

Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Математика»
Заключительный этап
2023 - 24 учебный год
10 класс

Задание 1. Рациональное число $0 < p < 1$ таково, что его десятичное представление является бесконечной десятичной дробью. В этой бесконечной десятичной дроби зачеркнули бесконечное число цифр. Может ли оказаться, что полученное таким образом новое число иррационально? (20 баллов)

Задание 2. Любочка должна была решить неравенство $ax + by \leq c$ в натуральных числах x, y (коэффициенты a, b, c – конкретные заданные натуральные числа). Но при списывании условия с доски она потеряла коэффициент a , поэтому у нее получилось ровно в 2 раза больше решений, чем в исходном неравенстве. Чему мог быть равен коэффициент a ? (20 баллов)

Задание 3. В магазине продаются новогодние подарки трех типов: в подарках первого типа лежат по 4 шоколадные конфеты, второго – 10, а третьего – 40. Вовочка купил Любочке несколько подарков, а она купила ему на один больше. Может ли оказаться, что Вовочка получил шоколадных конфет

- а) на 4 больше, чем Любочка
 - б) на 18 меньше, чем Любочка?
- (20 баллов)

Задание 4. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрана точка O такая, что $\angle OAD = 25^\circ$ и $\angle OBA = \angle ODA = 65^\circ$. Найти угол $\angle OCD$. (20 баллов)

Задание 5. Решить уравнение $\arcsin x \cdot \arccos x = -\frac{5\pi^2}{18}$. (20 баллов)