

Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО

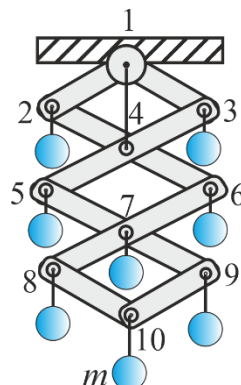
«Будущее Сибири»

II (заключительный) этап, 2024–2025 учебный год

Физика 11 класс (1 вариант)

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

1. Из восьми невесомых абсолютно твердых пластин собрана конструкция, изображенная на рисунке. Пластины в точках 1, 2, ..., 10 соединены шарнирами, в которых отсутствует трение. Точки 1 и 4 соединены невесомой и нерастяжимой нитью, а к точкам 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 прикреплены одинаковые грузы массой $m = 0,10$ кг каждый. **Найдите силу натяжения нити T .**



Ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Ответ округлите до целых.

Решение

Воспользуемся методом виртуальных перемещений.

Предположим, что нить стала короче на малую величину Δl . Тогда точки 2 и 3 поднимутся на расстояние $\frac{1}{2}\Delta l$, точки 5 и 6 – на $\frac{3}{2}\Delta l$, точка 7 – на $\frac{4}{2}\Delta l$, точки 8 и 9 – на $\frac{5}{2}\Delta l$, точка 10 – на $\frac{6}{2}\Delta l$. При этом увеличение потенциальной энергии системы будет равно работе силы натяжения нити:

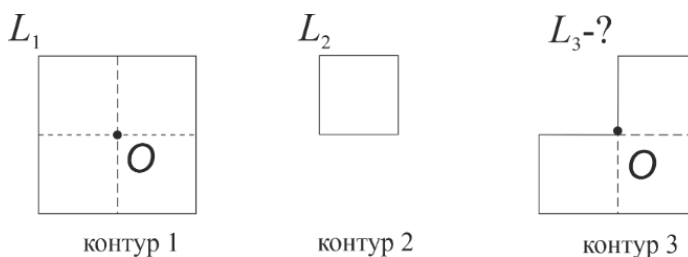
$$T\Delta l = (2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + 2 \cdot \frac{5}{2} + \frac{6}{2})mg\Delta l = 14mg\Delta l. \quad 8 \text{ б.}$$

Следовательно,

$$T = 14mg = 13,7 \text{ Н} \approx 14 \text{ Н} \quad 2 \text{ б.}$$

Ответ: $T = 14 \text{ Н}$

2. Индуктивность контура 1, имеющего форму квадрата, равна L_1 , а контура 2, имеющего форму квадрата, сторона которого в два раза меньше, равна L_2 . Выразите индуктивность L_3 контура 3 (см. рисунок) через L_1 и L_2 .



Решение

Пусть по контурам 1 и 2 текут одинаковые токи силой I в одинаковых направлениях. Мысленно заполним площадь контура 1 контурами 2 (см. рисунок 2).

Приравняем магнитные потоки.

$$L_1 \cdot I = 4L_2 \cdot I + 8\Phi_c + 4\Phi_d \quad 4 \text{ б.}$$

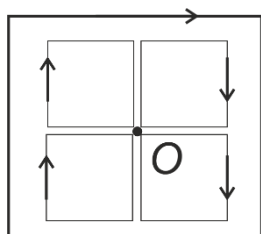


рис 2

Здесь Φ_c - магнитный поток через площадь контура 2, создаваемый полем соседнего контура 2 (у контуров общая сторона), а Φ_d - магнитный поток через площадь контура 2, создаваемый полем контура 2, расположенным по диагонали

(контуры касаются только в точке O).

Следовательно,

$$(L_1 - 4L_2) \cdot I = 8\Phi_c + 4\Phi_d \quad (1) \quad 16.$$

Для контура 3 (см. рисунок 3) аналогичные уравнения имеют вид

$$L_3 \cdot I = 3L_2 \cdot I + 4\Phi_c + 2\Phi_d \quad 26.$$

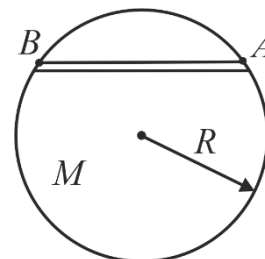
$$(L_3 - 3L_2) \cdot I = 4\Phi_c + 2\Phi_d \quad (2) \quad 16.$$

