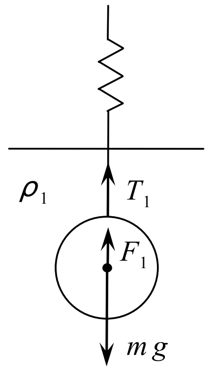
Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2024

Отборочный этап. 8 класс

Задача 1 / 1. Однородный металлический шарик привязали ниткой к пружине динамометра и полностью погрузили сначала в воду, а затем в масло. В первом случае сила натяжения пружины оказалась равной $T_1 = 0{,}68$ Н, во втором случае — $T_2 = 0{,}69$ Н. Найдите плотность ρ металла, из которого изготовлен шарик. Ответ выразите в г/см^3. Плотность воды $\rho_1 = 1$ г/см^3, плотность масла $\rho_2 = 0{,}9$ г/см^3.

Возможное решение



Обозначим через m массу шарика и через V его объём. Рассмотрим случай, когда шарик погружён в воду. На него действуют сила тяжести $m\,g$, сила натяжения T_1 и выталкивающая сила F_1. Запишем условие равновесия шарика:

$$T_1 + F_1 = m\,g\,.$$

Полагая здесь $F_1 = \rho_1 g\,V$ и $m = \rho\,V$, получаем:

$$T_1 = (\,\rho - \rho_1\,)\,g\,V\,.$$

Для случая, когда шарик погружён в масло, имеем аналогичное равенство:

$$T_2 = (\,\rho - \rho_2\,)\,g\,V\,.$$

Поделив эти уравнения друг на друга, находим плотность металла:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2}\,, \qquad \rho\,T_1 - \rho_2\,T_1 = \rho\,T_2 - \rho_1\,T_2\,,$$

$$\rho = \frac{\rho_1\,T_2 - \rho_2\,T_1}{T_2 - T_1} = 7{,}8 \text{ г/см}^3\,.$$

Получилась плотность стали.

Ответ:

$$\rho = \frac{\rho_1\,T_2 - \rho_2\,T_1}{T_2 - T_1} = 7{,}8 \text{ г/см}^3\,.$$

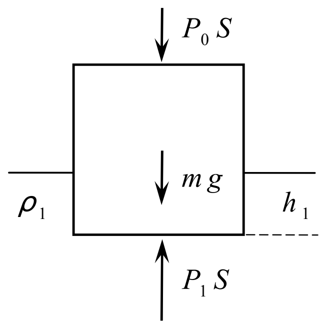
Задача 1 / 2. Однородный металлический шарик привязали ниткой к пружине динамометра и полностью погрузили сначала в воду, а затем в спирт. В первом случае сила натяжения пружины оказалась равной $T_1 = 0{,}34$ Н, во втором случае — $T_2 = 0{,}38$ Н. Найдите плотность ρ металла, из которого изготовлен шарик. Ответ выразите в г/см^3. Плотность воды $\rho_1 = 1$ г/см^3, плотность спирта $\rho_2 = 0{,}8$ г/см^3.

Ответ:

$$\rho = \frac{\rho_1\,T_2 - \rho_2\,T_1}{T_2 - T_1} = 2{,}7 \text{ г/см}^3\,.$$

Задача 2 / 1. В ртути плавает однородный латунный куб с длиной ребра $a = 10$ см. Поверх ртути наливают слой воды толщиной $L = 2{,}5$ см. Найдите разность $\Delta h = h_1 - h_2$, где h_1 и h_2 — значения глубины погружения куба в ртуть до и после доливания воды. Ответ выразите в миллиметрах и округлите до десятых. Плотность ртути $\rho_1 = 13{,}6$ г/см^3, плотность латуни $\rho_2 = 8{,}6$ г/см^3, плотность воды $\rho_3 = 1$ г/см^3.

