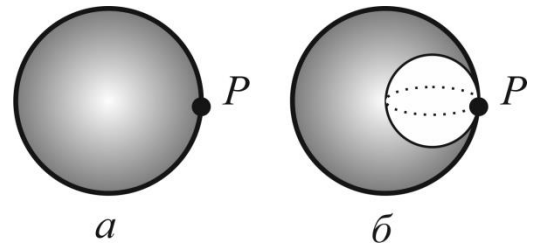


**Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО
«Будущее Сибири»
II (заключительный) этап, 2023–2024 учебный год
Физика 10 класс**

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

1. Модули напряженности и потенциала в точке P равномерно положительно заряженного шара (см. рис. a) равны соответственно E_0 и φ_0 . Из шара вырезают шарик в два раза меньшего радиуса (убирая соответствующую долю заряда большого шара), примыкающий к точке P так, как показано на рис. b . Определите модули напряженности и потенциала оставшейся части большого шара в той же самой точке P . Считать, что после вырезания маленького шарика оставшийся заряд по-прежнему равномерно распределен по объему усеченного шара.



Решение

$$E_f = E_0(q, a) - E_0(q/8, a/2); \quad 3 \text{ б.}$$

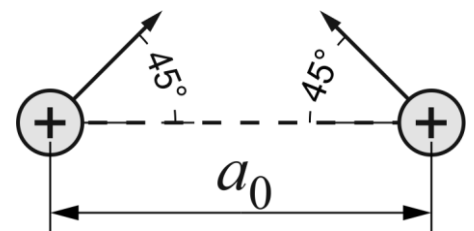
$$E_0(q, a) = \alpha \frac{q}{a^2} \Rightarrow E_0(q/8, a/2) = \frac{E_0(q, a)}{2} = \frac{E_0}{2}; \quad 2 \text{ б.}$$

аналогично: $\varphi_0(q, a) = \alpha \frac{q}{a}; \quad 2 \text{ б.}$

$$\varphi_f = \varphi_0(q, a) - \varphi_0(q/8, a/2) = \frac{3}{4} \varphi_0(q, a) = \frac{3}{4} \varphi_0; \quad 3 \text{ б.}$$

Ответ: $E_f = \frac{E_0}{2}, \varphi_f = \frac{3}{4} \varphi_0$

2. Два одинаковых точечных заряда в начальный момент времени находятся на расстоянии $a_0 = 30$ см друг от друга и имеют начальные скорости, направленные под углом 45° к соединяющей их линии так, как показано на рисунке. При этом их суммарная кинетическая энергия равна потенциальной энергии взаимодействия друг с другом. Определите расстояние между зарядами в момент времени их максимального сближения.



Решение

$$K_0 = 2 \frac{mV_0^2}{2} = W_0 = k \frac{q}{a_0} \Rightarrow V_0^2 = k \frac{q}{ma_0}; \quad 2 \text{ б.}$$

$$V_f = V_{0y} = V_0 \cdot \cos 45^\circ = V_0 / \sqrt{2}, \text{ т.к. } F_y = 0; \quad 3 \text{ б.}$$

$$K_f = 2 \frac{mV_f^2}{2} = K_0 / 2, \Rightarrow K_0 + W_0 = 2W_0 =$$

$$= K_f + k \frac{q}{a} = W_0 / 2 + k \frac{q}{a} \Rightarrow k \frac{q}{a} = 3W_0 / 2 = 3k \frac{q}{2a_0}$$

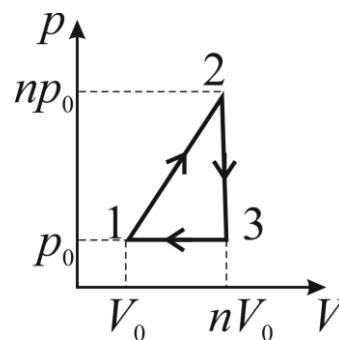
3 б.

$$a = \frac{2a_0}{3}$$

2 б.

Ответ: $a = 20$ см

3. На рисунке в координатах (p, V) , давление и объем, показан циклический процесс с идеальным одноатомным газом. Вычислите количество тепла, подведенное к газу за цикл и КПД цикла.



Решение

Газ получает тепло только на участке 1-2

16

Газ отдает тепло на участках 2-3 и 3-1

Полученное газом за цикл количество теплоты — это полученное на участке 1-2

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} P_0 V_0 (n^2 - 1) \quad 26$$

Работа

$$A_{12} = \frac{P_0(n+1)}{2} V_0 (n-1) = \frac{1}{2} P_0 V_0 (n^2 - 1) \quad 26$$

Тогда $Q_{12} = 2P_0 V_0 (n^2 - 1) \quad 16$

Работа газа за цикл численно равна «площади» цикла

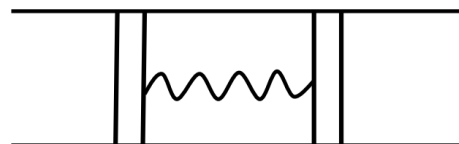
$$A_{ц} = \frac{1}{2} P_0 V_0 (n-1)^2 \quad 26$$

КПД цикла

$$\eta = \frac{A_{ц}}{Q_{12}} = \frac{1}{4} \frac{(n-1)}{(n+1)} \quad 26$$

Ответ: $Q_{12} = 2P_0 V_0 (n^2 - 1) \quad \eta = \frac{A_{ц}}{Q_{12}} = \frac{1}{4} \frac{(n-1)}{(n+1)}$

4. На рисунке показан цилиндр с двумя поршнями, соединенными упругой пружиной. Между поршнями находится ν молей идеального одноатомного газа при температуре T_1 , справа и слева от поршней — газа нет (вакуум). Из-за давления газа между поршнями



пружина растянута. Газ медленно нагревают до температуры $T_2 > T_1$, при этом длина растянутой пружины увеличивается в n раз. Определите количество тепла, подведенное к газу. Теплоемкостями цилиндра, поршня и пружины пренебречь, трения при движении поршней нет. Известны только величины $n, \nu, T_1, T_2; R$ – газовая постоянная.