Используя (1) и (2), выразим L_3 :

$$\frac{L_1 - 4L_2}{L_3 - 3L_2} = 2 \Rightarrow L_3 = L_2 + \frac{L_1}{2}. \quad 26.$$

Ответ: $L_3 = L_2 + \frac{L_1}{2}$

3. Для того, чтобы без затрат энергии перемещать грузы на Луне из пункта A в пункт B, был прорыт прямолинейный туннель, соединяющий эти пункты. **За какое время t_{AB} груз, опущенный в туннель в пункте A, под действием силы тяжести долетит до пункта B?** Трением груза о стенки туннеля пренебречь, воздуха на Луне нет. Масса Луны $M = 7,35 \cdot 10^{22}$ кг, диаметр $D = 3474$ км. Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / (\text{кг} \cdot \text{с}^2)$. Ответ дайте в часах, округлив до двух значащих цифр.



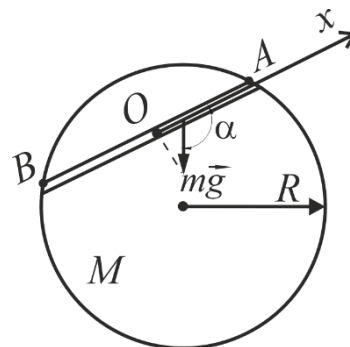
Решение

Направим ось X вдоль туннеля в сторону пункта A.

В проекциях на эту ось второй закон Ньютона имеет вид:

$$ma_x = mg_r \cos \alpha. \quad (1) \quad 16.$$

Здесь g_r - модуль ускорения свободного падения на расстоянии r от центра Луны. α - угол между вектором $\vec{g}_r$ и осью X.



Выразим g_r через ускорение свободного падения на поверхности Луны g_L .

$$g_r = G \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{r^2} = G \frac{4}{3}\pi r \rho. \quad 16.$$

$$g_L = G \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R^2} = G \frac{4}{3}\pi R \rho. \quad 16.$$

Следовательно,

$$g_r = g_{\text{л}} \frac{r}{R}. \quad 16.$$

Учтем, что

$$\cos \alpha = -\frac{x}{r}. \quad 16.$$

Подставляя в (1), получаем уравнение гармонических колебаний;

$$a_x + \frac{g_{\text{л}}}{R} x = 0. \quad 16.$$

Тогда циклическая частота ω и период колебаний тела в туннеле T равны

$$\omega = \sqrt{\frac{g_{\text{л}}}{R}}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g_{\text{л}}}}. \quad 16.$$

Искомое время равно половине периода:

$$t_{AB} = \pi \sqrt{\frac{R}{g_{\text{л}}}}. \quad 16.$$

Находим ускорение свободного падения на поверхности Луны $g_{\text{л}}$:

$$g_{\text{л}} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7,35 \cdot 10^{22}}{(0,5 \cdot 3,474 \cdot 10^6)^2} = 1,62 \text{ м/с}^2 \quad 16.$$

Вычисляем искомое время:

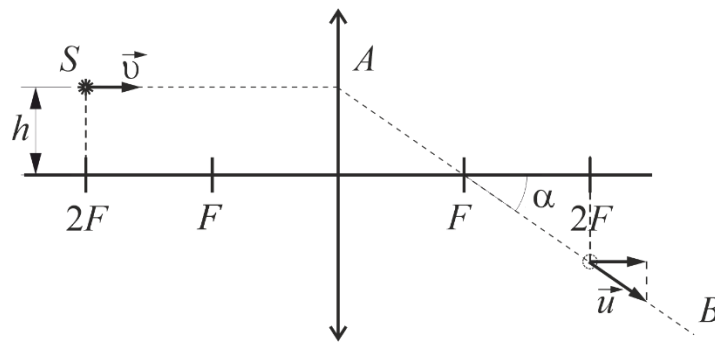
$$t_{AB} = \pi \sqrt{\frac{0,5 \cdot 3,474 \cdot 10^6}{1,62}} = 3,25 \cdot 10^3 \text{ с} = 0,90 \text{ час} \quad 16.$$

Ответ: $t_{AB} = 0,90$ час

4. Светлячок ползет со скоростью $v = 5,0$ см/с параллельно главной оптической оси тонкой собирающей линзы на расстоянии $h = 3,0$ см от оси. **С какой скоростью и под каким углом к оптической оси линзы перемещается изображение светлячка в момент, когда он находится на расстоянии $a = 20$ см от плоскости, в которой расположена линза. Фокусное расстояние линзы $F = 10$ см. Считайте, что светлячок является точечным источником света.**

Ответ округлите до двух значащих цифр.

