

## ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКИ

## 7 класс

1. (25 баллов) Два автомобиля движутся с неравными скоростями по двум шоссе к перекрестку. В некоторый момент автомобили оказались от перекрестка на одинаковом расстоянии 15 км, а в более поздний момент на одинаковом расстоянии 3 км. Найти отношение скоростей автомобилей.

**Ответ.** Отношение скоростей равно 1,5.

**Решение.** На равном расстоянии от перекрестка автомобили снова окажутся тогда, когда автомобиль с большей скоростью (обозначим ее  $V_1$ ) будет за перекрестком на расстоянии 3 км от него, а автомобиль с меньшей скоростью ( $V_2$ ) – перед перекрестком на том же расстоянии 3 км от него. До этого расположения автомобили движутся одинаковое время, поэтому можно составить следующее уравнение:

$$\frac{15 + 3}{V_1} = \frac{15 - 3}{V_2},$$

откуда находим, что  $V_1/V_2 = 1,5$ .

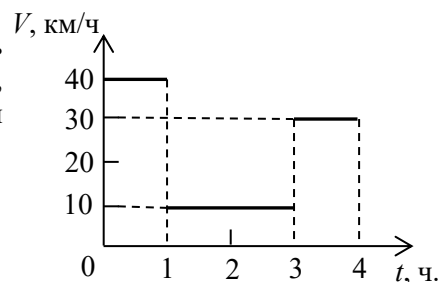
**Разбалловка.** Указано расположение автомобилей – 5 баллов.

Составлено уравнение – 15 баллов.

Найдено отношение скоростей – 5 баллов.

2. (25 баллов) Велосипедист двигался в течение четырех часов, его скорость  $V$  зависела от времени  $t$  так, как показано на рисунке. Найти момент  $t_0$  такой, что средние путевые скорости велосипедиста на интервалах  $0 < t < t_0$  и  $t_0 < t < 4$  ч. одинаковы.

**Ответ.**  $t_0 = 2\frac{2}{5}$  ч. или 2 ч. 24 мин.



**Решение.** Вначале оценим примерно, где на оси времени находится момент  $t_0$ . Взяв  $t_0 = 2$  ч., получим, что средняя скорость на интервале  $0 < t < 2$  (25 км/ч) больше средней скорости на интервале  $2 < t < 4$  (20 км/ч). Взяв  $t_0 = 3$  ч., получим, что средняя скорость на интервале  $0 < t < 3$  (20 км/ч) меньше средней скорости на интервале  $3 < t < 4$  (30 км/ч). Отсюда делаем вывод, что  $2 < t_0 < 3$ .

Обозначим  $\Delta t = t_0 - 2$  и составим уравнение равенства средних скоростей на интервалах  $0 < t < t_0$  и  $t_0 < t < 4$  в виде

$$\frac{40 + 10(1 + \Delta t)}{2 + \Delta t} = \frac{10(1 - \Delta t) + 30}{2 - \Delta t}.$$

Решая уравнение, находим, что  $\Delta t = \frac{2}{5}$  ч., т.е. 24 мин. Тогда  $t_0 = 2 + \Delta t = 2\frac{2}{5}$  ч. или 2 ч. 24 мин.

**Разбалловка:** Понято, что  $2 < t_0 < 3$  – 10 баллов.

Составлено уравнение для нахождения  $\Delta t$  (или непосредственно  $t_0$ ) – 10 баллов.

Получен ответ – 5 баллов.

3. (25 баллов) После того, как на дно цилиндрического сосуда, заполненного водой до высоты 10 см, поставили куб с ребром 8 см, уровень воды в сосуде поднялся до 14 см. Каким станет уровень воды в сосуде, если на первый куб поставить такой же второй? Если на второй поставить такой же третий? Плотность материала кубов больше плотности воды.

**Ответ.** Уровень воды поднимется до 20 см.

**Решение.** Первый куб выдавил объем воды, равный произведению площади основания куба на его высоту (8 см). Эта вода расположилась над уровнем 10 см в виде цилиндра толщиной 4 см и площадью основания, равной площади дна цилиндра. Отсюда заключаем, что площадь дна цилиндра вдвое больше площади основания куба.

Второй куб выдавит объем воды, равный произведению площади основания куба на 6 см (толщину слоя воды над первым кубом). Часть этой воды займет объем между вторым кубом и стенками сосуда (толщина этого слоя будет 2 см), а часть расположится в виде цилиндра над уровнем 16 см (над верхней гранью второго куба). Толщина цилиндра будет также 2 см. Таким образом, уровень воды в сосуде поднимется до 18 см.

Третий куб выдавит объем воды, равный произведению площади основания куба на 2 см (толщину слоя воды над вторым кубом). Эта вода расположится между третьим кубом и стенками сосуда, подняв уровень воды в сосуде до 20 см.

**Разбалловка.** Понято, что площадь дна вдвое больше площади основания куба – 10 баллов.

Найден уровень воды после помещения в сосуд второго куба – 10 баллов.

Найден уровень воды после помещения в сосуд третьего куба – 5 баллов.

**4. (25 баллов)** Два куба одинакового размера массами  $m$  и  $2m$  подвешены к потолку на одинаковых пружинах. Снизу поднесли параллельную потолку доску и стали перемещать ее вверх, остановив в тот момент, когда сила давления одного из кубов на доску стала в 4 раза больше силы давления другого куба. Чему равны упругие силы пружин после остановки доски? Растянуты или сжаты пружины? Ускорение свободного падения равно  $g$ .

**Ответ.** Упругие силы пружин одинаковы и равны  $\frac{2}{3}mg$ . Пружины растянуты.

**Решение.** Поскольку доска параллельна потолку, то ясно, что после ее остановки длины пружин будут одинаковыми, а значит, одинаковыми будут и силы упругости пружин. Запишем условия баланса сил для обоих тел после остановки доски в виде

$$mg = N_1 + F_{\text{упр}}, \quad 2mg = N_2 + F_{\text{упр}},$$

где через  $N_1$  и  $N_2$  обозначены силы реакции доски (равные силам давления кубов на доску),  $F_{\text{упр}}$  – сила упругости пружины, а  $g$  – ускорение свободного падения. Учитывая, что  $N_2 = 4N_1$ , из записанных уравнений находим

$$F_{\text{упр}} = \frac{2}{3}mg.$$