

Решение варианта 09-01

Задача 1

Путь до остановки $0,5V_0T$, после остановки перемещения при равнопеременном движении за любые последовательные равные промежутки времени относятся как нечетные числа натурального ряда

$$1. S = 0,5V_0T(1+1+3+5) = 5V_0T = 5 \cdot 4 \cdot 2 = 40 \text{ м.}$$

По второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\Delta \vec{V}(t)}{\Delta t} = \frac{-\vec{V}_0}{T} m$,

$$2. F = m \frac{V_0}{T} = 0,2 \cdot \frac{4}{2} = 0,4 \text{ Н.}$$

По теореме об изменении кинетической энергии материальной точки

$$3. A = m \frac{V^2(T)}{2} - m \frac{V_0^2}{2} = 0 - 0,2 \cdot \frac{4^2}{2} = -1,6 \text{ Дж.}$$

Задача 2

$$1. H = \frac{g(0,5T)^2}{2} = \frac{gT^2}{8} = \frac{10 \cdot 4^2}{8} = 20 \text{ м.}$$

$$\text{Далее } V_0 \sin \alpha = \frac{gT}{2}, \frac{V_{MAX}}{V_{MIN}} = \frac{V_0}{V_0 \cos \alpha} = n, \cos \alpha = \frac{1}{n}, \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}.$$

Горизонтальная дальность полета

$$S = 2 \frac{V_0}{g} \sin \alpha V_0 \cos \alpha = 2 \frac{T}{2} \frac{gT}{2 \sin \alpha} \cos \alpha = \frac{gT^2}{2} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{gT^2}{2\sqrt{n^2 - 1}} \approx 46 \text{ м.}$$

$$2. S = \frac{gT^2}{2\sqrt{n^2 - 1}} \approx 46 \text{ м.}$$

Для нахождения радиуса кривизны воспользуемся соотношением $R = \frac{V^2}{a_n}$.

В малой окрестности точки старта $V = V_0$, нормальное ускорение a_n – это проекция ускорения $\vec{g}$ свободного падения на нормаль к траектории $a_n = g \cdot \cos \alpha$. Из этих соотношений следует

$$R = \frac{V_0^2}{g \cos \alpha} = \frac{1}{g \cos \alpha} \left(\frac{gT}{2 \sin \alpha} \right)^2 = \frac{gT^2}{4 \cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)} = \frac{n^3}{4(n^2 - 1)} gT^2.$$

$$3 \quad R = \frac{n^3}{4(n^2 - 1)} gT^2 \approx 107 \text{ м.}$$

Задача 3

По графику: модуль ускорения при подъёме $a_1 = g(\sin \alpha + \tilde{\mu} \cos \alpha) = 8 \text{ м/с}^2$, ускорение при спуске $a_2 = g(\sin \alpha - \tilde{\mu} \cos \alpha) = 4 \text{ м/с}^2$

$$1. \sin \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g} = 0,6. \quad \text{В этом случае } \cos \alpha = 0,8.$$

В системе тел, взаимодействующих по третьему закону Ньютона, сумма произведений масс на ускорения равна сумме внешних сил, действующих на систему. При движении шайбы по клину $m\vec{a} + 2m\vec{0} = m\vec{g} + 2m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}$. (1)

Перейдем в (1) к проекциям сил и ускорения на горизонтальное направление

$$F_{TP} = ma \cos \alpha. \text{ Ответ на второй вопрос}$$

$$2. F_{TP} = ma_1 \cos \alpha = 0,2 \cdot 8 \cdot 0,8 = 1,28 \text{ Н, здесь учтено, что } a_1 > a_2.$$

Для ответа на третий вопрос найдем силу $\vec{N}$ нормальной реакции. Из (1), переходя к проекциям сил и ускорения на вертикаль, получаем

$$-ma \sin \alpha = -mg - 2mg + N, \text{ отсюда } N = 3mg - ma \sin \alpha;$$

Из этих соотношений приходим к ответу на третий вопрос задачи

$$\mu \geq \frac{F_{TP}}{N} = \frac{ma \cos \alpha}{3mg - ma \sin \alpha} = \frac{a \cos \alpha}{3g - a \sin \alpha}. \quad \text{Подстановка численных значений}$$

