

# 10 класс

**Задача 10.1.** Дано число  $2^{2024} \cdot 3^{2023} \cdot 5^{2022}$ . Можно ли расставить все его делители, кроме единицы, по кругу так, чтобы любые два соседних числа не были взаимно просты?

**Задача 10.2.** Сколько решений в вещественных числах имеет уравнение  $(x - 1)^3 = \{(x + 1)^3\}$  (здесь  $\{t\}$  обозначает дробную часть числа  $t$ )?

**Задача 10.3.** Последовательность чисел  $a_n$  определяется условиями  $a_1 = 20$ ,  $a_2 = 50$ ,  $a_{n+1} = a_{n-1} - \frac{3}{a_n}$ . Найдите номер первого отрицательного члена этой последовательности.

**Задача 10.4.** Окружность с диаметром  $BD$  касается сторон угла  $A$  в точках  $B$  и  $C$ . Её хорда  $DE$  проходит через середину хорды  $BC$ , а отрезок  $AD$  пересекает окружность в точке  $F$ .

- а) Докажите, что хорды  $EF$  и  $BC$  параллельны;
- б) Найдите отношение  $EF : BC$ , если угол  $BAC$  равен  $60^\circ$ .

**Задача 10.5.** На координатной плоскости в некоторых точках с целыми координатами лежит по камешку (камешков конечное количество). Разрешается делать следующий *ход*: выбрать пару камешков, взять некоторый вектор  $\vec{a}$  с целыми координатами, и далее один из выбранных камешков сдвинуть на вектор  $\vec{a}$ , а другой — на противоположный вектор  $-\vec{a}$ . При этом запрещается класть два камешка в одну точку. Всегда ли можно за несколько ходов добиться того, чтобы все камешки лежали на одной прямой?