

Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО

«Будущее Сибири»

II (заключительный) этап, 2024–2025 учебный год

Физика 9 класс

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

1. Каждая беговая дорожка стадиона состоит из двух прямолинейных участков и двух полуокружностей. Для первой (самой внутренней) дорожки каждый из четырёх участков имеет длину $S=100\text{м}$. На данном стадионе имеется $N=8$ дорожек, ширина каждой $D=1\text{м}$. Старт для всех дорожек находится в начале прямолинейного участка. Спортсмен на первом прямолинейном участке бежит равноускоренно, а остальные три участка пробегает с постоянной набранной на первом участке скоростью. Минимальное время, за которое спортсмену удалось пробежать круг по первой дорожке, так чтобы не поскользнуться на повороте, оказалось $t_1=50\text{с}$. За какое минимальное время t_8 сможет пробежать спортсмен один круг по восьмой дорожке при том же техническом состоянии дорожки? Принять $g=10\text{ м/с}^2$

Решение

Время круга по первой дорожке может быть записано в виде $t_1 = \frac{S}{V_1/2} + \frac{3S}{V_1}$, 26

где V_1 максимальная скорость по первой дорожке, и учтено, что на первом участке средняя скорость равна половине максимальной.

Получим $V_1 = 5S / t_1$ 16

Радиус полукруглого участка первой дорожки $R_1 = S / \pi$ 16

Второй закон Ньютона для движения по полукругу $mV_1^2 / R_1 = \mu mg$ 16

Отсюда найдём коэффициент трения $\mu = V_1^2 / (R_1 g)$ 16

Радиус полукруглого участка восьмой дорожки $R_8 = R_1 + (N - 1)D$ 16

Тогда максимальная скорость по восьмой дорожке при том же коэффициенте трения будет $V_8 = \sqrt{\mu g R_8}$ 16

Минимальное время для восьмой дорожки будет $t_8 = \frac{S}{V_8/2} + \frac{S + 2\pi R_8}{V_8}$ 16

Минимальное время для восьмой дорожки $t_8 = 49,3\text{с}$ 16

Ответ: $t_8 = 49.3\text{с}$

2. Рабочий цикл стандартного четырёхтактного бензинового двигателя состоит из следующих тактов: впуск рабочей смеси, сжатие её, сгорание-рабочий ход, выпуск. Коэффициент полезного действия такого двигателя около $\text{КПД}=30\%$. Оценить мощность двигателя с рабочим объёмом $V=1\text{л}$ при частоте вращения коленчатого вала $n=2000\text{ об/мин}$. Плотность окружающего воздуха $\rho=1,25\text{ кг/м}^3$, удельная теплота сгорания бензина $q=46\text{ МДж/кг}$, оптимальная массовая доля мелкодисперсного бензина в поступающей в цилиндр смеси $\alpha=1/16$. Под рабочим объёмом двигателя понимается объём впускаемой за

один цикл рабочей смеси.

Решение

За один рабочий цикл в цилиндры всасывается масса воздуха $m_{\text{возд}} = \rho V$, т.к. бензин поступает в виде мелких капелек, объемом которых можно пренебречь.

Масса всасываемого бензина $m_{\text{бенз}} = \alpha \cdot m_{\text{возд}}$ 16

Количество тепла выделяемого от сгорания этого количества бензина $Q = m_{\text{бенз}} q$ 16

Так как всасывание происходит один раз за два оборота коленчатого вала, то частота всасываний $n_{\text{всас}} = n / 2$ 26

КПД определяется следующим образом $\text{КПД} = \frac{P \cdot \Delta t}{Q_{\text{за } \Delta t}} 100\%$ 16

Тогда для **мощности** получим $P = \frac{\text{КПД}}{100\%} \frac{Q_{\text{за } \Delta t}}{\Delta t} = \frac{\text{КПД}}{100\%} \frac{\alpha \rho V q n}{2}$ 26

Вычисленное **значение мощности** $P = 18 \text{ кВт}$ 26

Ответ: $P = 18 \text{ кВт}$

3. Поезд движется с постоянной скоростью $V = 108 \text{ км/ч}$ по прямому пути. На столике в поезде стоит стакан с чаем и маятниковые часы, маятник которых колеблется с периодом $T = 1,00 \text{ с}$ в направлении перпендикулярном скорости движения поезда. В какой-то момент времени внимательный пассажир заметил, что поверхность воды в стакане наклонилась к окну вагона и стала составлять постоянный угол $\alpha = 6,00^\circ$ с горизонтом. Через некоторое время поверхность опять стала горизонтальной. Оказалось, что за это время разница показаний электронных и маятниковых часов стала $\Delta t = 0,500 \text{ с}$. Отстали маятниковые часы или ушли вперед? Почему? На какой угол по отношению к направлению первоначального движения изменилось направление движения поезда? Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

Разность уровней жидкости, следовательно, **разность давлений (сил давления)**, в поперечном направлении, причина **поперечного ускорения жидкости а**. Ускорение поезда равно ускорению покоящейся жидкости. 16

Нахождение поперечного ускорения через угол наклона поверхности жидкости $a = \tan(\alpha) \cdot g$ 16

Объяснение связи угла наклона поверхности жидкости с её ускорением (например, рассмотрение равновесия малого элемента жидкости и т.п.) 16

Нахождение радиуса поворота по 2 закону Ньютона через центростремительное (поперечное) ускорение $R = \frac{V^2}{a}$ 16

Нахождение полного ускорения математического маятника в повороте 16

$$g_N = \sqrt{g^2 + a^2}$$

Нахождение периода колебания математического маятника в повороте 16

$$T_N = T \sqrt{\frac{g}{g_N}}$$

$T_N < T$, показания маятниковых часов ушли вперёд, потому что 16
возвращающая в равновесие сила стала больше.