приводит к ответу

$$3. \mu \geq \frac{a_1 \cos \alpha}{3g - a_1 \sin \alpha} \approx 0,25.$$

Задача 4

По условию приборы идеальные (напряжение на амперметре пренебрежимо мало, ток через вольтметр пренебрежимо мал), тогда можно считать, что два правых на схеме резистора соединены параллельно, в свою очередь эти резисторы соединены последовательно с левым резистором. Эквивалентное сопротивление такой цепи $R + 0,5R = 1,5R$. Сила тока в цепи

$$1. I = \frac{U}{1,5R} = 0,2 \text{ А.}$$

Показание вольтметра

$$2. U_B = RI = \frac{2U}{3} = 20 \text{ В.}$$

Мощность, рассеиваемая в цепи, равна мощности сил в источнике

$$3. P = U \cdot I = 30 \cdot 0,2 = 6 \text{ Вт.}$$

Задача 5

По условию $n = \frac{m + \Delta m}{m - \Delta m}$, отсюда

$$1. \delta = \frac{\Delta m}{m} = \frac{n-1}{n+1} = \frac{1}{8} = 0,125.$$

Закон сохранения энергии в тепловых процессах

$mc_L(t_0 - t_2) = mc_B(t_1 - t_0) + \Delta m\lambda$, искомая температура

$$2. t_2 = t_0 - \frac{c_B}{c_L}(t_1 - t_0) - \delta \frac{\lambda}{c_L} = -40 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Решение варианта 09-02

Задача 1

Путь до остановки $0,5V_0T$, после остановки перемещения при равнопеременном движении за любые последовательные равные промежутки времени относятся как нечетные числа натурального ряда

$$1. S = 0,5V_0T(1+1+3) = 2,5V_0T = 2,5 \cdot 2 \cdot 4 = 20 \text{ м.}$$

По второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\Delta \vec{V}(t)}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_0}{T} m$,

$$2. F = m \frac{V_0}{T} = 0,4 \cdot \frac{2}{4} = 0,2 \text{ Н.}$$

По теореме об изменении кинетической энергии материальной точки

$$3. A = m \frac{V^2(T)}{2} - m \frac{V_0^2}{2} = 0 - 0,4 \cdot \frac{2^2}{2} = -0,8 \text{ Дж.}$$

Задача 2

$$1. H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 2^2}{2} = 20 \text{ м.}$$

По условию треугольник скоростей $\vec{V}(T) = \vec{V}_0 + \vec{g}T$ прямоугольный, тогда

$$V_0 \sin \alpha = gT, \quad V_0 = \frac{gT}{\sin \alpha}, \text{ горизонтальная дальность полета}$$

$$S = (V_0 \cos \alpha)T = \frac{gT}{\sin \alpha} (\cos \alpha)T = \frac{gT^2}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

$$2. |\vec{r}(T)| = \sqrt{S^2 + H^2} = gT^2 \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{7}{3}} \frac{gT^2}{2} \approx 30,6 \text{ м.}$$

О радиусе кривизны траектории камня при $T = 2$ с: в рассматриваемый момент $V = V_0 \cos \alpha$, $a_n = g$. Радиус кривизны траектории в малой окрестности

рассматриваемой точки $R = \frac{V^2}{a_n} = \frac{(V_0 \cos \alpha)^2}{g} = \frac{1}{g} \left(\frac{gT \cos \alpha}{\sin \alpha} \right)^2 = \frac{gT^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$

$$3. R = \frac{gT^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} \approx 13,3 \text{ м.}$$

Задача 3

По графику: модуль ускорения при подъёме $a_1 = g(\sin \alpha + \tilde{\mu} \cos \alpha) = 6 \text{ м/с}^2$,
ускорение при спуске $a_2 = g(\sin \alpha - \tilde{\mu} \cos \alpha) = 3 \text{ м/с}^2$

$$1. \sin \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g} = 0,45. \quad \text{В этом случае } \cos \alpha \approx 0,893 \approx 0,9.$$

В системе тел, взаимодействующих по третьему закону Ньютона, сумма произведений масс на ускорения равна сумме внешних сил, действующих на Систему. В процессе движения шайбы по клину при $0 < t < 0,1 \text{ с}$

$$m\vec{a}_1 + 1,5m\vec{0} = m\vec{g} + 1,5m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}. \quad (1)$$

Перейдем в (1) к проекциям сил и ускорения на вертикаль

$$-ma_1 \sin \alpha = -mg - 1,5mg + N, \text{ отсюда } N = 2,5mg - ma_1 \sin \alpha;$$

$$2. N = m(2,5g - a_1 \sin \alpha) = 8,92 \text{ Н.}$$

Из (1), переходя к проекциям сил и ускорения на горизонтальное направление, получаем $F_{TP} = ma \cos \alpha$.

