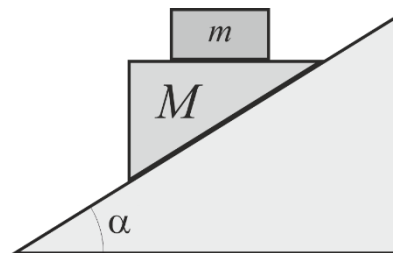


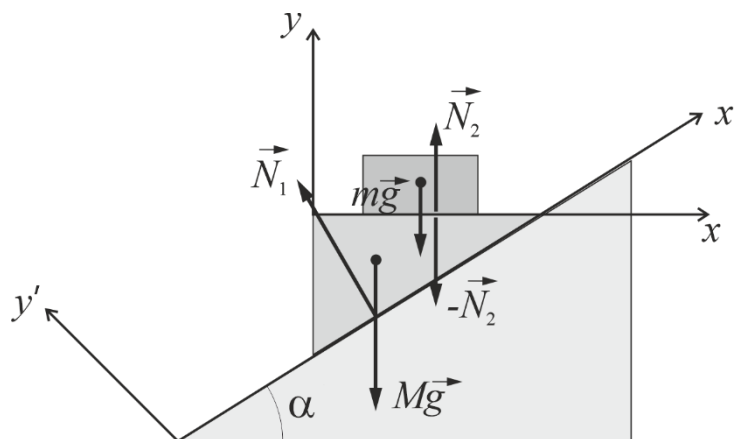
**Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО
«Будущее Сибири»
II (заключительный) этап, 2024–2025 учебный год
Физика 10 класс**

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

1. В поле тяжести Земли, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, на наклонной плоскости с углом при основании $\alpha = 45^\circ$, находятся клин с массой $M = 0,2 \text{ кг}$, и кубик с массой $m = 0,1 \text{ кг}$. Трения между кубиком и клином, клином и наклонной плоскостью – нет. Первоначально кубик и клин удерживаются в состоянии покоя, затем систему грузов без толчка отпускают, предоставляя самой себе. Определите ускорение клина a_1 и ускорение кубика относительно клина $a_{m/M} = a_2$ сразу же после плавного отпускания клина и кубика.



Решение



1) В системе координат (x', y') , связанной с наклонной плоскостью, уравнения второго закона Ньютона для клина имеют вид:

$$N_1 - Mg \cos \alpha - N_2 \cos \alpha = 0, \quad Mg \sin \alpha + N_2 \sin \alpha = Ma_1. \quad 36.$$

2) В системе координат (x, y) , связанной с клином, уравнения второго закона Ньютона для кубика имеют вид:

$$mg - N_2 = ma_{1y} = ma_1 \sin \alpha, \quad a_{m/M} = a_2 = -a_{1x} = -a_1 \cos \alpha. \quad 36.$$

3) Из приведенных систем находим:

$$\frac{Mg + N_2}{mg - N_2} = \frac{M}{m \sin^2 \alpha} \Rightarrow N_2 = \frac{Mmg \cos^2 \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} \Rightarrow a_1 = \frac{(M + m)g \sin \alpha}{M + m \sin^2 \alpha},$$

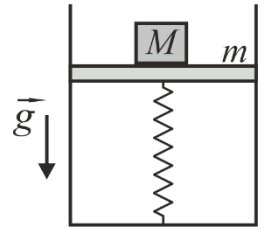
$$a_2 = -a_1 \cos \alpha = -\frac{(M + m)g \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha}. \quad 46.$$

После подстановки получим:

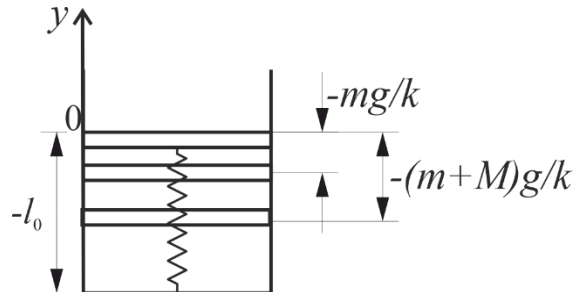
$$a_1 = 8,485 \text{ м/с}^2 \approx 8,49 \text{ м/с}^2, \quad a_2 = -6 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_1 = 8,49 \text{ м/с}^2$, $a_2 = -6 \text{ м/с}^2$.

