

ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКИ

Вариант 1.

9 класс

1. (30 баллов) Из неплотно закрытого крана, находящегося на высоте h над горизонтальной поверхностью, капает вода. Интервал времени между отрывом от крана двух последовательных капель равен T и не превосходит времени полета капли от крана до поверхности. Какого максимального значения достигает расстояние между двумя последовательно падающими каплями? Ускорение свободного падения равно g .

Ответ. Максимальное расстояние равно $T\sqrt{2gh} - gT^2/2$.

Решение. В момент отрыва (с нулевой начальной скоростью) второй капли от крана первая капля находится на расстоянии $gT^2/2$ ниже крана и имеет скорость gT . Поскольку далее обе капли падают с одинаковым ускорением, их относительная скорость не меняется – первая капля удаляется от второй со скоростью gT пока не упадет на горизонтальную поверхность. Таким образом, расстояние между каплями становится максимальным в момент, когда первая капля достигает поверхности, и может быть записано в виде

$$L_{\max} = \frac{gT^2}{2} + gT(t_{\text{пад}} - T),$$

где $t_{\text{пад}}$ – время падения капли от крана до поверхности. Подставляя $t_{\text{пад}} = \sqrt{2h/g}$ в записанную формулу, получаем

$$L_{\max} = T\sqrt{2gh} - gT^2/2.$$

Иначе, $L_{\max}$ можно записать как разность расстояния между краном и поверхностью и расстояния, пройденного второй каплей от начала ее движения до момента падения первой капли на поверхность, т.е. как

$$L_{\max} = h - \frac{g(t_{\text{пад}} - T)^2}{2},$$

что приводит к тому же результату.

Разбалловка: Понято, что расстояние максимально в момент достижения первой каплей поверхности – 10 баллов.
Найдено искомое расстояние – 20 баллов.

2. (30 баллов) Один шар массой m равномерно всплывает в вязкой жидкости, а второй, имеющий равный с ним радиус и массу $2m$, равномерно погружается в этой жидкости с той же скоростью. Чему будет равна сила натяжения нити, если ей связать эти шары и поместить их в ту же жидкость? Ускорение свободного падения равно g .

Ответ. Сила натяжения нити будет равна $mg/2$.

Решение. При равномерном всплытии шара массой m действующая на него сила Архимеда F_A уравновешена суммой сил тяжести mg и сопротивления F_c :

$$F_A = mg + F_c.$$

При равномерном погружении шара массой $2m$ баланс сил имеет вид

$$2mg = F_A + F_c.$$

Здесь учтено, что действующие на шары силы Архимеда равны вследствие равенства их радиусов, а силы сопротивления равны из-за равенства радиусов и скоростей всплытия и погружения.

Из записанных соотношений находим, что

$$F_A = \frac{3}{2}mg.$$

Поскольку сумма действующих на шары сил Архимеда $2F_A$ равна сумме сил тяжести $3mg$, то связанные нитью шары будут иметь нулевую плавучесть, т.е. будут неподвижно плавать в объеме жидкости в положении с вертикальной (натянутой) нитью, шаром меньшей массы вверху и шаром большей массы внизу. (Указанное состояние устанавливается независимо от того, как именно связанные шары поместили в жидкость.) Записывая условие плавания любого из шаров, например, верхнего в виде

$$F_A = mg + T,$$

где T – сила натяжения нити, получаем

$$T = \frac{mg}{2}.$$

Разбалловка. Записан баланс сил для всплывающего шара – 5 баллов.

Записан баланс сил для погружающегося шара – 5 баллов.

Найдена сила Архимеда – 5 баллов.

Сделан вывод о балансе суммарных сил – 5 баллов.

Понято состояние связанных шаров – 5 баллов.

Найдена сила натяжения нити – 5 баллов.

3. (40 баллов) К источнику постоянного напряжения подключена цепь, в которой два резистора имеют сопротивление 1 Ом (см. рис.). При каком сопротивлении R третьего резистора в нем будет выделяться максимальная мощность?

Ответ. При сопротивлении $R = 0,5$ Ом.

Решение. Обозначив напряжение источника через U , запишем полный ток в цепи I_0 как

$$I_0 = \frac{U}{1 + R/(R + 1)},$$

где $R/(R + 1)$ – сопротивление параллельно соединенных резисторов. Ток I_R через резистор с сопротивлением R можно найти из условия $I_R R = I_0 R/(R + 1)$ и записать как

$$I_R = \frac{I_0}{R + 1} = \frac{U}{2R + 1}.$$

Выделяемая на резисторе R мощность P равна

$$P = I_R^2 R = \frac{U^2 R}{(2R + 1)^2}.$$

Чтобы исследовать полученное выражение на максимум, приведем его к виду

$$P = \frac{U^2}{2(\sqrt{2R} + 1/\sqrt{2R})^2}.$$

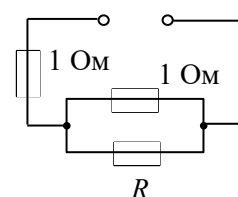
Минимальное значение суммы взаимнообратных величин в знаменателе достигается при $\sqrt{2R}$. Отсюда находим, что $R = 1/2$, т.е. 0,5 Ом.

Разбалловка. Записан полный ток в цепи – 10 баллов.

Записан ток через резистор R – 10 баллов.

Мощность представлена как функция одной переменной R – 10 баллов.

Проведен анализ функции на максимум и получен ответ – 10 баллов.



ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2024-2025

Физика, I тур, вариант 2

ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКИ

Внимание: квант оценки равен 5 (можно ставить только 0, 5, 10, 15 и т. д. баллов)!

9 класс

1. (30 баллов) Из неплотно закрытого крана, находящегося на высоте h над горизонтальной поверхностью, капает вода. Интервал времени T между отрывом от крана двух последовательных капель не превосходит времени полета капли от крана до поверхности. При каком значении T максимальное расстояние между двумя последовательно падающими каплями будет равно $h/2$? Ускорение свободного падения равно g .

Ответ. При $T = (\sqrt{2} - 1)\sqrt{h/g}$.

Решение. В момент отрыва (с нулевой начальной скоростью) второй капли от крана первая капля находится на расстоянии $gT^2/2$ ниже крана и имеет скорость gT . Поскольку далее обе капли падают с одинаковым ускорением, их относительная скорость не меняется – первая капля удаляется от второй со скоростью gT пока не упадет на горизонтальную поверхность. Таким образом, расстояние между каплями становится максимальным в момент, когда первая капля достигает поверхности. По условию задачи к этому моменту вторая капля должна пролететь расстояние $h/2$, что дает соотношение

$$\frac{g(t_{\text{пад}} - T)^2}{2} = \frac{h}{2},$$

где $t_{\text{пад}}$ – время падения капли от крана до поверхности. Извлекая квадратный корень и учитывая, что $t_{\text{пад}} > T$, получаем

$$t_{\text{пад}} - T = \sqrt{h/g}.$$

Подставляя в полученную формулу $t_{\text{пад}} = \sqrt{2h/g}$, находим

$$T = (\sqrt{2} - 1)\sqrt{h/g}.$$

Разбалловка: Понято, что расстояние максимально в момент достижения первой каплей поверхности – 10 баллов.
Записано уравнение для нахождения T – 10 баллов.
Найдено искомое время T – 10 баллов.

2. (30 баллов) Один шар массой m равномерно всплывает в вязкой жидкости, а второй, имеющий равный с ним радиус и массу $3m$, равномерно погружается в этой жидкости с той же скоростью. Чему будет равна сила натяжения нити, если ей связать эти шары и поместить их в ту же жидкость? Ускорение свободного падения равно g .

Ответ. Сила натяжения нити будет равна mg .

Решение. При равномерном всплытии шара массой m действующая на него сила Архимеда F_A уравновешена суммой сил тяжести mg и сопротивления F_c :

$$F_A = mg + F_c.$$

При равномерном погружении шара массой $3m$ баланс сил имеет вид

$$3mg = F_A + F_c.$$

Здесь учтено, что действующие на шары силы Архимеда равны вследствие равенства их радиусов, а силы сопротивления равны из-за равенства радиусов и скоростей всплытия и погружения.

Из записанных соотношений находим, что

$$F_A = 2mg.$$

Поскольку сумма действующих на шары сил Архимеда $2F_A$ равна сумме сил тяжести $4mg$, то связанные нитью шары будут иметь нулевую плавучесть, т.е. будут неподвижно плавать в объеме жидкости в положении с вертикальной (натянутой) нитью, шаром меньшей массы вверх и шаром большей массы вниз. (Указанное состояние устанавливается независимо от того, как именно связанные шары поместили в жидкость.) Записывая условие плавания любого из шаров, например, верхнего в виде

$$F_A = mg + T,$$

где T – сила натяжения нити, получаем

$$T = mg.$$

Разбалловка. Записан баланс сил для всплывающего шара – 5 баллов.

Записан баланс сил для погружающегося шара – 5 баллов.

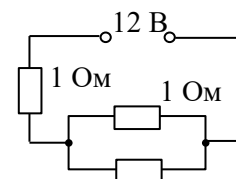
Найдена сила Архимеда – 5 баллов.

Сделан вывод о балансе суммарных сил – 5 баллов.

Понято состояние связанных шаров – 5 баллов.

Найдена сила натяжения нити – 5 баллов.

3. (40 баллов) К источнику напряжением 12 В подключена цепь, в которой два резистора имеют сопротивление 1 Ом (см. рис.). Сопротивление третьего резистора подбирают так, чтобы на нем выделялась максимальная тепловая мощность. Чему равна эта мощность?



Ответ. 18 Вт.

Решение. Обозначим напряжение источника (12 В) через U , неизвестное сопротивление через R и запишем полный ток в цепи I_0 как

$$I_0 = \frac{U}{1 + R/(R + 1)},$$

где $R/(R + 1)$ – сопротивление параллельно соединенных резисторов. Ток I_R через резистор с сопротивлением R можно найти из условия $I_R R = I_0 R/(R + 1)$ и записать как

$$I_R = \frac{I_0}{R + 1} = \frac{U}{2R + 1}.$$

Выделяемая на резисторе R мощность P равна

$$P = I_R^2 R = \frac{U^2 R}{(2R + 1)^2}.$$

Чтобы исследовать полученное выражение на максимум, приведем его к виду

$$P = \frac{U^2}{2(\sqrt{2R} + 1/\sqrt{2R})^2}.$$

Минимальное значение суммы взаимнообратных величин в знаменателе достигается при $\sqrt{2R} = 1$. При этом P имеет максимальное значение

$$P = \frac{U^2}{8} = \frac{144}{8} = 18 \text{ Вт.}$$

Разбалловка. Записан полный ток в цепи – 10 баллов.

Записан ток через резистор R – 10 баллов.

Мощность представлена как функция одной переменной R – 10 баллов.

Проведен анализ функции на максимум и получен ответ – 10 баллов.