Возможное решение



1. Рассмотрим сначала случай, когда куб плавает в ртути. Найдём глубину погружения h_1. Обозначим через P_0 атмосферное давление, через P_1 давление на уровне нижней грани куба и через m массу куба. На верхнюю и нижнюю грани куба действуют силы давления P_0S и P_1S, где S — площадь грани. Кроме того, на куб действует сила тяжести mg. Запишем условие равновесия куба:

$$P_1 S = P_0 S + mg\,.$$

Полагая $S = a^2$ и $m = \rho_2\, a^3$, получаем:

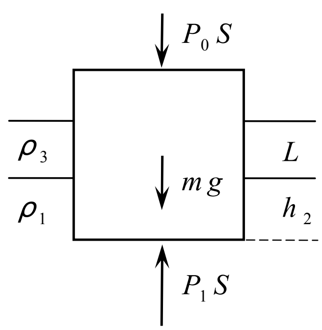
$$P_1\, a^2 = P_0\, a^2 + \rho_2\, g\, a^3 \quad\longrightarrow\quad P_1 - P_0 = \rho_2\, g\, a\,.$$

Разность давлений $(\,P_1 - P_0\,)$ равна гидростатическому давлению слоя ртути толщиной h_1:

$$P_1 - P_0 = \rho_1\, g\, h_1\,.$$

Получаем:

$$\rho_1\, g\, h_1 = \rho_2\, g\, a \quad\longrightarrow\quad h_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1}\, a\,.$$



2. Рассмотрим следующий случай, когда поверх ртути налит слой воды, толщина L которого такова, что уровень воды не доходит до верхней грани куба. Найдём глубину погружения куба в ртуть h_2. Условие равновесия куба остаётся прежним:

$$P_1 - P_0 = \rho_2\, g\, a\,,$$

но теперь разность $(\,P_1 - P_0\,)$ равна сумме гидростатических давлений слоя воды толщиной L и слоя ртути толщиной h_2:

$$P_1 - P_0 = \rho_3\, g\, L + \rho_1\, g\, h_2\,.$$

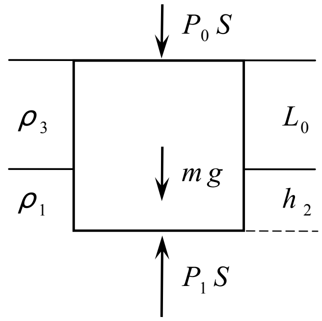
Получаем:

$$\rho_3\, g\, L + \rho_1\, g\, h_2 = \rho_2\, g\, a \quad\longrightarrow\quad h_2 = \frac{\rho_2\, a - \rho_3\, L}{\rho_1}\,.$$

Как видно, h_2 уменьшается с ростом L. Полученный результат справедлив до тех пор, пока уровень налитой воды не сравняется с верхней гранью куба. Найдём толщину L_0 слоя воды в этом случае.

Воспользуемся равенством:

$$h_2 + L_0 = a\,.$$

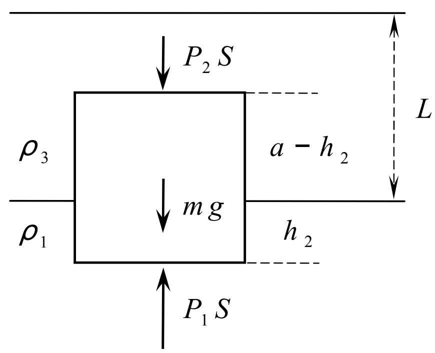


Полагая $L = L_0$ в найденном выше значении h_2, получаем:

$$\frac{\rho_2\, a - \rho_3\, L_0}{\rho_1} + L_0 = a\,, \qquad \rho_2\, a - \rho_3\, L_0 + \rho_1\, L_0 = \rho_1\, a \quad \longrightarrow \quad L_0 = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 - \rho_3}\, a\,.$$

Глубина h_2 в этом случае равна:

$$h_2 = a - L_0 = a - \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 - \rho_3}\, a = \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1 - \rho_3}\, a\,.$$



3. Рассмотрим последний случай, когда толщина слоя воды больше, чем L_0, и верхняя грань куба находится под водой. Обозначим через P_2 давление на уровне верхней грани. Оно больше, чем атмосферное давление P_0. Снова запишем условие равновесия куба:

$$P_1\, a^2 = P_2\, a^2 + \rho_2\, g\, a^3 \quad \longrightarrow \quad P_1 - P_2 = \rho_2\, g\, a\,.$$