Решение



Учтем, что в заданный момент светячок находится на расстоянии $2F$ от плоскости, в которой расположена линза. В этом случае коэффициент продольного и поперечного увеличения равны единице. При этом, поскольку источник света движется параллельно главной оптической оси, его изображение движется с некоторой скоростью $\vec{u}$ вдоль направления AB .

Угол α , под которым перемещается изображение светлячка определим из соотношения

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{F} = 0,30 \quad 46.$$

Следовательно, $\alpha = 16^{\circ},7 \approx 17^{\circ}$. (Ответ) 16.

Проекция вектора скорости изображения $\vec{u}$ на направление главной оптической оси линзы в случае единичного коэффициента увеличения не отличается от скорости источника света. Следовательно, модуль вектора скорости изображения равен

$$u = \frac{v}{\cos \alpha} = \frac{5}{\cos 16^{\circ},7} = 5,2 \text{ см/с}. \quad () \quad 56.$$

Ответ $u = 5,2 \text{ см/с}$

5. Эйфелева башня в Париже представляет собой цельнометаллическую конструкцию высотой $H = 300$ м. Оцените какая разность потенциалов электростатического поля возникает за счет силы тяжести между верхней и нижней точкой башни. *Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие в условии задачи величины, выбрать их численные значения и получить численный результат.*

Решение

За счет силы тяжести свободные электроны металла смещаются в нижнюю часть башни. Перераспределение заряда прекращается, когда сила тяжести уравновешивается силой возникшего электрического поля:

$$q \cdot E = m \cdot g. \quad 46.$$

Следовательно, напряженность электростатического поля, обусловленная силой тяжести, равна

$$E = \frac{m \cdot g}{q}. \quad 16.$$

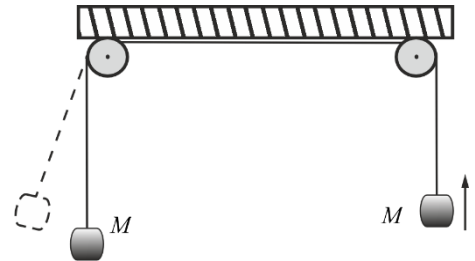
Тогда для разности потенциалов получаем:

$$U = E \cdot H = \frac{m \cdot g \cdot H}{q} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9,8 \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ В}. \quad 56.$$

6. *Задача-демонстрация* (демонстрируется видеоролик). Два тела одинаковой массы связаны между собой нерастяжимой нитью малой массы,

перекинутой через блок с малым трением на вращение. В состоянии покоя тела находятся в равновесии. Объясните, почему колебания одного

из тел сопровождаются нарушением равновесия, причем колеблющееся тело опускается, а второе тело поднимается. Почему это движение прекратиться после нескольких колебаний.



Решение

Рассмотрим упрощенную схему опыта. Пусть верхний конец нити того груза, который совершает колебания, закреплен. Определим, при каких углах отклонения нити от вертикали α , сила натяжения T превышает силу притяжения груза к Земле.

Пусть m – масса груза (считаем груз материальной точкой), l – длина нити, α_0 – начальный угол отклонения нити маятника от вертикали. Силой сопротивления воздуха вначале пренебрегаем. Рассмотрим случай, когда маятник отклонили на угол α_0 и отпустили без толчка.

Из закона сохранения механической энергии

$$mgh_0 = mgh + \frac{mv^2}{2}. \quad (1) \quad 26.$$

Высоту h считаем равной нулю при прохождении грузом положения равновесия.

$$h_0 = l(1 - \cos \alpha_0) \quad 16.$$

$$h = l(1 - \cos \alpha) \quad 16.$$

Из 2-го закона Ньютона в проекциях на направление нити получим:

$$\frac{mv^2}{l} = T - mg \cos \alpha. \quad (2) \quad 26.$$

Из (1) и (2) выразим T через α и α_0 :

$$T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0). \quad (3) \quad 26.$$

Если $T \geq mg$, то

$$\cos\alpha \leq \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\cos\alpha_0. \quad (4) \quad 16.$$

Из формулы видно, что при уменьшении максимального угла отклонения нити маятника α_0 от вертикали, уменьшается и угол α . То есть уменьшается диапазон углов, при которых сила натяжения нити превышает силу тяжести ($T \geq mg$).