Из этих соотношений приходим к ответу на третий вопрос задачи

$$\mu \geq \frac{F_{TP}}{N} = \frac{ma \cos \alpha}{2,5mg - ma \sin \alpha} = \frac{a \cos \alpha}{2,5g - a \sin \alpha}. \text{ Подстановка численных значений}$$

приводит к ответу

$$3. \mu \geq \frac{a_1 \cos \alpha}{2,5g - a_1 \sin \alpha} \approx 0,24.$$

Задача 4

По условию приборы идеальные (напряжение на амперметре пренебрежимо мало, ток через вольтметр пренебрежимо мал), тогда можно считать, что два правых на схеме резистора соединены параллельно, в свою очередь эти резисторы соединены последовательно с левым резистором. Эквивалентное сопротивление такой цепи $R + 0,5R = 1,5R$. Сила тока в цепи

$$1. I = \frac{U}{1,5R} = \frac{120}{1,5 \cdot 200} = 0,4 \text{ А.}$$

Показание амперметра

$$2. I_A = \frac{I}{2} = 0,2 \text{ А.}$$

Мощность сил в источнике

3. $P = U \cdot I = 120 \cdot 0,4 = 48 \text{ Вт.}$

Задача 5

По условию $n = \frac{m + \Delta m}{m - \Delta m}$, отсюда

1. $\delta = \frac{\Delta m}{m} = \frac{n - 1}{n + 1} = 0,1.$

Закон сохранения энергии в тепловых процессах

$mc_{\text{л}}(t_0 - t_2) + \Delta m\lambda = mc_{\text{в}}(t_1 - t_0)$, искомая температура

2. $t_1 = t_0 + \frac{c_{\text{л}}}{c_{\text{в}}}(t_0 - t_2) + \delta \frac{\lambda}{c_{\text{в}}} = 18 \text{ }^\circ\text{C}.$

Решения варианта 09-03

Задача 1

В системе отсчета $O'X'$, связанной со вторым автомобилем, движение первого автомобиля равнопеременное. Тогда первый автомобиль находится на максимальном расстоянии от второго в момент времени $t = T/2$, в этот момент расстояние между автомобилями

$$1 \quad L_{MAX} = \frac{1}{2} U \frac{T}{2} = 18 \text{ м.}$$

После остановки перемещения относятся как нечетные числа натурального ряда, тогда

$$2 \quad S = 3L_{MAX} = 54 \text{ м.}$$

Задача 2

$$1. \quad \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{tg} \beta = 2 \cdot 0,75 = 1,5, \quad \sin \alpha \approx 0,83, \quad \cos \alpha \approx 0,55.$$

$$H = \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{2g},$$

$$2. \quad V_0 = \frac{\sqrt{2gH}}{\sin \alpha} \approx 12 \text{ м/с.}$$

Для нахождения радиуса кривизны воспользуемся соотношением $R = \frac{V^2}{a_n}$.

В рассматриваемый момент времени мяч движется параллельно склону со скоростью

$$V = \frac{V_0 \cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{\sqrt{2gH} \cos \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \beta} = \frac{\sqrt{2gH}}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \beta},$$

нормальное ускорение a_n — это проекция ускорения $\vec{g}$ свободного падения на нормаль к траектории $a_n = g \cdot \cos \beta$. Из этих соотношений следует

$$R = \frac{V^2}{g \cos \beta} = \frac{2gH}{\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot g \cdot \cos^3 \beta} = \frac{H}{2 \sin^2 \beta \cos \beta}.$$

$$3 \quad R = \frac{H}{2 \sin^2 \beta \cos \beta} \approx 8,7 \text{ м.}$$

Задача 3

Модули ускорения: при скольжении шайбы вниз $a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 2 \text{ м/с}^2$, при скольжении шайбы вверх $a_2 = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 4 \text{ м/с}^2$, отсюда

$$1. \sin \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g} = 0,3, \cos \alpha \approx 0,95.$$

При движении системы тел, в которой действуют внутренние силы, подчиняющиеся третьему закону Ньютона, сумма произведений масс тел на ускорения равна сумме внешних сил, действующих на систему. В рассматриваемом случае при движении шайбы вверх по клину при $t > 0,2$ с

$$m\vec{a}_2 + 2m\vec{0} = m\vec{g} + 2m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}. \quad (1).$$