Разность $(\, P_1 - P_2\,)$ равна равна сумме гидростатических давлений слоя воды толщиной $(\, a - h_2\,)$ и слоя ртути толщиной h_2:

$$P_1 - P_2 = \rho_3\, g\,(\, a - h_2\,) + \rho_1\, g\, h_2\,.$$

Получаем:

$$\rho_3\, g\,(\, a - h_2\,) + \rho_1\, g\, h_2 = \rho_2\, g\, a\,, \qquad \rho_3\, a - \rho_3\, h_2 + \rho_1\, h_2 = \rho_2\, a\,,$$

$$h_2 = \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1 - \rho_3}\, a\,.$$

Глубина погружения уже не зависит от толщины слоя воды L и совпадает со значением, полученным при $L = L_0$.

4. Подведём итог. Глубина погружения куба в ртуть зависит от соотношения между толщиной слоя воды L и параметром L_0:

$$L_0 = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 - \rho_3}\, a\,.$$

При $L < L_0$ уровень воды находится ниже верхней грани куба и глубина погружения равна:

$$h_2 = \frac{\rho_2\, a - \rho_3\, L}{\rho_1}\,.$$

С ростом L глубина погружения уменьшается и при $L = L_0$ достигает минимального значения. В этом случае уровень воды совпадает с верхней гранью куба. При дальнейшем увеличении L весь куб находится под водой и глубина погружение уже не меняется. Таким образом, при $L \ge L_0$

$$h_2 = \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1 - \rho_3}\, a\,.$$

5. Выясним, какой случай реализуется в предложенной задаче. Для этого вычислим L_0:

$$L_0 = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 - \rho_3}\, a = \frac{13{,}6 - 8{,}6}{13{,}6 - 1} \cdot 10 \text{ см} = 4{,}0 \text{ см}\,.$$

При $L = 2{,}5$ см реализуется неравенство $L < L_0$ и уровень воды находится ниже верхней грани куба. Значение глубины погружения куба в ртуть равно:

$$h_2 = \frac{\rho_2\, a - \rho_3\, L}{\rho_1}\,.$$

Разность глубин:

$$\Delta\, h = h_1 - h_2 = \frac{\rho_2}{\rho_1}\, a - \frac{\rho_2\, a - \rho_3\, L}{\rho_1} = \frac{\rho_3\, L}{\rho_1} = 1{,}8 \text{ мм}\,.$$

Ответ:

$$\Delta\, h = \frac{\rho_3\, L}{\rho_1} = 1{,}8 \text{ мм}\,.$$

Задача 2 / 2. В ртути плавает однородный латунный куб с длиной ребра $a = 10$ см. Поверх ртути наливают слой воды толщиной $L = 5$ см. Найдите разность $\Delta\, h = h_1 - h_2$, где h_1 и h_2 — значения глубины погружения куба в ртуть до и после доливания воды. Ответ выразите в миллиметрах и округлите до десятых. Плотность ртути $\rho_1 = 13{,}6$ г/см^3, плотность латуни $\rho_2 = 8{,}6$ г/см^3, плотность воды $\rho_3 = 1$ г/см^3.

Ответ:

$$\Delta\, h = \frac{\rho_3\,(\,\rho_1 - \rho_2\,)\, a}{\rho_1\,(\,\rho_1 - \rho_3\,)} = 2{,}9 \text{ мм}\,.$$

Задача 3 / 1. В калориметр, содержащий воду массой $m_1 = 1$ кг при температуре $t_1 = 0$ °C, положили кусок стали массой $m_2 = 0{,}2$ кг, нагретый до температуры $t_2 = 505$ °C. Часть воды выкипела, и в калориметре установилась температура $t_3 = 5$ °C. Найдите массу M выкипевшей воды. Удельная теплоёмкость воды $C_1 = 4{,}2$ кДж/(кг °C), удельная теплоёмкость стали $C_2 = 0{,}46$ кДж/(кг °C), удельная теплота парообразования воды $L = 2{,}3$ МДж/кг, температура кипения воды $t_{\text{К}} = 100$ °C. Теплоёмкость калориметра не учитывайте. Ответ выразите в граммах и округлите до целого значения.