Из (3) получим отношение максимальной силы натяжения нити ($\alpha = 0$) к силе mg :

$$\frac{T_{\max}}{mg} = 3\cos 0 - 2\cos\alpha_0 = 3 - 2\cos\alpha_0. \quad (5) \quad 16.$$

Из формулы видно, что при уменьшении максимального угла отклонения нити маятника от вертикали α_0 , уменьшается и отношение $\frac{T_{\max}}{mg}$.

Вывод. При отклонении маятника на большой угол α_0 вначале во время нескольких колебаний сила натяжения нити существенно превышает силу тяжести в широком диапазоне углов. Но по мере затухания колебаний из-за сопротивления воздуха, эти эффекты уменьшаются. Кроме того, сила натяжения нити уменьшается и за счет возникшего движения маятника с ускорением, направленным вниз.

Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО

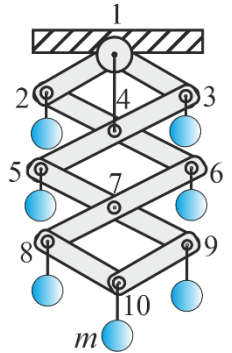
«Будущее Сибири»

II (заключительный) этап, 2024–2025 учебный год

Физика 11 класс (2 вариант)

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

1. Из восьми невесомых абсолютно твердых пластин собрана конструкция, изображенная на рисунке. Пластины в точках 1, 2, ..., 10 соединены шарнирами, в которых отсутствует трение. Точки 1 и 4 соединены невесомой и нерастяжимой нитью, а к точкам 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10 прикреплены одинаковые грузы массой $m = 0,20$ кг каждый.



Найдите силу натяжения нити T . Ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Ответ округлите до целых.

Воспользуемся методом виртуальных перемещений.

Предположим, что нить стала короче на малую величину Δl . Тогда точки 2 и 3

поднимутся на расстояние $\frac{1}{2}\Delta l$, точки 5 и 6 – на $\frac{3}{2}\Delta l$, точка 7 – на $\frac{4}{2}\Delta l$, точки 8 и 9 – на $\frac{5}{2}\Delta l$, точка 10 – на $\frac{6}{2}\Delta l$. При этом увеличение потенциальной энергии системы

будет равно работе силы натяжения нити:

$$T\Delta l = (2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{5}{2} + \frac{6}{2})mg\Delta l = 12mg\Delta l.$$

8 б.

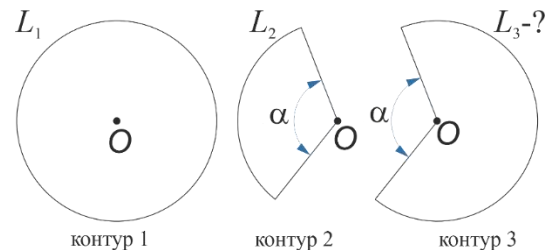
Следовательно,

$$T = 12mg = 23,5 \text{ Н} \approx 24 \text{ Н}$$

2 б.

Ответ: $T = 24 \text{ Н}$

2. Индуктивность контура 1, имеющего форму окружности, равна L_1 , а контура 2, имеющего форму сектора такой же окружности с углом $\alpha = 120^\circ$, равна L_2 . Выразите индуктивность L_3 контура 3 (см. рисунок) через L_1 и L_2 .



Решение

Пусть по контурам 1 и 2 текут одинаковые токи силой I в одинаковых

направлениях. Мысленно заполним площадь контура 1 контурами 2 (см. рисунок 2).

Приравняем магнитные потоки.

$$L_1 \cdot I = 3L_2 \cdot I + 6\Phi_c$$

4б.

Здесь Φ_c – магнитный поток через площадь контура 2, создаваемый полем соседнего

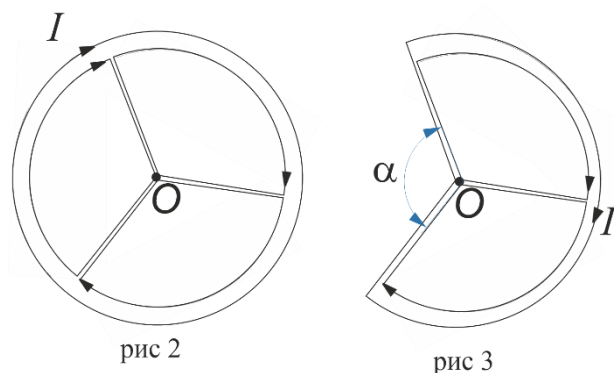


рис 2

рис 3

контура 2.

