Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Математика»
Заключительный этап
2022–23 учебный год
7 класс

Задание 1. В кружке занимается 36 школьников. Если на занятие придут любые 33 из них, то девочек в любом случае будет больше половины. А если на занятие придет 31 ученик, то может оказаться так, что больше половины из них — мальчики. Сколько девочек занимается в кружке? (20 баллов)

Задание 2. Можно ли числа от 1 до 1000 разбить на несколько групп так, чтобы в каждой группе было хотя бы два числа, и при этом в каждой группе сумма *любых двух* чисел делилась на 3? (20 баллов)

Задание 3. Саша выбрал пять чисел из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 и сообщил Ане их произведение. Исходя из этих данных Аня поняла, что она не может однозначно определить чётность суммы выбранных Сашей чисел. Какое число Саша сообщил Ане? (20 баллов)

Задание 4. Четыре точки A, B, C, D таковы, что D и C лежат по одну сторону относительно прямой AB и выполнено равенство $AB = AD + BC$. Биссектрисы углов ABC и BAD пересекаются в точке E. Докажите, что $CE = DE$. (20 баллов)

Задание 5. Петя и Вася играют в такую игру. На крайнем левом поле клетчатой полоски, состоящей из 13 клеток, лежит кучка из 2023 камней. Игроки ходят по очереди, начинает Петя. Каждый из ребят своим ходом может сдвинуть любой камень на одно или на два поля вправо. Выигрывает тот, кто первым поставит любой камень на крайнюю правую клетку. Кто из ребят может выиграть вне зависимости от игры соперника? (20 баллов)