Нахождение длительности движения в повороте $t_N = T_N \cdot \Delta t / |T - T_N|$ 16

Нахождение угла поворота поезда $\beta = V \cdot t_N / R$ (рад) 16

Численный ответ для угла поворота: $\beta \approx 6,37 \text{ рад} \approx 364,9 \text{ град}$ или, убрав 16
полный оборот (круг), $\beta \approx 0,09 \text{ рад} \approx 4,9 \text{ град}$ (принимать любой из двух
вариантов).

Ответ: $\beta \approx 6,37 \text{ рад} \approx 364,9 \text{ град}$ или $\beta \approx 0,09 \text{ рад} \approx 4,9 \text{ град}$

4. В цилиндрический стакан высотой $H=15$ см налито некоторое количество жидкости. В стакан медленно опускают кубик со стороной $a=10$ см, так что нижняя грань кубика параллельна поверхности жидкости. К центру верхней грани кубика жестко присоединена пружина динамометра, по шкале которого можно определять как силу растяжения пружины, так и силу сжатия. На представленном графике показана зависимость модуля



силы F (в Н), измеренной динамометром, от x (в см), где x – величина смещения нижней грани кубика вниз от уровня поверхности жидкости в стакане до начала погружения. Найти величину плотности жидкости и её начальный объём. Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

Решение

До начала погружения, $x=0$, сила упругости равна силе тяжести, 16
действующей на кубик, $F(0) = mg$

При погружении кубика в жидкость, на кубик дополнительно будет действовать выталкивающая сила Архимеда пропорциональная плотности жидкости и объёму погруженной в жидкость части кубика, $F_A = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{погр}}$

При смещении дна кубика на x вниз, кубик выталкивает из-под себя объём 16
жидкости $\Delta V_{\text{ж}} = a^2 \cdot x$

Этот объём поднимается вокруг кубика выше первоначального уровня 16

жидкости на высоту $\Delta x = \Delta V_{\text{ж}} / (S - a^2)$, где S - площадь поперечного сечения стакана.

В результате при опускании дна кубика на x сила Архимеда становится 16
 $F_A = \rho_{\text{ж}} g a^2 (x + \Delta x) = \rho_{\text{ж}} g a^2 x S / (S - a^2)$

Зависимость силы упругости на участке уменьшения будет описываться как 16
 $F(x) = mg - F_A(x)$

При $x_1 = 2.5$ см, когда $F(2.5) = 0$ Н, пружина динамометра не 16 деформирована, сила Архимеда равна силе тяжести, а
 $S = a^2 / \left(1 - \rho_{\text{ж}} a^2 x_1 g / F(0) \right)$. По этой формуле найдём S , когда будет известна $\rho_{\text{ж}}$.

Для дальнейшего увеличения x необходимо, чтобы пружина сжималась и дополнительно давила на кубик.

После точки $x_2 = 4$ см характер зависимости изменяется: требуется меньше 16 дополнительной силы для аналогичного погружения (график положе). Это связано с тем, что жидкость начинает **выливаться** через край стакана и «дополнительного» погружения типа Δx не происходит.

По наклону на участке $x \geq 4$ см найдём плотность жидкости 16
 $\rho_{\text{ж}} = \Delta F / (\Delta x \cdot a^2 g) = 1000 \text{ кг/м}^3$, затем по формуле, упомянутой выше, найдём S .

Когда $x_2 = 4$ см жидкость начинает выливаться, т.е. поднимается от 16 начального уровня до края на $\Delta x_2 = x_2 a^2 / (S - a^2)$.

Тогда первоначальный объём жидкости $V_{\text{ж}} = S(H - \Delta x_2) = 2200 \text{ см}^3$ 16

Ответ: $V_{\text{ж}} = 2200 \text{ см}^3$

5. Какую максимальную массу, включая вес самого вертолёт, может поднять вертолёт, оснащённый моторчиком мощностью $P=100$ Вт и винтом, имеющим длину лопасти (радиус) $R=30$ см? Плотность воздуха $\rho=1,25$ кг/м³, $g=10$ м/с².

Решение

Для поддержания вертолёт в воздухе необходимо уравновесить силу 16 тяжести силой тяги: **реактивной** силой, создаваемой при «**выбрасывании**» воздуха вниз. (балл даётся только при явном словесном описании природы удерживающей силы)

Условие равновесия $F_{\text{тяги}} = mg$ 16

$$\text{Реактивная сила тяги } F_{\text{тяги}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad 16$$

$$\text{Изменение импульса разгоняемого до скорости } V \text{ воздуха } \Delta p = \Delta m \cdot V \quad 16$$

$$\text{Масса разгоняемого за время } \Delta t \text{ воздуха } \Delta m = V \Delta t S \rho, \text{ где } S = \pi R^2 \text{ площадь, охватываемая винтом при вращении.} \quad 16$$

$$\text{Тогда требуемая скорость воздуха } V = \sqrt{mg / \rho S} \quad 16$$

$$\text{Мощность моторчика расходуется на увеличение кинетической энергии воздуха } P = \Delta E_{\text{кин}} / \Delta t \quad 16$$

$$\Delta E_{\text{кин}} = \Delta m V^2 / 2 = \rho S V^3 / 2 \quad 16$$

$$\text{В итоге для мощности получим } P = \frac{(mg)^{3/2}}{2\sqrt{\rho S}}. \quad 16$$

$$\text{Тогда } \underline{\text{полная взлётная масса}} \ m = \frac{(2P)^{2/3} (\rho S)^{1/3}}{g} = 2,4 \text{ кг} \quad 16$$

$$\text{Ответ: } m = \frac{(2P)^{2/3} (\rho S)^{1/3}}{g} = 2,4 \text{ кг}$$