Возможное решение

Кусок стали, охлаждаясь от температуры t_2 до температуры t_3, отдаёт количество теплоты

$$Q_0 = m_2\, C_2\,(\,t_2 - t_3\,)\,.$$

Мысленно разделим всю воду на две порции массами M и $(\,m_1 - M\,)$. Для того чтобы испарить массу воды M, её сначала нужно нагреть от начальной температуры t_1 до температуры кипения $t_{\text{К}}$. Необходимое для этого количество теплоты равно:

$$Q_1 = M\, C_1\,(\,t_{\text{К}} - t_1\,)\,.$$

Для испарения воды при температуре кипения требуется количество теплоты

$$Q_2 = M\, L\,.$$

На нагревание массы воды $(\,m_1 - M\,)$ от начальной температуры t_1 до конечной температуры t_3 затрачивается количество теплоты

$$Q_3 = (\,m_1 - M\,)\, C_1\,(\,t_3 - t_1\,)\,.$$

Запишем уравнение теплового баланса:

$$Q_0 = Q_1 + Q_2 + Q_3\,.$$

Подставляя сюда выражения для количеств теплоты, получаем:

$$m_2\, C_2\,(\,t_2 - t_3\,) = M\, C_1\,(\,t_{\text{К}} - t_1\,) + M\, L + (\,m_1 - M\,)\, C_1\,(\,t_3 - t_1\,)\,,$$

$$m_2\, C_2\,(\,t_2 - t_3\,) = M\, C_1\,(\,t_{\text{К}} - t_1\,) + M\, L + m_1\, C_1\,(\,t_3 - t_1\,) - M\, C_1\,(\,t_3 - t_1\,)\,,$$

$$m_2\, C_2\,(\,t_2 - t_3\,) - m_1\, C_1\,(\,t_3 - t_1\,) = M\,(\,C_1\,(\,t_{\text{К}} - t_1\,) + L - \,C_1\,(\,t_3 - t_1\,)\,)\,,$$

$$m_2\, C_2\,(\,t_2 - t_3\,) - m_1\, C_1\,(\,t_3 - t_1\,) = M\,(\,C_1\,(\,t_{\text{К}} - t_3\,) + L\,)\,,$$

$$M = \frac{m_2\, C_2\,(\,t_2 - t_3\,) - m_1\, C_1\,(\,t_3 - t_1\,)}{C_1\,(\,t_{\text{К}} - t_3\,) + L} = 9 \text{ г}\,.$$

Ответ:

$$M = \frac{m_2\, C_2\,(\,t_2 - t_3\,) - m_1\, C_1\,(\,t_3 - t_1\,)}{C_1\,(\,t_{\text{К}} - t_3\,) + L} = 9 \text{ г}\,.$$

Задача 3 / 2. В калориметр, содержащий воду массой $m_1 = 2$ кг при температуре $t_1 = 0$ °C, положили кусок алюминия массой $m_2 = 0{,}4$ кг, нагретый до температуры $t_2 = 510$ °C. Часть воды выкипела, и в калориметре установилась температура $t_3 = 10$ °C. Найдите массу M выкипевшей воды. Удельная теплоёмкость воды $C_1 = 4{,}2$ кДж/(кг °C), удельная теплоёмкость алюминия $C_2 = 0{,}9$ кДж/(кг °C), удельная теплота парообразования воды $L = 2{,}3$ МДж/кг, температура кипения воды $t_{\text{К}} = 100$ °C. Теплоёмкость калориметра не учитывайте. Ответ выразите в граммах и округлите до целого значения.