2. В поле тяжести Земли, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, находится пружинка с коэффициентом жесткости $k = 270 \text{ Н/м}$ с прикрепленной к ней массой $m = 0,3 \text{ кг}$. Сверху на массу m положили другую массу $M = 0,9 \text{ кг}$. Стартуя из возникшего состояния покоя системы, массу M убрали. Определите: максимальную скорость массы m при ее последующем движении и деформацию Δl пружины в этот момент. Массой пружины пренебречь.



Решение



1) Введем обозначения: длина нерастянутой пружины l_0 , деформации пружины

относительно точки отсчета 0: $y_0 = -\frac{(m+M)g}{k}$, $y_1 = -\frac{mg}{k}$. 36.

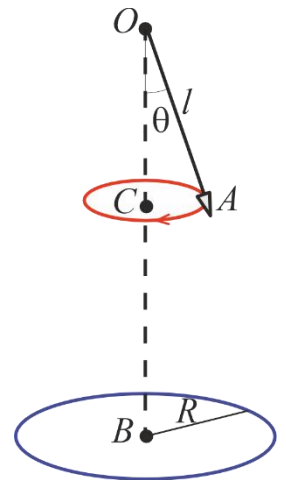
2) выпишем закон сохранения энергии:

$$mgy_0 + \frac{ky_0^2}{2} = mgy_1 + \frac{ky_1^2}{2} + \frac{mV_1^2}{2}, V_1 = V_{\max} \Rightarrow V_{\max} = \frac{Mg}{\sqrt{mk}} \quad 56.$$

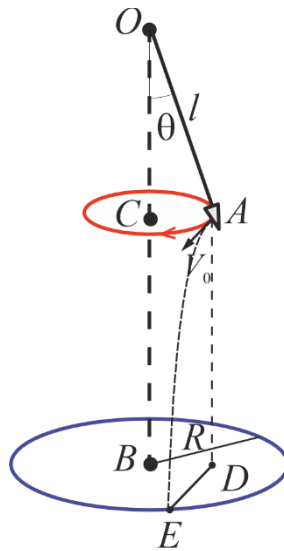
$$3) V_{\max} = \frac{Mg}{\sqrt{mk}} = 1 \text{ м/с}. \quad \Delta l = mg/k = 3/270 = 0,0111... \approx 0,01 \text{ м}. \quad 26.$$

Ответ: $\Delta l = 0,01 \text{ м}$.

3. Небольшая кювета-капельница (расположена в точке), подвешенная к точке O на тонкой невесомой нити длины $l = 1 \text{ м}$, вращается в поле тяжести Земли, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, равномерно вокруг оси OC с углом наклона нити $\theta = 30^\circ$. На расстоянии $OC + CB = 2l$ от точки подвеса по вертикали расположена горизонтальная плоскость. Определите, с точностью до сотых: скорость V_0 , с которой капли покидают капельницу, а также радиус R окружности в указанной горизонтальной плоскости, на которую попадают вылетающие из капельницы капли подкрашенной жидкости. Считать, что расход жидкости из капельницы происходит медленно, так что в течение нескольких оборотов капельницы вокруг оси OC ее масса существенно не изменяется.



Решение



1) Второй закон Ньютона для капельницы приводит к уравнениям:

$$T \cos \theta = Mg, \frac{MV_0^2}{r} = \frac{MV_0^2}{l \cdot \sin \theta} = T \sin \theta = Mg \cdot \tan \theta \Rightarrow r = \frac{V_0^2}{g \cdot \tan \theta} = l \cdot \sin \theta \Rightarrow V_0^2 = gl \sin \theta \tan \theta. \quad 46.$$

$$2) AD = 2l - l \cos \theta = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l(2 - \cos \theta)}{g}} \Rightarrow DE = V_0 t = l \sin \theta \sqrt{\frac{2(2 - \cos \theta)}{\cos \theta}}. \quad 36.$$

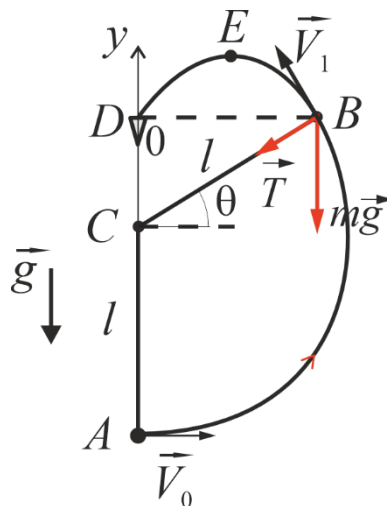
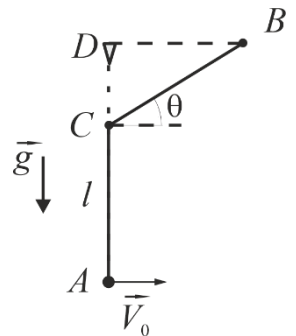
$$R = \sqrt{AC^2 + DE^2} = l \sin \theta \sqrt{1 + \frac{2(2 - \cos \theta)}{\cos \theta}} \approx 0,95m.$$

