

# Отборочный этап 2023/24

## Задачи олимпиады: Математика 10 класс (2 попытка)

### Задача 01

#### Задача 1 #1 ID 2692

Дана возрастающая арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ . Известно, что  $a_3 + a_6 = 23$ ,  $a_6^2 - a_3^2 = 207$ . Чему равен девятый член прогрессии?

999976292692

Ответ:

#### Задача 1 #2 ID 2693

Дана убывающая арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ . Известно, что  $a_3 + a_8 = 15$ ,  $a_8^2 - a_3^2 = -75$ . Чему равен двенадцатый член прогрессии?

999976292693

Ответ:

#### Задача 1 #3 ID 2694

Дана возрастающая арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ . Известно, что  $a_4 + a_8 = 14$ ,  $a_8^2 - a_4^2 = 56$ . Чему равен восемнадцатый член прогрессии?

999976292694

Ответ:

#### Задача 1 #4 ID 2695

Дана убывающая арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ . Известно, что  $a_2 + a_5 = 23$ ,  $a_5^2 - a_2^2 = -225$ . Чему равен седьмой член прогрессии?

999976292695

Ответ:

## Задача 1 #5 ID 2696

Дана возрастающая арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ . Известно, что  $a_2 + a_7 = 16$ ,  $a_7^2 - a_2^2 = 160$ . Чему равен одиннадцатый член прогрессии?

99976292696

Ответ:

## Задача 02

### Задача 2 #6 ID 2701

Пусть  $\Pi(k)$  обозначает произведение всех цифр натурального числа  $k$ . Найдите наименьшее пятизначное число  $n$  такое, что  $\Pi(n) = \Pi(n + 1) = \Pi(n + 2) < \Pi(n + 3) = 648$ .

99976292701

Ответ:

### Задача 2 #7 ID 2697

Пусть  $\Pi(k)$  обозначает произведение всех цифр натурального числа  $k$ . Найдите наименьшее пятизначное число  $n$  такое, что  $\Pi(n) = \Pi(n + 1) = \Pi(n + 2) < \Pi(n + 3) = 360$ .

99976292697

Ответ:

### Задача 2 #8 ID 2698

Пусть  $\Pi(k)$  обозначает произведение всех цифр натурального числа  $k$ . Найдите наименьшее пятизначное число  $n$  такое, что  $\Pi(n) = \Pi(n + 1) = \Pi(n + 2) < \Pi(n + 3) = 504$ .

99976292698

Ответ:

## Задача 2 #9 ID 2699

Пусть  $\Pi(k)$  обозначает произведение всех цифр натурального числа  $k$ . Найдите наименьшее пятизначное число  $n$  такое, что  $\Pi(n) = \Pi(n + 1) = \Pi(n + 2) < \Pi(n + 3) = 160$ .

999976292699

Ответ:

## Задача 2 #10 ID 2700

Пусть  $\Pi(k)$  обозначает произведение всех цифр натурального числа  $k$ . Найдите наименьшее пятизначное число  $n$  такое, что  $\Pi(n) = \Pi(n + 1) = \Pi(n + 2) < \Pi(n + 3) = 135$ .

999976292700

Ответ:

## Задача 03

### Задача 3 #11 ID 2702

20 школьников записываются на кружки по физике, математике и информатике. Каждый школьник может записаться на любое количество из этих трёх кружков, но обязан выбрать хотя бы один из них. Известно, что на информатику записались 13 школьников, на физику - 10 школьников, а 9 человек записались на математику. Оказалось, что ровно 9 человек записались не менее чем на 2 кружка сразу. Найдите количество учеников, выбравших все три кружка.

999976292702

Ответ:

### Задача 3 #12 ID 2703

---

28 школьников записываются на кружки по физике, математике и информатике. Каждый школьник может записаться на любое количество из этих трёх кружков, но обязан выбрать хотя бы один из них. Известно, что на информатику записались 11 школьников, на физику – 15 школьников, а 14 человек записались на математику. Оказалось, что ровно 10 человек записались не менее чем на 2 кружка сразу. Найдите количество учеников, выбравших все три кружка.

999976292703

Ответ:

---

### Задача 3 #13 ID 2704

---

34 школьника записываются на кружки по физике, математике и информатике. Каждый школьник может записаться на любое количество из этих трёх кружков, но обязан выбрать хотя бы один из них. Известно, что на информатику записались 14 школьников, на физику – 18 школьников, а 20 человек записались на математику. Оказалось, что ровно 13 человек записались не менее чем на 2 кружка сразу. Найдите количество учеников, выбравших все три кружка.

999976292704

Ответ:

---

### Задача 3 #14 ID 2705

---

25 школьников записываются на кружки по физике, математике и информатике. Каждый школьник может записаться на любое количество из этих трёх кружков, но обязан выбрать хотя бы один из них. Известно, что на информатику записались 11 школьников, на физику – 14 школьников, а 13 человек записались на математику. Оказалось, что ровно 10 человек записались не менее чем на 2 кружка сразу. Найдите количество учеников, выбравших все три кружка.

999976292705

Ответ:

### Задача 3 #15 ID 2706

32 школьника записываются на кружки по физике, математике и информатике. Каждый школьник может записаться на любое количество из этих трёх кружков, но обязан выбрать хотя бы один из них. Известно, что на информатику записались 14 школьников, на физику – 14 школьников, а 16 человек записались на математику. Оказалось, что ровно 11 человек записались не менее чем на 2 кружка сразу. Найдите количество учеников, выбравших все три кружка.

