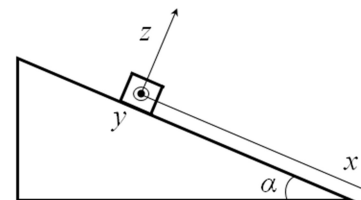


Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Физика»
заключительный этап (решения/ответы)
2022/23 учебный год
9 класс

Задача 1. (19 б.) Брусок массы $m = 5$ кг лежит на наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Оси координат представлены на рисунке, ось y перпендикулярна плоскости рисунка. Какую минимальную силу F в плоскости uz нужно приложить, чтобы тело сдвинулось с места. Коэффициент трения между бруском и плоскостью $\mu = 0.6$. Сила F направлена под углом $\gamma = 60^\circ$ к оси z . Внешняя сила приложена таким образом, что брусок движется поступательно. Ускорение свободного падения принять за 10 м/с².



Возможное решение:

Спроецируем силы на оси x, y, z и запишем второй закон Ньютона. Для нахождения минимальной силы ускорение приравняем к нулю. Учтем, что сила трения скольжения направлена против скорости.

$$\begin{cases} N + F \cos \gamma = mg \cos \alpha \\ 0 = mg \sin \alpha - F_{\text{тр}x} \\ 0 = F \sin \gamma - F_{\text{тр}y} \end{cases}$$

Выразим компоненты силы трения из 2 и 3 уравнения, возведем в квадрат и сложим

$$\sqrt{(F \sin \gamma)^2 + (mg \sin \alpha)^2} = F_{\text{тр}} = \mu(mg \cos \alpha - F \cos \gamma)$$

Решая квадратное уравнение, находим искомую силу. В общем случае выражение получится довольно громоздким, приведем решение для конкретных углов.

$$F = mg \frac{\sqrt{3\mu^2 + \sqrt{10\mu^2 - 3}}}{\mu^2 - 3} \approx 0.057mg \approx 2.9\text{Н}$$

Второй корень получится отрицательным и не имеет физического смысла

Критерии оценивания:

Верно записан второй закон Ньютона по всем осям. По 3 балла за ось.	9
Сила трения выражена из уравнений и связана с силой нормальной реакции опоры.	4
Получена формула для искомой силы.	3
Получен верный численный ответ.	3

Задача 2. (20 б.) Сруб окружен со всех сторон остекленной верандой. Сруб отапливается батареей с постоянной температурой (батарея находится внутри сруба). При температуре на улице $T_e = -15$ °С, температура в срубе $T_i = 24$ °С. Температура на веранде при этом равна $T_m = -5$ °С. Найдите температуру батареи T_r , если после открытия окон на веранде (температура на веранде выровнялась с улицей), температура в срубе упала до $T_i' = 19$ °С. Теплообменом через пол и потолок для простоты пренебречь.

Возможное решение:

По закону Ньютона – Рихмана запишем баланс получаемой и отдаваемой тепловой мощности для сруба. Коэффициенты теплоотдачи обозначим за α с соответствующими индексами.

$$\alpha_{ri}(T_r - T_i) = \alpha_{im}(T_i - T_m)$$

$$\frac{\alpha_{ri}}{\alpha_{im}} = \frac{(T_i - T_m)}{(T_r - T_i)}$$

С открытыми окнами

$$\alpha_{ri}(T_r - T_i') = \alpha_{im}(T_i' - T_e)$$

$$\frac{(T_i - T_m)}{(T_r - T_i)} (T_r - T_i) = (T_i - T_e)$$

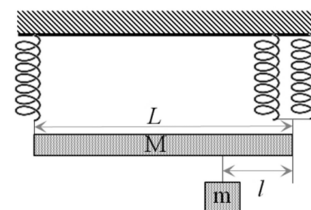
$$\frac{(T_r - T_i)}{(T_r - T_i)} = \frac{(T_i - T_e)}{(T_i - T_m)} = k = \frac{34}{27}$$

$$T_r = \frac{kT_i - T_i'}{k - 1} = 53 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Критерии оценивания:

Записан закон Ньютона – Рихмана или закон Фурье.	3
Верно записано равенство тепловых потоков батарея комната и комната веранда с закрытыми окнами.	4
Верно записано равенство тепловых потоков батарея комната и комната веранда с открытыми окнами.	4
Коэффициенты теплопроводности исключены из системы уравнений.	4
Температура батареи выражена через известные величины.	3
Получен верный численный ответ.	2

Задача 3. (17 б.) Однородная балка длины L и массы M подвешена на трех идентичных невесомых пружинах, как показано на рисунке. На каком расстоянии l от левого конца балки нужно подвесить груз массой m , чтобы балка была строго горизонтальной?