Ответ:

$$M = \frac{m_2\,C_2\,(\,t_2 - t_3\,) - m_1\,C_1\,(\,t_3 - t_1\,)}{C_1\,(\,t_{\text{К}} - t_3\,) + L} = 36 \text{ г}\,.$$

Задача 4 / 1. В калориметр, содержащий воду массой m_1 при температуре $t_1 = 10$ °C, положили кусок льда массой $m_2 = 0{,}5$ кг при температуре $t_2 = -20$ °C. После установления теплового равновесия в калориметре образовался лёд массой $M = 0{,}4$ кг. Найдите исходную массу воды m_1. Удельная теплоёмкость воды $C_1 = 4{,}2$ кДж/(кг °C), удельная теплоёмкость льда $C_2 = 2{,}1$ кДж/(кг °C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 0{,}33$ МДж/кг. Теплоёмкость калориметра не учитывайте. Ответ выразите в килограммах и округлите до сотых.

Возможное решение

Тот факт, что масса льда уменьшилась, означает, что часть льда растаяла и в конечном состоянии в калориметре имеется смесь воды и льда при температуре 0 °C. Количество теплоты, которое выделилось при охлаждении воды от температуры t_1 до 0 °C, равно:

$$Q_1 = m_1\,C_1\,t_1\,.$$

Для нагревания всей массы льда от температуры t_2 до 0 °C необходимо затратить количество теплоты

$$Q_2 = m_2\,C_2\,(\,-t_2\,)\,.$$

Масса растаявшего льда равна $(\,m_2 - M\,)$. Для превращение этой массы льда в воду при 0 °C требуется количество теплоты

$$Q_3 = (\,m_2 - M\,)\,\lambda\,.$$

Запишем уравнение теплового баланса:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3\,.$$

Подставляя сюда выражения для количеств теплоты, находим массу воды m_1:

$$m_1\,C_1\,t_1 = m_2\,C_2\,(\,-t_2\,) + (\,m_2 - M\,)\,\lambda\,,$$

$$m_1 = \frac{(\,m_2 - M\,)\,\lambda - m_2\,C_2\,t_2}{C_1\,t_1} = 1{,}29 \text{ кг}\,.$$

Ответ:

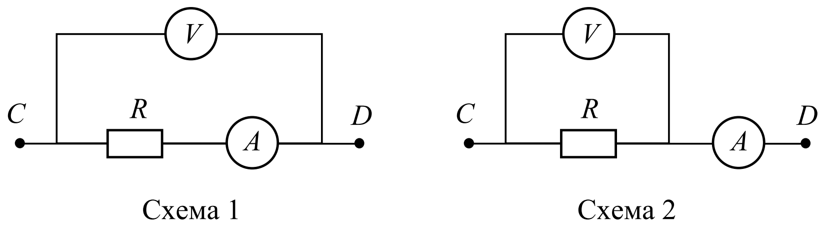
$$m_1 = \frac{(\,m_2 - M\,)\,\lambda - m_2\,C_2\,t_2}{C_1\,t_1} = 1{,}29 \text{ кг}\,.$$

Задача 4 / 2. В калориметр, содержащий воду массой $m_1 = 0{,}4$ кг при температуре $t_1 = 25$ °C, положили кусок льда массой m_2 при температуре $t_2 = -55$ °C. После установления теплового равновесия в калориметре образовалась вода массой $M = 0{,}3$ кг. Найдите исходную массу льда m_2. Удельная теплоёмкость воды $C_1 = 4{,}2$ кДж/(кг °C), удельная теплоёмкость льда $C_2 = 2{,}1$ кДж/(кг °C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 0{,}33$ МДж/кг. Теплоёмкость калориметра не учитывайте. Ответ выразите в килограммах и округлите до сотых.

