

Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Математика»
заключительный этап
2023/24 учебный год
9 класс

Задание 1 (20 баллов).

В корзине лежат яблоки и мандарины, причем яблоки составляют менее 80% всех фруктов. Любочка добавляет в корзину фрукты по одному, так что в какой-то момент доля яблок становится больше 80%. Обязательно ли был момент, когда доля яблок была в точности равна 80%?

Задание 2 (20 баллов).

Решите ребус $СТО \cdot СТО = СЕКРЕТ$

Задание 3 (20 баллов).

Вовочке задали на дом квадратное уравнение. «Учитель сказал, что оно имеет два целых корня, а у меня получается, что корней нет» – пожаловался он. Его папа-математик, посмотрев на уравнение, сказал: «Ты, наверное, неправильно списал с доски один из коэффициентов. Если это так, то я знаю правильный вариант задания, причем он единственный».

Докажите, что, если папа прав, то коэффициент при x Вовочка записал верно.

Задание 4 (20 баллов).

В параллелограмме $ABCD$ точка M – середина стороны AD . На отрезке AB нашлась точка P такая, что $MP = MC$. Чему равен угол между прямыми PC и AB ?

Задание 5 (20 баллов).

Сколько решений в целых числах x имеет уравнение $\left[\frac{x}{20} \right] - \left[\frac{x}{24} \right] = k$, где k – некоторое фиксированное натуральное число? Здесь $[t]$ – целая часть числа t , то есть наибольшее целое число, не превосходящее t .