в этот момент. При этом силу реакции, действующую на шар со стороны дна, заменила сила Архимеда, равная

$$F_{A1} = \rho_v \frac{V}{2} g = 5 \text{ Н}$$

(ρ_v – плотность воды, V – объем шара, g – ускорение свободного падения). Этому значению и была, очевидно, равна сила давления шара на дно.

Запишем условие равновесия шара в тот момент, когда вода достигла уровня середины шара, в виде

$$mg = F_{A1} + F_{\text{упр1}},$$

где m – масса шара, а $F_{\text{упр1}}$ – сила упругости, действующая на шар со стороны пружины. Запишем также условие равновесия шара в тот момент, когда растяжение пружины уменьшилось вдвое, в виде

$$mg = F_{A2} + F_{\text{упр2}},$$

где

$$F_{\text{упр2}} = \frac{1}{2} F_{\text{упр1}}$$

(вдвое меньшему растяжению пружины соответствует вдвое меньшая сила упругости). Из условия, что длина пружины перестает меняться, следует, что в данный момент шар оказался погруженным в воду полностью, а значит,

$$F_{A2} = 2F_{A1}.$$

Из записанных четырех уравнений находим, что

$$m = \frac{3F_{A1}}{g} = 1,5 \text{ кг}.$$

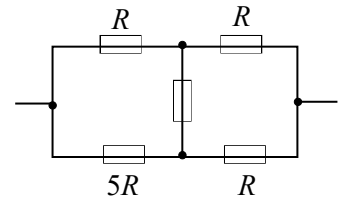
Разбалловка. Найдена сила давления на дно – 5 баллов.

Записаны уравнения равновесия шара для двух моментов – по 5 баллов за уравнение.

Понято, что $F_{A2} = 2F_{A1}$ – 5 баллов.

Найдена масса шара – 5 баллов.

4. (25 баллов) В цепи, приведенной на рисунке, даны сопротивления четырех резисторов и известно, что токи через нижние резисторы отличаются вдвое. Найти сопротивление среднего резистора.



Ответ. Сопротивление среднего резистора равно R .

Решение. Будем считать, что полный ток течет через цепь слева-направо. Обозначим искомое сопротивление через R_x , ток в левом нижнем резисторе на рисунке через I_1 , а в левом верхнем – через I_2 . Тогда ток в правом нижнем резисторе равен $2I_1$, а ток через средний резистор, очевидно, течет вниз и равен I_1 . Запишем условие равенства напряжения на левом нижнем резисторе сумме напряжений на левом верхнем и среднем резисторах как

$$I_1 5R = I_2 R + I_1 R_x.$$

Запишем далее равенство напряжения на правом верхнем резисторе сумме напряжений на среднем и правом нижнем резисторах как

$$(I_2 - I_1)R = I_1 R_x + 2I_1 R.$$

Выражая из первого уравнения $I_2 R$ и подставляя полученное выражение во второе уравнение, получаем

$$R_x = R.$$

Разбалловка. Понято, что ток через средний резистор равен току через левый нижний – 5 баллов.

Составлено одно уравнение равенства напряжений – 5 баллов.

Составлено второе уравнение равенства напряжений – 5 баллов.

Найдено искомое сопротивление – 10 баллов.