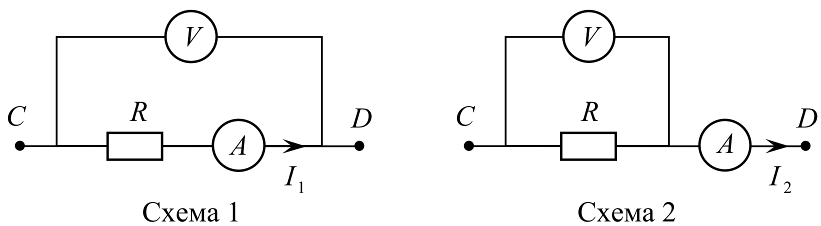
Ответ:

$$m_2 = \frac{(\,m_1 - M\,)\,\lambda + m_1\,C_1\,t_1}{C_2\,(\,-t_2\,)} = 0{,}65 \text{ кг}\,.$$

Задача 5 / 1. Вольтметр V, амперметр A и сопротивление R соединили двумя способами и подключили получившиеся схемы к одному и тому же источнику постоянного напряжения за точки C и D. В схеме 1 вольтметр показал напряжение $V_1 = 24$ В, а амперметр — силу тока $I_1 = 18$ мА. В схеме 2 показания приборов были $V_2 = 23$ В и $I_2 = 20$ мА. Найдите отношение $x = R_V/R$, где R_V — сопротивление вольтметра. Ответ округлите до десятых.



Возможное решение



Обозначим через R_A сопротивление амперметра. В первой схеме вольтметр показывает напряжение, поданное на точки C и D. В этом случае

$$V_1 = I_1\,(R + R_A)\,.$$

Во второй схеме напряжение V_1 равно сумме напряжений на сопротивлении R и на амперметре:

$$V_1 = V_2 + I_2\,R_A\,.$$

Из этих соотношений найдём сопротивления R и R_A:

$$R_A = \frac{V_1 - V_2}{I_2}\,,$$

$$R = \frac{V_1}{I_1} - R_A = \frac{V_1}{I_1} - \frac{V_1 - V_2}{I_2}\,.$$

Во второй схеме сопротивление R и вольтметр включены параллельно. Общее сопротивление этого соединения равно:

$$\frac{R\,R_V}{R + R_V} = \frac{x\,R}{x+1}\,,$$

$x = R_V/R$. Далее имеем:

$$V_2 = I_2 \cdot \frac{x\,R}{x+1}\,, \qquad \frac{V_2}{I_2} = \frac{x\,R}{x+1}\,, \qquad x \cdot \frac{V_2}{I_2} + \frac{V_2}{I_2} = x\,R\,, \qquad x\left(R - \frac{V_2}{I_2}\right) = \frac{V_2}{I_2}\,.$$

В последнем равенстве коэффициент при x равен:

$$R - \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_1}{I_1} - \frac{V_1 - V_2}{I_2} - \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_1}{I_1} - \frac{V_1}{I_2} = \frac{V_1\,(I_2 - I_1)}{I_1\,I_2}\,.$$

Получаем:

$$x \cdot \frac{V_1\,(I_2 - I_1)}{I_1\,I_2} = \frac{V_2}{I_2} \quad \longrightarrow \quad x = \frac{V_2\,I_1}{V_1\,(I_2 - I_1)} = 8{,}6\,.$$

Ответ:

$$x = \frac{V_2\,I_1}{V_1\,(I_2 - I_1)} = 8{,}6\,.$$

Задача 5 / 2. Вольтметр V, амперметр A и сопротивление R соединили двумя способами и подключили получившиеся схемы к одному и тому же источнику постоянного напряжения за точки C и D. В схеме 1 вольтметр показал напряжение $V_1 = 18$ В, а амперметр — силу тока $I_1 = 30$ мА. В схеме 2 показания приборов были $V_2 = 17$ В и $I_2 = 33$ мА. Найдите отношение $x = R_V/R$, где R_V — сопротивление вольтметра. Ответ округлите до десятых.

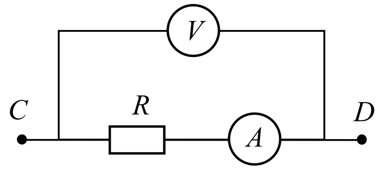


Схема 1

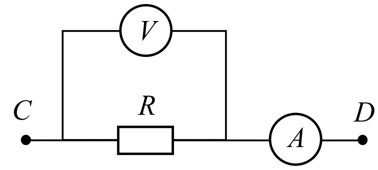


Схема 2

Ответ:

$$x = \frac{V_2\, I_1}{V_1\,(\,I_2 - I_1\,)} = 9{,}4\,.$$