Следовательно,

$$(L_1 - 3L_2) \cdot I = 6\Phi_c \quad (1)$$

1б.

Для контура 3 (см. рисунок 3) аналогичные уравнения имеют вид

$$L_3 \cdot I = 2L_2 \cdot I + 2\Phi_c \quad 26.$$

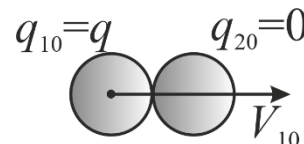
$$(L_3 - 2L_2) \cdot I = 2\Phi_c \quad (2) \quad 16.$$

Используя (1) и (2), выразим L_3 :

$$\frac{L_1 - 3L_2}{L_3 - 2L_2} = 3 \Rightarrow L_3 = L_2 + \frac{L_1}{3} \quad (\text{Ответ}) \quad 26.$$

Ответ: $L_3 = L_2 + \frac{L_1}{3}$

3. Проводящий шарик радиуса R с массой m и зарядом q налетает на точно такой же незаряженный шарик. Скорость налетающего шарика относительно шарика мишени непосредственно перед ударом V_{10} . Происходит центральный упругий удар, шары разлетаются в противоположные стороны. Определите скорости шаров на бесконечности.



Решение

Сразу же после удара скорость первого (налетающего) шарика становится равной нулю, шарик же мишени начинает двигаться со скоростью V_{10}

26.

После удара шаров заряд каждого из них составляет $q/2$

26.

Имеют место законы сохранения импульса:

$$mV_{10} = mV_1 + mV_2,$$

где V_1, V_2 – скорости шаров на бесконечности.

и энергии

$$\frac{mV_{10}^2}{2} + \frac{kq^2}{8R} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} \quad 36.$$

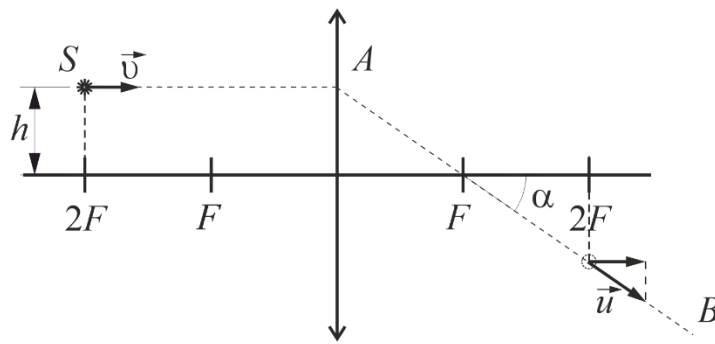
Решая систему, находим: $V_{1,2} = \frac{V_{10}}{2} \pm \sqrt{\frac{V_{10}^2}{4} + \frac{kq^2}{8mR}}$

36.

Ответ: $V_{1,2} = \frac{V_{10}}{2} \pm \sqrt{\frac{V_{10}^2}{4} + \frac{kq^2}{8mR}}$

4. Светлячок ползет со скоростью $v = 4,0$ см/с параллельно главной оптической оси тонкой собирающей линзы на расстоянии $h = 4,0$ см от оси. С какой скоростью и под каким углом к оптической оси линзы перемещается изображение светлячка в момент, когда он находится на расстоянии $a = 20$ см от плоскости, в которой расположена линза. Фокусное расстояние линзы $F = 10$ см. Считайте, что светлячок является точечным источником света. Ответ округлите до двух значащих цифр.

Решение



Учтем, что в заданный момент светлячок находится на расстоянии $2F$ от плоскости, в которой расположена линза. В этом случае коэффициент продольного и поперечного увеличения равны единице. При этом, поскольку источник света движется параллельно главной оптической оси, его изображение движется с некоторой скоростью $\vec{u}$ вдоль направления AB .

Угол α , под которым перемещается изображение светлячка определим из соотношения

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{F} = 0,40 \quad 46.$$

Следовательно, $\alpha = 21,8^\circ \approx 22^\circ$. 16.

