

Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Математика»
Заключительный этап
2023 - 24 учебный год
11 класс

Задание 1. Найти трехзначное число, которое в 9-ричной системе счисления записывается теми же цифрами, но в обратном порядке. (20 баллов)

Задание 2. Точки A , B , C лежат в вершинах клеток клетчатой бумаги. Может ли угол ABC оказаться равным 30° ? (20 баллов)

Задание 3. Выписаны 100 положительных чисел, сумма которых равна S , а сумма квадратов больше, чем P . Доказать, что среди этих чисел есть число, большее, чем P/S . (20 баллов)

Задание 4. Коническое (пожарное) ведро было заполнено водой до самого края. В него положили шар, причем он полностью покрылся водой. Покажите, что при этом из ведра вылилось не более половины бывшей там воды. (20 баллов)



Задание 5. а) Существует ли функция $f(x)$, заданная на всей числовой оси, такая, что $f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2$?

б) Существует ли такая функция, заданная для $x > 0$? (20 баллов)