


Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Математика»
Заключительный этап
2023–24 учебный год
8 класс

Задание 1. Можно ли расставить числа от 1 до 64 (каждое — по одному разу) в квадратную таблицу 8×8 так, чтобы сумма чисел в любой фигурке вида  была нечетной? Фигура может быть повернута и перевернута. *Не забудьте объяснить свой ответ.* (20 баллов)

Задание 2. Двухзначное число поделили на его сумму цифр. Результат оказался больше 2,6 и меньше 2,7. Найдите все такие двухзначные числа. *Не забудьте объяснить свой ответ.* (20 баллов)

Задание 3. На стороне AB равностороннего треугольника ABC выбрана точка K . На прямой, проходящей через K параллельно стороне AC , нашлась точка N такая, что $BN = CK$, причем точки C и N лежат по разные стороны от прямой AB . Докажите, что $AK = KN$. (20 баллов)

Задание 4. Несколько восьмиклассников сыграли 30 партий в настольный теннис (в каждой партии участвуют двое, ничьих не бывает). У них был только один стол, поэтому они установили такие правила: тот, кто выиграл очередную партию, пропускал не более трех следующих партий (возможно, вообще ни одной), а тот, кто проиграл, — более трёх следующих партий. Какое наименьшее число игроков могло быть в этой компании? *Необходимо не только объяснить, почему меньшее число невозможно, но и показать, как они могли осуществить задуманное.* (20 баллов)

Задание 5. Действительные числа a и b (необязательно положительные) таковы, что

$$ab + \sqrt{ab + 1} + \sqrt{a^2 + b} \sqrt{a + b^2} = 0.$$

Чему может равняться значение выражения

$$b\sqrt{a^2 + b} + a\sqrt{b^2 + a}?$$

Укажите все ответы и объясните, почему других нет. (20 баллов)