Перейдем в (1) к проекциям сил и ускорения на горизонтальное направление

$$F_{TP} = ma_2 \cos \alpha. \text{ Ответ на второй вопрос}$$

$$2. F_{TP} = ma_2 \cos \alpha \approx 0,5 \cdot 4 \cdot 0,95 = 1,9 \text{ Н.}$$

Для ответа на третий вопрос найдем силу $\vec{N}$ нормальной реакции. Из (1), переходя к проекциям сил и ускорения на вертикаль, получаем

$$-ma_2 \sin \alpha = -mg - 2mg + N, \text{ отсюда } N = 3mg - ma_2 \sin \alpha;$$

Из этих соотношений приходим к ответу на третий вопрос задачи

$$\mu \geq \frac{F_{TP}}{N} = \frac{ma_2 \cos \alpha}{3mg - ma \sin \alpha} = \frac{a_2 \cos \alpha}{3g - a_2 \sin \alpha}.$$

$$3. \mu \geq \frac{a_2 \cos \alpha}{3g - a_2 \sin \alpha} \approx 0,13.$$

Задача 4

По условию $I^2 R_1 \tau \frac{\eta}{100\%} = m\lambda,$

$$1. R_1 = \frac{100\%}{\eta} \cdot \frac{m\lambda}{I^2 \tau} = 20 \text{ Ом.}$$

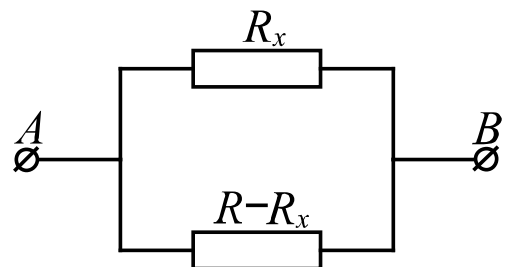
Эквивалентная схема представлена на рисунке, R_x – сопротивление обмотки от левого края до подвижного контакта. Сопротивление R_1 между точками А и В

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R - R_x}, \quad R_1 = \frac{R_x(R - R_x)}{R} \quad (1),$$

$$\frac{R_1}{R} = \frac{R_x}{R} \left(1 - \frac{R_x}{R} \right),$$

$$\frac{R_1}{R} = \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L} \right), \left(\frac{x}{L} \right)^2 - \frac{x}{L} + \frac{R_1}{R} = 0, \text{ искомый корень}$$

$$2. x = \frac{L}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4R_1}{R}} \right) = 10 \text{ см.}$$



Из (1) следует: максимальное сопротивление нагревателя (а с ним и рассеиваемой мощности) достигается в том случае, когда подвижный контакт находится в середине обмотки. Действительно, максимум параболы реализуется при $R_x = R - R_x = \frac{R}{2}$, максимальное сопротивление между точками А и В равно $\frac{R}{4}$

$$3. P_{MAX} = I^2 \frac{R}{4} = 2250 \text{ Вт.}$$

Задача 5

Радиус орбиты $r = \frac{R}{\cos \varphi} = 2R$, период обращения

$$1. T = 4\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} \approx 14200 \text{ с.}$$

Далее по условию $\frac{2\pi}{T} \Delta t - \frac{2\pi}{T_3} \Delta t = 2\pi$,

$$2. \Delta t = \frac{T_3 T}{T_3 - T} \approx 1,7 \cdot 10^4 \text{ с.}$$

Решения варианта 09-04

Задача 1

$$1 \quad T = 4 \frac{L_{MAX}}{U} = 6 \text{ с.}$$

$$2 \quad S = 3L_{MAX} = 45 \text{ м.}$$

Задача 2

$$1. \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} = \frac{1}{2}, \quad \cos \beta \approx 0,89 \approx 0,9.$$

$$S = V_0 \cos \alpha \cdot T = V_0 \cos \alpha \cdot \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{V_0^2}{2g}, \quad V_0 = \sqrt{2gS},$$

$$V_1 = V_0 \cos \alpha = \sqrt{2gS} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{gS},$$

$$2. \quad V_1 = \sqrt{gS} = 10 \text{ м/с.}$$

Для нахождения радиуса кривизны воспользуемся соотношением $R = \frac{V^2}{a_n}$.

