

Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Математика»
заключительный этап
2023/24 учебный год
10 класс

Задание 1 (20 баллов).

В корзине лежат яблоки и мандарины, причем яблоки составляют менее 92% всех фруктов. Любочка добавляет в корзину фрукты по одному, так что в какой-то момент доля яблок становится больше 92%. Обязательно ли был момент, когда доля яблок была в точности равна 92%?

Задание 2 (20 баллов).

Дан ребус $KAP + KAP + \dots + KAP = PRRPP$ (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные). При каком наименьшем числе слагаемых он имеет решение?

Задание 3 (20 баллов).

Вовочке задали на дом квадратное уравнение. «Учитель сказал, что оно имеет два целых корня, а у меня получается, что корней нет» — пожаловался он. Его папа-математик, посмотрев на уравнение, сказал: «Ты, наверное, неправильно списал с доски один из коэффициентов. Если это так, то я знаю правильный вариант задания, причем он единственный».

Докажите, что, если папа прав, то свободный член уравнения Вовочка записал верно.

Задание 4 (20 баллов).

Задан выпуклый четырехугольник, в нем проведены биссектрисы всех четырех углов. Может ли оказаться, что каждую из сторон (в ее внутренней точке) пересекает хотя бы одна из биссектрис?

Задание 5 (20 баллов).

На ферме по выращиванию жемчуга проводится акция: посетителю разрешают вскрыть несколько раковин, до тех пор, пока он не найдет 2 жемчужины. В каждой раковине может быть не более одной жемчужины, причем вероятность, что она там будет, равна $1/3$. Аделаида Ивановна участвует в акции. Какова вероятность того, что она вскроет: а) ровно 4 раковины; б) не менее 4 раковин?