$$3) V_0 = \sqrt{\frac{gl \sin^2 \theta}{\cos \theta}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,25}{0,831}} \approx 1,699 \approx 1,70 \text{ м/с}. \quad 36.$$

Ответ: $R = 0,95 \text{ м}$. $V_0 = 1,70 \text{ м/с}$.

4. Частица на тонкой невесомой нерастяжимой нити длины $l = 0,9$ м прикрепленной к точке C , запускается из точки A со скоростью V_0 . В точке B , при некотором угле θ , движение по окружности переходит в свободное падение. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. При какой начальной скорости V_0 и угле θ частица попадет в корзину D , расположенную на уровне точки B .

Решение



$$1) \frac{mV_0^2}{2} - mgl(1 + \sin \theta) = \frac{mV_1^2}{2} \Rightarrow V_0^2 = V_1^2 + 2gl(1 + \sin \theta) \quad 26.$$

$$T_B = 0$$

$$2) \frac{mV_1^2}{l} = mg \sin \theta \Rightarrow V_1^2 = gl \sin \theta \quad 26.$$

$$V_1 \sin \theta \cdot t = l \cos \theta, V_1 \cos \theta - \frac{gt}{2} = 0,$$

$$3) t = 2 \frac{V_1 \cos \theta}{g}, \left(\frac{2V_1^2 \sin \theta}{g} - l \right) \cos \theta = 0 \Rightarrow V_1^2 = \frac{gl}{2 \sin \theta} \quad 26.$$

$$4) \begin{cases} V_1^2 = \frac{gl}{2 \sin \theta} \\ V_1^2 = gl \sin \theta \end{cases} \Rightarrow (\sin \theta)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ \quad 26.$$

$$5) V_0^2 = \frac{gl}{2 \sin \theta} + 2gl(1 + \sin \theta) = 2gl \left(\frac{1}{4 \sin \theta} + 1 + \sin \theta \right) \approx 37 \left(\frac{m}{c} \right)^2 \quad 26.$$

Ответ $V_0 = 6 \text{ м/с}$, $\theta = 45^\circ$

5. Какую максимальную массу, включая вес самого вертолѐта, может поднять вертолѐт, оснащённый моторчиком мощностью $P=100 \text{ Вт}$ и винтом, имеющим длину лопасти (радиус) $R=30 \text{ см}$? Плотность воздуха $\rho=1,25 \text{ кг/м}^3$, $g=10 \text{ м/с}^2$.

Решение

Для поддержания вертолѐта в воздухе необходимо уравновесить силу тяжести силой тяги: **реактивной** силой, создаваемой при «**выбрасывании**» воздуха вниз. (балл даётся только при явном словесном описании природы удерживающей силы) 16

$$\text{Условие равновесия } F_{\text{тяги}} = mg \quad 16$$

$$\text{Реактивная сила тяги } F_{\text{тяги}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad 16$$

$$\text{Изменение импульса разгоняемого до скорости } V \text{ воздуха } \Delta p = \Delta m \cdot V \quad 16$$

Масса разгоняемого за время Δt воздуха $\Delta m = V \Delta t S \rho$, где $S = \pi R^2$ площадь, охватываемая винтом при вращении. 16

$$\text{Тогда требуемая скорость воздуха } V = \sqrt{\frac{mg}{\rho S}} \quad 16$$

Мощность моторчика расходуется на увеличение кинетической энергии воздуха $P = \frac{\Delta E_{\text{кин}}}{\Delta t}$ 16

$$\Delta E_{\text{кин}} = \Delta m V^2 / 2 = \rho S V^3 / 2 \quad 16$$

В итоге для мощности получим $P = \frac{(mg)^{3/2}}{2\sqrt{\rho S}}$. 16

Тогда **полная взлётная масса** $m = \frac{(2P)^{2/3}(\rho S)^{1/3}}{g} = 2,4\text{кг}$ 16

Ответ: $m = \frac{(2P)^{2/3}(\rho S)^{1/3}}{g} = 2,4\text{кг}$