

Отборочный этап. 7 класс

Задача 1 / 1. Электропоезд совершает регулярные рейсы из пункта А в пункт Б. Он должен был отправиться в 8:00 утра со станции в пункте А и прибыть в 10:00 утра на станцию в пункте Б. Но из-за технических неполадок поезд отправился с опозданием на 40 минут. Расстояние между станциями составляет 160 км. Чтобы прибыть на станцию Б вовремя, машинист решил увеличить скорость поезда. После прохождения половины пути, поезд был вынужден остановиться на 10 минут из-за необходимости технического обслуживания. После остановки, чтобы наверстать упущенное время, машинист увеличил скорость ещё раз. Определите на сколько машинисту пришлось увеличить скорость поезда на оставшемся участке пути после остановки, чтобы прибыть в пункт назначения вовремя. Ответ дайте в км/ч и округлите до целых. Поезд мгновенно разгоняется до нужной скорости, мгновенно останавливается и на каждом участке пути движется равномерно. Влиянием силы трения и сопротивления воздуха можно пренебречь.

Возможное решение

Пусть до вынужденной остановки поезд двигался со скоростью v_1 , а после — со скоростью v_2 . Вследствие опоздания поезда на 40 минут, машинист должен был проехать весь путь за

$$120 \text{ мин} - 40 \text{ мин} = 80 \text{ мин}.$$

Тогда поезд двигался до остановки со скоростью

$$v_1 = \frac{160 \text{ км}}{80/60 \text{ ч}} = 120 \text{ км/ч}.$$

Поезд проехал первую половину пути за время $t_1 = 40 \text{ мин}$ ($t_1 = \frac{80 \text{ км}}{120 \text{ км/ч}} = 2/3 \text{ ч}$). После вынужденной задержки на 10 мин поезд должен проехать оставшиеся 80 км за время $t_2 = 30 \text{ мин}$. Из этого следует, что поезд должен был двигаться после остановки со скоростью

$$v_2 = \frac{80 \text{ км}}{30/60 \text{ ч}} = 160 \text{ км/ч}.$$

Таким образом, чтобы прибыть в пункт назначения вовремя, скорость поезда на оставшемся участке пути после вынужденной остановки была увеличена на

$$v_2 - v_1 = 40 \text{ км/ч}.$$

Ответ:

$$v_2 - v_1 = 40 \text{ км/ч}.$$

Задача 1 / 2. Электропоезд совершает регулярные рейсы из пункта А в пункт Б. Он должен был отправиться в 8:00 утра со станции в пункте А и прибыть в 10:00 утра на станцию в пункте Б. Но из-за технических неполадок поезд отправился с опозданием на 30 минут. Расстояние между станциями составляет 240 км. Чтобы прибыть на станцию Б вовремя, машинист решил увеличить скорость поезда. После прохождения половины пути, поезд был вынужден остановиться из-за необходимости технического обслуживания. После остановки, чтобы наверстать упущенное время, машинист увеличил скорость на оставшемся участке пути еще раз на 80 км/ч. Определите на сколько минут машинисту пришлось остановить поезд для технического обслуживания. Ответ дайте в минутах и округлите до целых. Поезд мгновенно разгоняется до нужной скорости, мгновенно останавливается и на каждом участке пути движется равномерно. Влиянием силы трения и сопротивления воздуха можно пренебречь.

Ответ:

$$\Delta t = 15 \text{ мин}.$$

Задача 2 / 1. Тело неизвестной формы массой 10 кг плавает в воде. Затем его привязывают веревкой ко дну ёмкости, в которой оно плавало. Сила натяжения каната, удерживающего тело, составляет $F = 50$ Н. Найдите плотность тела в $\text{кг}/\text{м}^3$, ответ округлите до целых. Плотность воды $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$, ускорение свободного падения $10 \text{ м}/\text{с}^2$.

Возможное решение

Сумма сил, действующих на тело, привязанное ко дну емкости, равна нулю. Запишем условие равновесия:

$$\rho_{\text{воды}} \cdot V_{\text{тела}} \cdot g = m_{\text{тела}} \cdot g + F \quad \rightarrow \quad V_{\text{тела}} = \frac{m_{\text{тела}} \cdot g + F}{\rho_{\text{воды}} \cdot g} = 0,015 \text{ м}^3.$$

Плотность тела легко найти из выражения:

$$\rho_{\text{тела}} = \frac{m_{\text{тела}}}{V_{\text{тела}}} = 666,6 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Ответ:

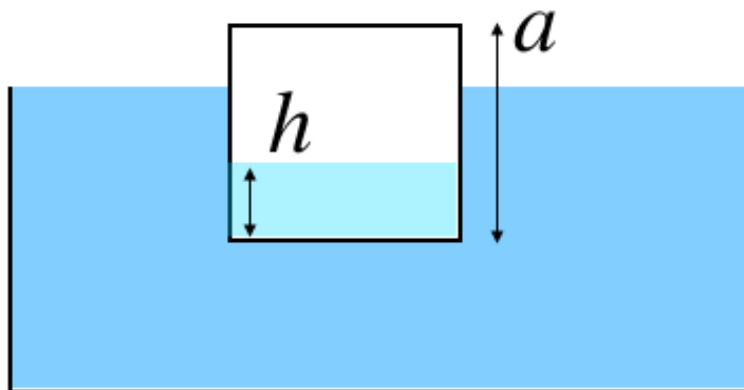
$$\rho_{\text{тела}} = 667 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Задача 2 / 2. Тело неизвестной формы массой 15 кг плавает в воде. Затем его привязывают веревкой ко дну емкости, в которой оно плавало. Сила натяжения каната, удерживающего тело составляет $F = 100$ Н. Найдите плотность тела в $\text{кг}/\text{м}^3$, ответ округлите до целых. Плотность воды $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$, ускорение свободного падения $10 \text{ м}/\text{с}^2$.

Ответ:

$$\rho_{\text{тела}} = 600 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Задача 3 / 1. Небольшая ёмкость, имеющая форму полого кубика без верхней грани, плавает в ванне с водой. До какого максимального уровня h ёмкость можно наполнить водой, чтобы она при этом не утонула? Пустая ёмкость погружена в воду на треть длины своей стороны. Уровень наполнения ёмкости отсчитывается от дна ёмкости. Длина стороны ёмкости $a = 12$ см. Толщиной стенок ёмкости пренебречь. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до целых.



Возможное решение

Запишем закон Архимеда для случая погружения пустой ёмкости:

$$\frac{1}{3} \rho g a^3 = mg,$$

где ρ — плотность воды, m — масса пустой ёмкости. Ёмкость начнет тонуть, если погрузится в воду на полную длину своей стороны, так как при этом вода начнет заливаться в ёмкость. Запишем условие равновесия сил для максимально возможной глубины погружения ёмкости:

$$\rho g a^3 = mg + \rho g h a^2,$$

где $\rho g h a^2$ — сила тяжести, действующая на воду, налитую в ёмкость.

Подставляя значение mg из условия равновесия для пустой ёмкости, получим уравнение:

$$\rho g a^3 = \frac{1}{3} \rho g a^3 + \rho g h a^2 \quad \rightarrow \quad \frac{2}{3} \rho g a^3 = \rho g h a^2.$$

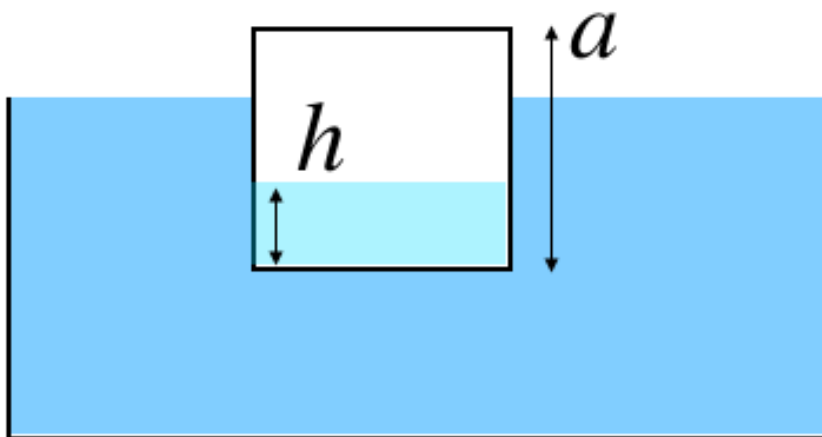
Таким образом, искомый уровень воды в ёмкости

$$h = \frac{2}{3} a = \frac{2}{3} \cdot 12 \text{ см} = 8 \text{ см}.$$

Ответ:

$$h = 8 \text{ см}.$$

Задача 3 / 2. Небольшая ёмкость, имеющая форму полого кубика без верхней грани, плавает в ванне с водой. Максимальный уровень, на который ёмкость можно наполнить водой до того, как она утонет, составляет $h = 12$ см. Уровень наполнения ёмкости отсчитывается от дна ёмкости. Длина стороны ёмкости $a = 15$ см. На какую глубину пустая ёмкость погружена в воду до наполнения ее водой? Толщиной стенок ёмкости пренебречь. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до целых.