В рассматриваемый момент времени мяч движется параллельно склону со скоростью

$$V = \frac{V_1}{\cos \beta},$$

нормальное ускорение a_n – это проекция ускорения $\vec{g}$ свободного падения на нормаль к траектории $a_n = g \cdot \cos \beta$. Из этих соотношений следует

$$R = \frac{V^2}{g \cos \beta} = \frac{S}{\cos^3 \beta}.$$

$$3 \quad R = \frac{S}{\cos^3 \beta} \approx 14 \text{ м.}$$

Задача 3

Модули ускорения: при скольжении шайбы вниз $a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 4 \text{ м/с}^2$, при скольжении шайбы вверх $a_2 = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 6 \text{ м/с}^2$, отсюда

$$1. \quad \sin \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g} = 0,5, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

При движении системы тел, в которой действуют внутренние силы, подчиняющиеся третьему закону Ньютона, сумма произведений масс тел на

ускорения равна сумме внешних сил, действующих на систему. В рассматриваемом случае при движении шайбы по клину при $0 < t < 0,1$ с

$$m\vec{a}_1 + 1,5m\vec{0} = m\vec{g} + 1,5m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}. \quad (1)$$

Перейдем в (1) к проекциям сил и ускорения на вертикаль

$$-ma_1 \sin \alpha = -mg - 1,5mg + N, \text{ отсюда } N = 2,5mg - ma_1 \sin \alpha;$$

$$2. N = m(2,5g - a_1 \sin \alpha) = 0,2(2,5 \cdot 10 - 4 \cdot 0,5) = 4,6 \text{ Н.}$$

Из (1), переходя к проекциям сил и ускорения на горизонтальное направление, получаем $F_{TP} = ma_1 \cos \alpha$.

Из этих соотношений приходим к ответу на третий вопрос задачи

$$\mu \geq \frac{F_{TP}}{N} = \frac{ma_1 \cos \alpha}{2,5mg - ma_1 \sin \alpha} = \frac{a_1 \cos \alpha}{2,5g - a_1 \sin \alpha}.$$

$$3. \mu \geq \frac{a_1 \cos \alpha}{2,5g - a_1 \sin \alpha} \approx 0,15.$$

Задача 4

По условию $I^2 R_1 \tau \frac{\eta}{100\%} = \rho V c \Delta t$,

$$1. R_1 = \frac{100\%}{\eta} \cdot \frac{\rho V c \Delta t}{I^2 \tau} = 50 \text{ Ом}$$

Эквивалентная схема представлена на рисунке, R_x – сопротивление обмотки от левого края до подвижного контакта. Сопротивление R_1 между точками А и В

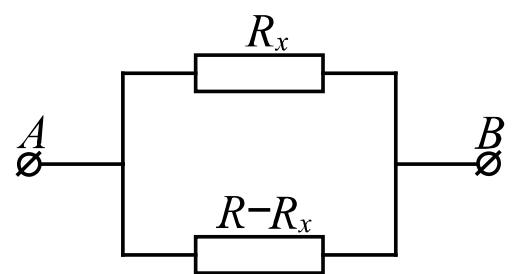
$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R - R_x}, R_1 = \frac{R_x(R - R_x)}{R} \quad (1), \quad \frac{R_1}{R} = \frac{R_x}{R} \left(1 - \frac{R_x}{R}\right)$$

$$\frac{R_1}{R} = \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L}\right), \left(\frac{x}{L}\right)^2 - \frac{x}{L} + \frac{R_1}{R} = 0, \text{ искомый корень}$$

$$2. x = \frac{L}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4R_1}{R}}\right) = 30 \text{ см.}$$

Из (1) следует: максимальное сопротивление нагревателя (а с ним и рассеиваемой мощности) достигается в том случае, когда подвижный контакт находится в середине обмотки. Действительно, максимум параболы реализуется при $R_x = R - R_x = \frac{R}{2}$, максимальное сопротивление между точками А и В равно $\frac{R}{4}$

$$3. P_{MAX} = I^2 \frac{R}{4} = 5625 \text{ Вт.}$$



Задача 5

$$\cos \varphi = \sqrt[3]{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{R}{g}} \approx 0,707$$

1. $\varphi = 45^\circ$

Далее по условию $\frac{2\pi}{T} \Delta t + \frac{2\pi}{T_3} \Delta t = 2\pi$,

2. $\Delta t = \frac{T_3 T}{T_3 + T} \approx 7,7 \cdot 10^3 \text{ с.}$