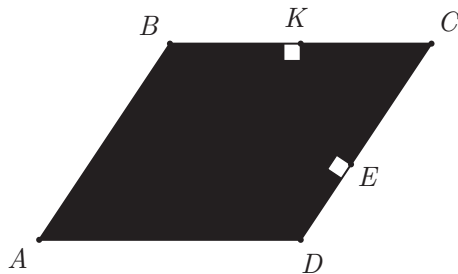
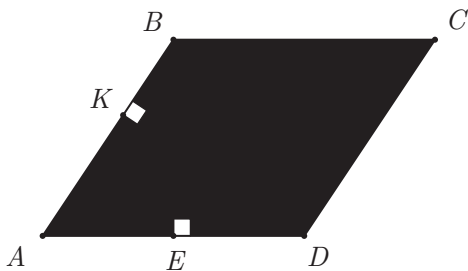


**Задача 11.1.** Дан прямоугольный треугольник с натуральными длинами сторон. Пусть  $\alpha$  — его острый угол, а угол  $\beta$  таков, что  $\operatorname{tg} 2\beta = \operatorname{tg} 3\alpha$ . Докажите, что величина  $\operatorname{tg} \beta$  рациональна.

**Задача 11.2.** В некоторой школе все ребята увлекаются геометрией и состоят в различных геометрических клубах. Известно, что у любых двух клубов есть хотя бы один общий член. Докажите, что можно раздать школьникам циркули и линейки таким образом, чтобы у одного человека были и циркуль, и линейка, у каждого из остальных были или циркуль, или линейка (но не оба инструмента сразу), и в каждом клубе у его членов нашлись бы и циркуль, и линейка.

**Задача 11.3.** Высоты  $BE$  и  $DK$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $H$ .

- Докажите, что прямые  $CH$  и  $KE$  перпендикулярны;
- Найдите длину диагонали  $BD$ , если  $KE = 3$ ,  $CH = 3,2$ .



**Задача 11.4.** Пусть  $a_n = [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + \dots + [\sqrt{n}]$ . Докажите, что среди элементов последовательности  $a_1, a_2, \dots$  есть лишь конечное количество простых чисел, и найдите наибольшее из них.

**Задача 11.5.** Дана клетчатая доска  $6 \times 6$ . Фигура *принц* умеет ходить по горизонтали и вертикали, делая ходы сначала на 1 клетку, потом — на две (в одном направлении), потом опять на одну и т.д. Может ли принц, встав на некоторую клетку, обойти все остальные клетки доски, побывав на каждой ровно по одному разу?

**Задача 11.6.** Найдите все тройки вещественных чисел  $x, y, z$ , для которых справедливо равенство множеств:

$$\{x, y, z\} = \left\{ \frac{x-y}{y-z}, \frac{y-z}{z-x}, \frac{z-x}{x-y} \right\}.$$