Проекция вектора скорости изображения $\vec{u}$ на направление главной оптической оси линзы в случае единичного коэффициента увеличения не отличается от скорости источника света. Следовательно, модуль вектора скорости изображения равен

$$u = \frac{v}{\cos \alpha} = \frac{4}{\cos 22^\circ} = 4,3 \text{ см/с}. \quad 56.$$

Ответ $u = 4,3 \text{ см/с}$

5. Эйфелева башня в Париже представляет собой цельнометаллическую конструкцию высотой $H = 300$ м. Оцените какая разность потенциалов электростатического поля возникает за счет силы тяжести между верхней и нижней точкой башни. *Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие в условии задачи величины, выбрать их численные значения и получить численный результат.*

Решение

За счет силы тяжести свободные электроны металла смещаются в нижнюю часть башни. Перераспределение заряда прекращается, когда сила тяжести уравновешивается силой возникшего электрического поля:

$$q \cdot E = m \cdot g. \quad 46.$$

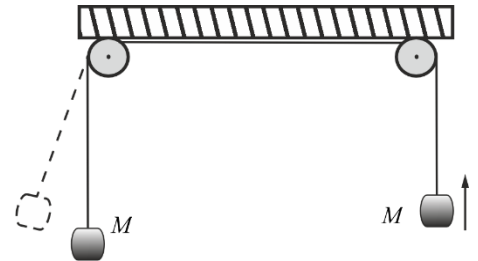
Следовательно, напряженность электростатического поля, обусловленная силой тяжести, равна

$$E = \frac{m \cdot g}{q} . \quad 16.$$

Тогда для разности потенциалов получаем:

$$U = E \cdot H = \frac{m \cdot g \cdot H}{q} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9,8 \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ В} . \quad 56.$$

6. *Задача-демонстрация* (демонстрируется видеоролик). Два тела одинаковой массы связаны между собой нерастяжимой нитью малой массы, перекинутой через блок с малым трением на вращение. В состоянии покоя тела находятся в равновесии. Объясните, почему колебания одного из тел сопровождаются нарушением равновесия, причем колеблющееся тело опускается, а второе тело поднимается. Почему это движение прекратится после нескольких колебаний.



Решение

Рассмотрим упрощенную схему опыта. Пусть верхний конец нити того груза, который совершает колебания, закреплен. Определим, при каких углах отклонения нити от вертикали α , сила натяжения T превышает силу притяжения груза к Земле.

Пусть m – масса груза (считаем груз материальной точкой), l – длина нити, α_0 – начальный угол отклонения нити маятника от вертикали. Силой сопротивления воздуха вначале пренебрегаем. Рассмотрим случай, когда маятник отклонили на угол α_0 и отпустили без толчка.

Из закона сохранения механической энергии

$$mgh_0 = mgh + \frac{mv^2}{2} . \quad (1) \quad 26.$$

Высоту h считаем равной нулю при прохождении грузом положения равновесия.

$$h_0 = l(1 - \cos \alpha_0) \quad 16.$$

$$h = l(1 - \cos \alpha) \quad 16.$$

Из 2-го закона Ньютона в проекциях на направление нити получим:

$$\frac{mv^2}{l} = T - mg \cos \alpha . \quad (2) \quad 26.$$

Из (1) и (2) выразим T через α и α_0 :

$$T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0) . \quad (3) \quad 26.$$

Если $T \geq mg$, то

$$\cos \alpha \leq \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cos \alpha_0. \quad (4) \quad 16.$$

Из формулы видно, что при уменьшении максимального угла отклонения нити маятника α_0 от вертикали, уменьшается и угол α . То есть уменьшается диапазон углов, при которых сила натяжения нити превышает силу тяжести ($T \geq mg$).

Из (3) получим отношение максимальной силы натяжения нити ($\alpha = 0$) к силе mg :

$$\frac{T_{\max}}{mg} = 3 \cos 0 - 2 \cos \alpha_0 = 3 - 2 \cos \alpha_0. \quad (5) \quad 16.$$

Из формулы видно, что при уменьшении максимального угла отклонения нити маятника от вертикали α_0 , уменьшается и отношение $\frac{T_{\max}}{mg}$.

Вывод. При отклонении маятника на большой угол α_0 вначале во время нескольких колебаний сила натяжения нити существенно превышает силу тяжести в широком диапазоне углов. Но по мере затухания колебаний из-за сопротивления воздуха, эти эффекты уменьшаются. Кроме того, сила натяжения нити уменьшается и за счет возникшего движения маятника с ускорением, направленным вниз.