

Задания интернет-тура Олимпиады КФУ по математике
для школьников 8 класса
(ноябрь 2024 г)

Задачи с выбором ответов (часть А)

8.1 (8 баллов). В школьной библиотеке были учебники и словари, причем словари составляли 60% от всех книг. В сентябре было куплено некоторое количество учебников, после чего словари составили 20% всех книг. А в октябре купили ещё словарей, после чего словари стали снова составлять 60% от всех книг. Во сколько раз увеличилось количество книг после двух покупок?

- в три раза
- **в шесть раз**
- в девять раз
- выше нет правильного ответа

8.1 (8 баллов). В рыбном хозяйстве разводили форель и карпов, причем форели было 60%. В понедельник было продано некоторое количество форели, после чего она составила 20% всей рыбы. А во вторник продали некоторое количество карпов, так что форель стала составлять 40% всей рыбы. Какую долю от первоначального количества рыбы продали за эти два дня?

- 25%
- 60%
- **75%**
- выше нет правильного ответа

8.2 (8 баллов). Том и Гек собираются покрасить 4 забора, 20, 17, 10 и 6 метров соответственно. Время работы пропорционально длине, оплата повременная. Перейти к новому забору можно, только закончив покраску предыдущего. Том первым выбирает забор. С забора какой длины ему надо начать, чтобы заработать как можно больше?

- 20 м
- 17 м
- **10 м**
- 6 м

8.2 (8 баллов). Том и Гек собираются покрасить 4 забора, 25, 18, 9 и 7 метров соответственно. Время работы пропорционально длине, оплата повременная. Перейти к новому забору можно, только закончив покраску предыдущего. Том первым выбирает забор. С забора какой длины ему надо начать, чтобы заработать как можно больше?

- 25 м
- 18 м
- 9 м
- **7 м**

8.3 (8 баллов). Число заканчивается на две одинаковые, но не равные нулю, цифры (то есть имеет вид $x = \overline{...aa}$). То же верно для его куба: $x^3 = \overline{...bb}$. Какое высказывание верное:

- Описанная ситуация невозможна
- Цифры a и b обязательно различные
- Цифры a и b обязательно совпадают
- **Цифры a и b могут быть как различными, так и совпадающими.**

8.3 (8 баллов). Квадрат числа n заканчивается на две одинаковые, но не равные нулю, цифры. Какое высказывание верное:

- Описанная ситуация невозможна
- Число n также заканчивается на две одинаковые цифры
- Число n не может заканчиваться на две одинаковые цифры
- **Число n может заканчиваться на две одинаковые цифры, а может и на разные.**

8.4 (8 баллов). На доске написаны четыре различных числа. Вовочка подсчитал все 6 попарных сумм этих чисел. Сколько среди этих сумм может оказаться одинаковых? Укажите наибольшее возможное количество:

- 3
- 4
- 5
- **среди ответов выше нет правильного**

8.4 (8 баллов). На доске написаны четыре различных числа. Любочка подсчитала все 6 попарных сумм этих чисел. Сколько среди этих сумм может оказаться различных? Укажите наименьшее возможное количество:

- 3
- 4
- **5**
- среди ответов выше нет правильного

8.5 (8 баллов). Дана трапеция $ABCD$ с площадью 28. Точки P и Q выбираются произвольно на диагоналях AC и BD соответственно. Рассмотрим середины всех отрезков PQ , они покрывают некоторую фигуру. Площадь этой фигуры равна

- 0
- 12
- **14**
- 28

8.5 (8 баллов). Дан ромб $ABCD$ с диагоналями $AC = 8$ и $BD = 10$. Точки P и Q выбираются произвольно на диагоналях AC и BD соответственно. Рассмотрим середины всех отрезков PQ , они покрывают некоторую фигуру. Площадь этой фигуры равна

- 0
- **20**
- 30
- 40

Задачи с открытыми ответами (часть B)

8.6 (12 баллов). Решите ребус $K\Phi Y24 = (K\Phi + Y + \Phi)^3$. Здесь разным буквам K , Φ , Y соответствуют разные цифры, одинаковым – одинаковые ($K\Phi Y24$ – пятизначное число). В ответе напишите число $K\Phi Y$.

Ответ: 138.

8.6 (12 баллов). Решите ребус $(К + П + Ф + У)^4 + 24 = КПФУ$. Здесь разным буквам К, П, Ф, У соответствуют разные цифры, одинаковым – одинаковые. В ответе напишите число КПФУ.

Ответ: 1320.

8.7 (12 баллов). Дан прямоугольник $ABCD$. Из точки A проведена прямая, перпендикулярная диагонали BD , она пересекает сторону BC в точке M . Известно, что луч AM делит прямой угол A в отношении $1 : 2$. Найти отношение $AD:BM$.

Ответ: 3.

8.7 (12 баллов). Дан прямоугольник $ABCD$. Биссектриса угла BAC пересекает сторону BC в точке M . Известно, что MC составляет две трети от AD . Найти угол MAC . Ответ записать в градусах (без значка градуса).

Ответ: 30.

8.8 (12 баллов). Плоскую деталь размером 12 на 10 разрезали на прямоугольники площади 4 (с целочисленными длинами сторон). При этом общая длина разрезов оказалась равна 116. Сколько квадратов было среди прямоугольников?

Ответ: 12.

8.8 (12 баллов). Плоскую деталь размером 10 на 14 разрезали на прямоугольники площади 4 (с целочисленными длинами сторон). При этом общая длина разрезов оказалась равна 140. Сколько полосок шириной 1 было среди прямоугольников?

Ответ: 24.

8.9 (12 баллов). Аделаида Ивановна купила три комплекта беспроводных наушников разного типа. Всего она потратила 2400 рублей, причем самые дорогие отличались от самых дешевых на 350 рублей. Ее подруге понравились наушники средней цены, и она решила купить такие же. Сколько денег ей надо приготовить, чтобы наверняка хватило на покупку? Напишите наименьшую возможную сумму в целых рублях.

Ответ: 917.

8.9 (12 баллов). Аделаида Ивановна купила три новых наряда. Всего она потратила 12 609 рублей, причем самый дорогой наряд отличался от самого дешевого на 850 рублей. Ее подруге понравился самый дешевый наряд, и она решила купить такой же. Сколько денег ей надо приготовить, чтобы наверняка хватило на покупку? Напишите наименьшую возможную сумму в целых рублях.

Ответ: 3920.

8.10 (12 баллов). Рассмотрим числа вида $n^2 - 2n + 26$ для натуральных n . Есть ли среди них точные квадраты? Если есть, напишите в ответе наибольший такой квадрат, если нет – напишите 0, если нет наибольшего – напишите (-1) .

Ответ: 169.

8.10 (12 баллов). Рассмотрим числа вида $n^2 - 4n + 31$ для натуральных n . Есть ли среди них точные квадраты? Если есть, напишите в ответе наибольший такой квадрат, если нет – напишите 0, если нет наибольшего – напишите (-1) .

Ответ: 196.