Возможное решение:

Запишем проекцию баланса сил на вертикальную ось и баланс моментов относительно правого конца балки. T_1 и T_2 – силы упругости действующие со стороны пружин с левого и правого конца балки.

$$\begin{cases} T_1 + T_2 = (m + M)g \\ mgl + Mg \frac{L}{2} = LT_1 \end{cases}$$

Согласно закону Гука сила упругости, растягивающая каждую пружину одинакова. Следовательно*

$$\begin{aligned} T_2 &= 2T_1 \\ 3T_1 &= (m + M)g \\ ml + M \frac{L}{2} &= L \frac{m + M}{3} \\ l &= \frac{L}{m} \left(\frac{m + M}{3} - \frac{M}{2} \right) = \frac{L}{3} \left(1 - \frac{M}{2m} \right) \end{aligned}$$

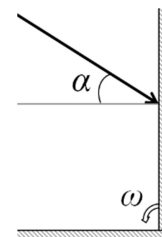
*В условии задачи присутствует опечатка, точнее не соответствие определения искомой l в тексте задачи и на рисунке. По этой причине оба варианта определения l считаются равноценно верными и ответ также верный.

$$l = L - \frac{L}{3} \left(1 - \frac{M}{2m} \right) = \frac{L}{3} \left(2 + \frac{M}{2m} \right)$$

Критерии оценивания:

Верно записан баланс сил и баланс моментов или 2 уравнения баланса моментов относительно двух осей.	8
По 4 балла за 1 уравнение.	
Записан закон Гука.	2
С помощью закона Гука получено соотношение сил натяжения пружин на концах балки.	3
Получен правильный ответ.	4

Задача 4. (20 б.) Луч лазера, проходящий в плоскости рисунка, падает на двугранный угол, образованный двумя зеркалами, под углом α к горизонтали. Изначально зеркала образуют прямой угол: первое зеркало вертикально, второе горизонтально. В момент $t = 0$ первое зеркало начинает поворачиваться относительно ребра двугранного угла с постоянной угловой скоростью ω . Через какое время луч лазера впервые дважды отразится от первого зеркала?



Возможное решение:

Угол падения луча на первое зеркало равен

$$\varphi_1 = \alpha + \omega t$$

Угол между отраженным лучом и первым зеркалом равен $\frac{\pi}{2} - \varphi_1$, угол между отраженным лучом и вторым зеркалом

$$\delta_2 = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = \alpha + 2\omega t$$

Угол падения на горизонтальное зеркало равен

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha - 2\omega t$$

Под таким же углом к вертикали будет и отраженный от горизонтального зеркала луч.

Луч лазера впервые дважды отразится от первого зеркала когда φ_2 станет меньше, чем угол наклона зеркала 1 к вертикали ωt . Найдем этот момент

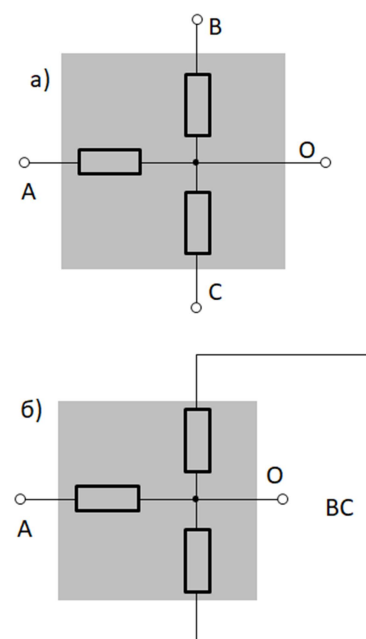
$$\omega t = \frac{\pi}{2} - \alpha - 2\omega t$$

$$t = \frac{\frac{\pi}{2} - \alpha}{3\omega}$$

Критерии оценивания:

Выражение для угла падения на первое зеркало от времени	3
Выражение для угла падения на второе зеркало от времени	7
Условие для второго отражения от первого зеркала	6
Получен правильный ответ.	4

Задача 5. (24 б.) Три одинаковых резистора соединены как показано на рисунке (см. рис. а) и запаяны в диэлектрический куб с высокой теплопроводностью. Получившийся трехполюсник подключают с помощью соединительных проводов, сопротивление которых пренебрежимо мало по сравнению с сопротивлением резистора, во всех случаях к одинаковому идеальному источнику напряжения. При подключении к клеммам А и В через источник протекает ток $I_1 = 1.00$ А. При подключении к клеммам А и О – ток $I_2 = 1.80$ А. Какой ток будет протекать через источник, если подключить его к клемме А и ВС (см. рис. б)? Сопротивление резисторов зависит от температуры по линейному закону. Считать, что из-за высокой интенсивности теплообмена внутри диэлектрического куба по сравнению с теплообменом куба с окружающей средой, температуры резисторов практически равны при любом варианте подключения. Температура и прочие параметры окружающей среды во всех случаях одинаковы. Радиационным теплообменом пренебречь. Все токи в задаче подразумеваются установившимися (через продолжительное время после подключения).



Возможное решение:

В установившемся режиме тепловая мощность тока равна мощности тепловых потерь через поверхность диэлектрического куба. Обозначим за U напряжение на источнике, k – коэффициент, связывающий разность температур окружающей среды и куба и тепловую мощность потерь энергии через его поверхность.

$$\begin{cases} k\Delta T_1 = UI_1 \\ k\Delta T_2 = UI_2 \end{cases}$$

С другой стороны закон Ома с учетом температурной зависимости сопротивления для случая а) и б) имеет вид

$$\begin{cases} I_1 = \frac{U}{2R_0(1 + \alpha\Delta T_1)} \\ I_2 = \frac{U}{R_0(1 + \alpha\Delta T_2)} \\ I_1 = \frac{U}{2R_0\left(1 + \frac{\alpha UI_1}{k}\right)} \\ I_2 = \frac{U}{R_0\left(1 + \frac{\alpha UI_2}{k}\right)} \end{cases}$$

Здесь U – напряжение на источнике, R_0 сопротивление одного резистора при температуре окружающей среды, α характеризует зависимость сопротивления от температуры.

Введем параметры $I_0 = \frac{U}{R_0}$ и $b = \frac{\alpha U}{k}$

$$\begin{cases} I_1 = \frac{I_0}{2(1 + bI_1)} \\ I_2 = \frac{I_0}{(1 + bI_2)} \end{cases}$$

$$b = \frac{2I_1 - I_2}{I_2^2 - 2I_1^2} = \frac{5}{31} = 0.161; \quad I_0 = \frac{2I_2 I_1 (I_2 - I_1)}{I_2^2 - 2I_1^2} = \frac{72}{31} = 2.32;$$

Ток при подключении к клеммам А и ВС I_3 можно найти из аналогичного уравнений.

$$\begin{cases} I_3 = \frac{U}{1.5R_0(1 + \alpha\Delta T_3)} \\ k\Delta T_3 = UI_3 \\ I_3 = \frac{I_0}{1.5(1 + bI_3)} \end{cases}$$

Решая квадратное уравнение, получаем I_3

$$I_3 = \frac{-3 + \sqrt{24bI_0 + 9}}{6b} \approx 1.28 \text{ А}$$

Критерии оценивания:

Равенство тепловой мощности тока и мощности тепловых потерь через поверхность.	4
Закон Ома для случая а) и б) с учетом зависимости от температуры.	6
Введение параметров, подходящих для дальнейшего решения задачи.	3
Определение введенных выше параметров из известного соотношения токов.	4
Уравнение для искомого тока.	4
Получен верный ответ.	3