

9 класс

Задача 9.1. Найдите все натуральные числа n такие, что число n^2 делится на число $[\sqrt{n}]^3$. (Здесь $[x]$ обозначает целую часть от x .)

Задача 9.2. Решите систему уравнений в вещественных числах:

$$\begin{cases} ab + c + d = 1 \\ bc + d + a = 5 \\ cd + a + b = 2 \\ da + b + c = 6. \end{cases}$$

Задача 9.3. Последовательность чисел a_n определяется условиями $a_1 = 20$, $a_2 = 50$, $a_{n+1} = a_{n-1} - \frac{3}{a_n}$. Найдите номер первого отрицательного члена этой последовательности.

Задача 9.4. В узлах квадратной сетки лежат камешки (камешков конечное количество, в одном узле может быть несколько камешков). Разрешается делать следующий *ход*: выбрать два камешка, переложить один из них в другой узел сетки, а другой переместить на то же расстояние в противоположном направлении. Всегда ли можно за несколько ходов добиться того, чтобы все камешки лежали на одной прямой?

Задача 9.5. Прямоугольник со сторонами 8 и 9 разделили на две части: треугольник и четырёхугольник. Чему равна наибольшая сумма радиусов двух кругов, которые можно поместить в каждую из этих частей?