Ответ:

$$b = 3 \text{ см}.$$

Задача 4 / 1. Необходимо поднять затонувший корабль. Для этого требуется сила $F = 7 \cdot 10^5$ Н. К кораблю крепятся металлические бочки. Затем из бочек выкачивается вода с помощью сжатого воздуха. Когда все бочки опустошены, корабль начинает подниматься. Каждая бочка имеет объем $V = 2,5$ м³ и в пустом состоянии (или заполненном сжатым воздухом) имеет вес $F_0 = 2000$ Н. Плотность морской воды $\rho = 1020$ кг/м³; $g = 10$ м/с². Сколько бочек необходимо прикрепить к кораблю?

Возможное решение

Подъемная сила одной бочки $F_{\text{подъем}}$ равна весу вытесненной ей воды и вычисляется по формуле:

$$F_{\text{подъем}} = \rho \cdot g \cdot V.$$

Пусть число бочек, необходимое для подъема корабля, равно N . Общая подъемная сила всех N бочек должна равняться необходимой силе для подъема корабля плюс суммарный вес всех бочек:

$$N \cdot \rho \cdot g \cdot V = F + N \cdot F_0.$$

Отсюда можно выразить число бочек N :

$$N = \frac{F}{\rho \cdot g \cdot V - F_0};$$

$$N = \frac{7 \cdot 10^5 \text{ Н}}{1020 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 2,5 \text{ м}^3 - 2000 \text{ Н}} \approx 30.$$

Ответ:

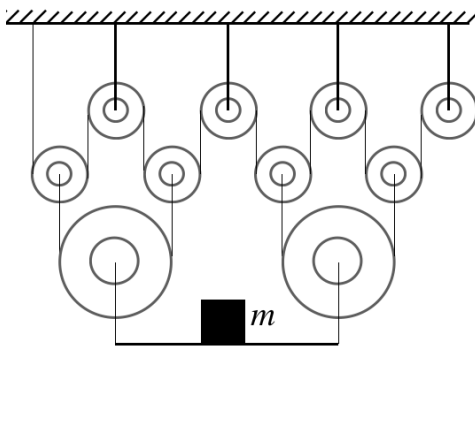
$$N \approx 30 \text{ бочек.}$$

Задача 4 / 2. Необходимо поднять затонувший корабль. Для этого требуется сила $F = 6 \cdot 10^5$ Н. К кораблю крепятся металлические бочки. Затем из бочек выкачивается вода с помощью сжатого воздуха. Когда все бочки опустошены, корабль начинает подниматься. Каждая бочка в пустом состоянии (или заполненном сжатым воздухом) имеет вес $F_0 = 1000$ Н. Для того, чтобы поднять корабль требуется $N = 45$ бочек. Плотность морской воды $\rho = 1020$ кг/м³; $g = 10$ м/с². Какой объем имеет каждая бочка? Ответ выразите в м³ и округлите до десятых.

Ответ:

$$V \approx 1,4 \text{ м}^3.$$

Задача 5 / 1. Рассмотрим систему блоков, изображенную на рисунке. В начальный момент времени свободный конец веревки удерживают в неподвижном положении. Затем свободный конец веревки опускают на $h = 16$ см вниз, сила натяжения остаётся прежней. На сколько поднимется груз? Ответ выразите в сантиметрах и округлите до целых.



Возможное решение

В силу равномерной нагрузки на все верхние подвижные блоки сила натяжения веревки определяется следующим соотношением:

$$2nT = Mg,$$

где n – число верхних подвижных блоков, M – масса груза и всех подвижных блоков. Из условий задачи $n = 4$ (как видно из рисунка):

$$8T = Mg.$$

Так как простые механизмы не влияют на величину работы, выполняемую внешней силой, то:

$$FH = Th,$$

где H – искомый подъем груза, а $F = 8T$.

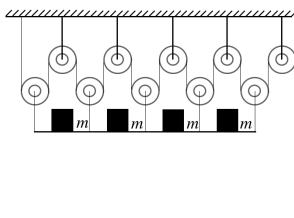
Тогда

$$H = \frac{1}{8}h = \frac{1}{8} \cdot 16 \text{ см} = 2 \text{ см}.$$

Ответ:

$$H = 2 \text{ см}.$$

Задача 5 / 2. Рассмотрим систему блоков, изображенную на рисунке. В начальный момент времени свободный конец веревки удерживают в неподвижном положении. Затем свободный конец веревки опускают на h см вниз, так что груз поднимается на $H = 3$ см, сила натяжения остаётся прежней. На сколько сантиметров опустили нижний конец веревки? Ответ выразите в сантиметрах и округлите до целых.



Ответ:

$$h = 30 \text{ см}.$$