

ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКИ

9 класс

1. (30 баллов) С балкона вертикально вверх бросили мяч так, что высота его подъема над балконом составила $1/3$ всего пути до земли. Какую часть времени полета занял подъем?

Ответ. Время подъема составило $\sqrt{2} - 1 \approx 0,4$ всего времени полета.

Решение. Обозначим время подъема мяча до верхней точки через t_1 , а время падения от верхней точки до земли через t_2 . Тогда высоту подъема мяча над балконом можно записать (пользуясь обратимостью движения) как $gt_1^2/2$, а расстояние от верхней точки до земли как $gt_2^2/2$ (g – ускорение свободного падения). Согласно условию задачи выполняется соотношение

$$\frac{gt_1^2}{2} = \frac{1}{3} \left(\frac{gt_1^2}{2} + \frac{gt_2^2}{2} \right),$$

откуда следует, что $t_2 = \sqrt{2}t_1$. В итоге для искомого отношения $t_1/(t_1 + t_2)$ получаем значение

$$\frac{t_1}{t_1 + t_2} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1.$$

Разбалловка: Высота подъема выражена через время подъема – 10 баллов.

Расстояние от верхней точки до земли выражено через время падения – 5 баллов.

Составлено уравнение связи времен подъема и падения – 5 баллов.

Получен ответ – 10 баллов.

2. (30 баллов) На дне цилиндрического сосуда лежит наполовину погруженный в воду шар. После доливания в сосуд воды шар стал плавать, а после того, как сосуд закрыли крышкой, оказался погруженным в воду на $3/4$ своего объема, действуя на крышку с такой же по величине силой, с какой вначале давил на дно. На какую часть своего объема шар был погружен при плавании?

Ответ. Плавающий шар был погружен на $5/8$ своего объема.

Решение. Запишем баланс действующих на шар сил в начальном положении в виде

$$mg = \frac{1}{2}F_A + N,$$

где mg – сила тяжести, F_A – сила Архимеда, которая действовала бы на полностью погруженный в воду шар, и N – сила реакции дна. Для конечного положения баланс сил имеет вид

$$mg + N = \frac{3}{4}F_A,$$

где N теперь имеет смысл силы реакции крышки. Исключая из записанных уравнений силу N , приходим к соотношению

$$mg = \frac{5}{8}F_A,$$

которое имеет смысл баланса сил при плавании шара. Как можно заключить, плавающий шар погружен на $5/8$ своего объема.

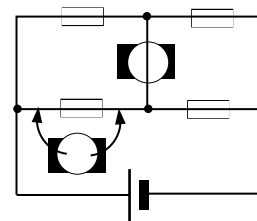
Разбалловка. Записан баланс сил для начального положения – 5 баллов.

Записан баланс сил для конечного положения – 5 баллов.

Записан баланс сил для плавающего шара – 5 баллов.

Получен ответ – 15 баллов.

3. (40 баллов) К батарее подключена цепь, состоящая из резисторов по 5 кОм и амперметра с пренебрежимо малым сопротивлением (см. рис.). После того, как параллельно одному из резисторов подключили вольтметр, амперметр стал показывать ток, составляющий 5% от тока через батарею. Найти сопротивление вольтметра.



Ответ. Сопротивление вольтметра равно 22,5 кОм.

Решение. Обозначим ток через батарею через I , тогда ток через амперметр равен $0,05I$. Поскольку правые на схеме резисторы фактически соединены параллельно друг другу (сопротивление амперметра пренебрежимо мало), то токи через них одинаковы и равны $0,5I$.

Левые участки схемы также включены параллельно друг другу, следовательно, напряжения на них одинаковы. Поскольку подключение вольтметра уменьшило сопротивление в нижней левой ветви, ток в этой ветви превышает ток в верхнем левом резисторе. Отсюда можно сделать вывод, что ток через амперметр ($0,05I$) течет на схеме вверх. Сложение этого тока с током через левый верхний резистор дает ток $0,5I$ в правом верхнем резисторе. Следовательно, ток через левый верхний резистор равен $0,45I$. Ток, проходящий через параллельно соединенные резистор и вольтметр, находится как сумма токов через правый нижний резистор ($0,5I$) и через амперметр ($0,05I$) и, следовательно, равен $0,55I$. Обозначив сопротивление резистора через R и сопротивление вольтметра через R_V , запишем условие равенства напряжений на верхней и нижней левых ветвях цепи как

$$0,45IR = 0,55I \frac{RR_V}{R + R_V}.$$

Из полученного уравнения находим, что $R_V = 4,5R = 22,5$ кОм.

Разбалловка. Понята одинаковость токов через правые резисторы – 10 баллов.

Понята направление тока через амперметр – 10 баллов.

Составлено уравнение равенства напряжений на левых резисторах – 10 баллов.

Найдено сопротивление вольтметра – 10 баллов.

ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКИ

9 класс

1. (30 баллов) С балкона вертикально вверх бросили мяч так, что высота его подъема над балконом составила $1/4$ всего пути до земли. Какую часть времени полета занял подъем?

Ответ. Время подъема составило $\frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \approx 0,37$ всего времени полета.

Решение. Обозначим время подъема мяча до верхней точки через t_1 , а время падения от верхней точки до земли через t_2 . Тогда высоту подъема мяча над балконом можно записать (пользуясь обратимостью движения) как $gt_1^2/2$, а расстояние от верхней точки до земли как $gt_2^2/2$ (g – ускорение свободного падения). Согласно условию задачи выполняется соотношение

$$\frac{gt_1^2}{2} = \frac{1}{4} \left(\frac{gt_1^2}{2} + \frac{gt_2^2}{2} \right),$$

откуда следует, что $t_2 = \sqrt{3}t_1$. В итоге для искомого отношения $t_1/(t_1 + t_2)$ получаем значение

$$\frac{t_1}{t_1 + t_2} = \frac{1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}.$$

Разбалловка: Высота подъема выражена через время подъема – 10 баллов.

Расстояние от верхней точки до земли выражено через время падения – 5 баллов.

Составлено уравнение связи времен подъема и падения – 5 баллов.

Получен ответ – 10 баллов.

2. (30 баллов) На дне цилиндрического сосуда лежит наполовину погруженный в воду шар. После доливания в сосуд воды шар стал плавать, а после того, как сосуд закрыли крышкой, оказался погруженным в воду на $5/6$ своего объема, действуя на крышку с такой же по величине силой, с какой вначале давил на дно. На какую часть своего объема шар был погружен при плавании?

Ответ. Плавающий шар был погружен на $2/3$ своего объема.

Решение. Запишем баланс действующих на шар сил в начальном положении в виде

$$mg = \frac{1}{2}F_A + N,$$

где mg – сила тяжести, F_A – сила Архимеда, которая действовала бы на полностью погруженный в воду шар, и N – сила реакции дна. Для конечного положения баланс сил имеет вид

$$mg + N = \frac{5}{6}F_A,$$

где N теперь имеет смысл силы реакции крышки. Исключая из записанных уравнений силу N , приходим к соотношению

$$mg = \frac{2}{3}F_A,$$

которое имеет смысл баланса сил при плавании шара. Как можно заключить, плавающий шар погружен на $2/3$ своего объема.

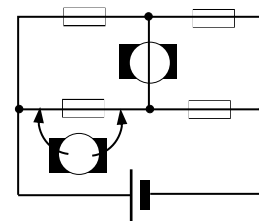
Разбалловка. Записан баланс сил для начального положения – 5 баллов.

Записан баланс сил для конечного положения – 5 баллов.

Записан баланс сил для плавающего шара – 5 баллов.

Получен ответ – 15 баллов.

3. (40 баллов) К батарее подключена цепь, состоящая из резисторов по 2 кОм и амперметра с пренебрежимо малым сопротивлением (см. рис.). После того, как параллельно одному из резисторов подключили вольтметр, амперметр стал показывать ток, составляющий 1% от тока через батарею. Найти сопротивление вольтметра.



Ответ. Сопротивление вольтметра равно 49 кОм.

Решение. Обозначим ток через батарею через I , тогда ток через амперметр равен $0,01I$. Поскольку правые на схеме резисторы фактически соединены параллельно друг другу (сопротивление амперметра пренебрежимо мало), то токи через них одинаковы и равны $0,5I$.

Левые участки схемы также включены параллельно друг другу, следовательно, напряжения на них одинаковы. Поскольку подключение вольтметра уменьшило сопротивление в нижней левой ветви, ток в этой ветви превышает ток в верхнем левом резисторе. Отсюда можно сделать вывод, что ток через амперметр ($0,01I$) течет на схеме вверх. Сложение этого тока с током через левый верхний резистор дает ток $0,5I$ в правом верхнем резисторе. Следовательно, ток через левый верхний резистор равен $0,49I$. Ток, проходящий через параллельно соединенные резистор и вольтметр, находится как сумма токов через правый нижний резистор ($0,5I$) и через амперметр ($0,01I$) и, следовательно, равен $0,51I$. Обозначив сопротивление резистора через R и сопротивление вольтметра через R_V , запишем условие равенства напряжений на верхней и нижней левых ветвях цепи как

$$0,49IR = 0,51I \frac{RR_V}{R + R_V}.$$

Из полученного уравнения находим, что $R_V = 24,5R = 49$ кОм.

Разбалловка. Понята одинаковость токов через правые резисторы – 10 баллов.

Понято направление тока через амперметр – 10 баллов.

Составлено уравнение равенства напряжений на левых резисторах – 10 баллов.

Найдено сопротивление вольтметра – 10 баллов.