Решение

Обозначим текущее расстояние между поршнями через $L = x$.

При нагревании газа это расстояние увеличивается. Пусть S сечение цилиндра (поршней), упругая постоянная пружины κ , текущее давление газа и температура $p(x), T(x)$; длина нерастянутой пружины L_0 . 1) Для начального (p_1, T_1) и конечного (p_2, T_2) состояний газа, используя уравнение состояния газа $pSx = \kappa x^2 = \nu RT$ получаем соотношение:

$$p_{1,2} S x_{1,2} = \nu R T_{1,2} \Rightarrow p_2 = p_1 (T_2 / n T_1), x_2 - x_1 = (n - 1) x_1 = (n - 1) \nu R T_1 / p_1 S \quad 2 \text{ б.}$$

Текущее давление газа $p(x)$ определяем из условий равновесия поршней:

$$p(x)S - p_1 S = \kappa(x - L_0) - \kappa(x_1 - L_0) \Rightarrow p(x) = p_1 + \frac{\kappa(x - x_1)}{S} \Rightarrow \quad 2 \text{ б.}$$

$$\Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{\kappa(n - 1)x_1}{S} = \frac{\nu R T_1}{S x_1} \left(\frac{T_2}{n T_1} - 1 \right)$$

Работу газа находим как площадь под графиком $p(x) = p_1 + \kappa(x - x_1) / S$:

$$\Rightarrow A = \sum P(V) \Delta V = \sum p(x) S \Delta x = \frac{p_1 + p_1 + \kappa(n x_1 - x_1) / S}{2} \cdot (n x_1 - x_1) S = \quad 5 \text{ б.}$$

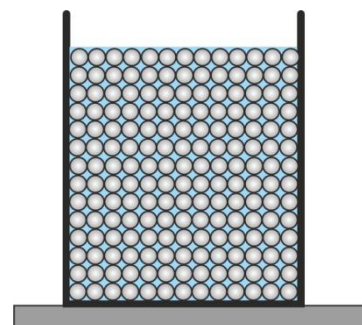
$$= p_1 (n - 1) x_1 S + \frac{\kappa x_1^2 (n - 1)^2}{2} \Rightarrow A = \frac{\nu R (n - 1) T_1}{2} + \frac{\nu R (n - 1) T_2}{2n}$$

Тогда

$$Q = \Delta E + A = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \frac{\nu R (n - 1) T_1}{2} + \frac{\nu R (n - 1) T_2}{2n} \quad 1 \text{ б.}$$

Ответ: $Q = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \frac{\nu R (n - 1) T_1}{2} + \frac{\nu R (n - 1) T_2}{2n}$

5. В цилиндрический стакан налита вода плотностью $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ до высоты $h_0 = 1,00 \text{ м}$. После этого в стакан засыпают мелкие стальные шарики с плотностью $\rho_{\text{Fe}} = 7,14 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ровно до тех пор, пока последний слой шариков не покрывается водой. Средняя плотность образовавшейся смеси равна $\rho_{\text{ср}} = 4,07 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Определите высоту столба воды в стакане, покрывающего железные шарики.



Решение

Предположим, что шарики плотно упакованы, тем не менее, существует объем, недоступный шарикам, куда и заливается вода. Введем некоторый коэффициент, характеризующий долю доступного шарикам объема, т.е.

$$\alpha = V_{\text{дост}} / V \Rightarrow V_{\text{дост}} = \alpha V \quad 2 \text{ б.}$$

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{\rho_{\text{Fe}}\alpha V + \rho_{\text{H}_2\text{O}}(1-\alpha)V}{V} = \rho_{\text{Fe}}\alpha + \rho_{\text{H}_2\text{O}}(1-\alpha) \Rightarrow \alpha = \frac{\rho_{\text{ср}} - \rho_{\text{H}_2\text{O}}}{\rho_{\text{Fe}} - \rho_{\text{H}_2\text{O}}} \quad 3 \text{ б.}$$

$$V_{\text{дост}} = \alpha Sh \Rightarrow V_{\text{H}_2\text{O}} = (1-\alpha)Sh \quad 2 \text{ б.}$$

$$V_{\text{H}_2\text{O}} = (1-\alpha)Sh = Sh_0 \Rightarrow h = h_0 / (1-\alpha) = h_0 \frac{\rho_{\text{Fe}} - \rho_{\text{H}_2\text{O}}}{\rho_{\text{Fe}} - \rho_{\text{ср}}} \approx 2 \text{ м} \quad 3 \text{ б.}$$

Ответ: 2 м