99976292706

Ответ:

## Задача 04

### Задача 4 #16 ID 2707

Пункты  $A$  и  $B$  находятся на шоссе на расстоянии 70 километров друг от друга. В полдень из пункта  $A$  в направлении пункта  $B$  выезжает мотоцикл (его движение не заканчивается в пункте  $B$ ). Он едет с постоянной скоростью 50 км/ч. Одновременно вместе с мотоциклом из пункта  $B$  выезжает машина, которая движется в том же направлении вдоль шоссе, что и мотоцикл. Машина начинает движение с нулевой скоростью и движется с постоянным ускорением  $40 \text{ км/ч}^2$ . Определите наименьшее расстояние между машиной и мотоциклом в первые два часа движения. Ответ выразите в километрах.

99976292707

Ответ:

### Задача 4 #17 ID 2708

Пункты  $A$  и  $B$  находятся на шоссе на расстоянии 20 километров друг от друга. В полдень из пункта  $A$  в направлении пункта  $B$  выезжает мотоцикл (его движение не заканчивается в пункте  $B$ ). Он едет с постоянной скоростью 30 км/ч. Одновременно вместе с мотоциклом из пункта  $B$  выезжает машина, которая движется в том же направлении вдоль шоссе, что и мотоцикл. Машина начинает движение с нулевой скоростью и движется с постоянным ускорением  $40 \text{ км/ч}^2$ . Определите наименьшее расстояние между машиной и мотоциклом в первые два часа движения. Ответ выразите в километрах.

99976292708

Ответ:

## Задача 4 #18 ID 2709

Пункты  $A$  и  $B$  находятся на шоссе на расстоянии 45 километров друг от друга. В полдень из пункта  $A$  в направлении пункта  $B$  выезжает мотоцикл (его движение не заканчивается в пункте  $B$ ). Он едет с постоянной скоростью 42 км/ч. Одновременно вместе с мотоциклом из пункта  $B$  выезжает машина, которая движется в том же направлении вдоль шоссе, что и мотоцикл. Машина начинает движение с нулевой скоростью и движется с постоянным ускорением  $48 \text{ км/ч}^2$ . Определите наименьшее расстояние между машиной и мотоциклом в первые два часа движения. Ответ выразите в километрах.

999976292709

Ответ:

## Задача 4 #19 ID 2710

Пункты  $A$  и  $B$  находятся на шоссе на расстоянии 62 километров друг от друга. В полдень из пункта  $A$  в направлении пункта  $B$  выезжает мотоцикл (его движение не заканчивается в пункте  $B$ ). Он едет с постоянной скоростью 63 км/ч. Одновременно вместе с мотоциклом из пункта  $B$  выезжает машина, которая движется в том же направлении вдоль шоссе, что и мотоцикл. Машина начинает движение с нулевой скоростью и движется с постоянным ускорением  $36 \text{ км/ч}^2$ . Определите наименьшее расстояние между машиной и мотоциклом в первые два часа движения. Ответ выразите в километрах.

999976292710

Ответ:

## Задача 4 #20 ID 2711

Пункты  $A$  и  $B$  находятся на шоссе на расстоянии 52 километров друг от друга. В полдень из пункта  $A$  в направлении пункта  $B$  выезжает мотоцикл (его движение не заканчивается в пункте  $B$ ). Он едет с постоянной скоростью 63 км/ч. Одновременно вместе с мотоциклом из пункта  $B$  выезжает машина, которая движется в том же направлении вдоль шоссе, что и мотоцикл. Машина начинает движение с нулевой скоростью и движется с постоянным ускорением  $42 \text{ км/ч}^2$ . Определите наименьшее расстояние между машиной и мотоциклом в первые два часа движения. Ответ выразите в километрах.

999976292711

Ответ:

## Задача 05

### Задача 5 #21 ID 2712

В ромбе  $ABCD$  с острым углом  $A$  продолжение высоты, опущенной из вершины  $B$  на сторону  $AD$ , пересекает прямую  $CD$  в точке  $P$ . Известно, что высота ромба равна 1, а  $CP = \frac{9}{2\sqrt{2}}$ . Найдите длину стороны ромба, если известно, что это целое число.

999976292712

Ответ:

### Задача 5 #22 ID 2713

В ромбе  $ABCD$  с острым углом  $A$  продолжение высоты, опущенной из вершины  $B$  на сторону  $AD$ , пересекает прямую  $CD$  в точке  $P$ . Известно, что высота ромба равна 1, а  $CP = \frac{4}{\sqrt{3}}$ . Найдите длину стороны ромба, если известно, что это целое число.

999976292713

Ответ:

### Задача 5 #23 ID 2714

В ромбе  $ABCD$  с острым углом  $A$  продолжение высоты, опущенной из вершины  $B$  на сторону  $AD$ , пересекает прямую  $CD$  в точке  $P$ . Известно, что высота ромба равна 3, а  $CP = \frac{16}{\sqrt{7}}$ . Найдите длину стороны ромба, если известно, что это целое число.

999976292714

Ответ:

### Задача 5 #24 ID 2715

В ромбе  $ABCD$  с острым углом  $A$  продолжение высоты, опущенной из вершины  $B$  на сторону  $AD$ , пересекает прямую  $CD$  в точке  $P$ . Известно, что высота ромба равна 4, а  $CP = \frac{25}{3}$ . Найдите длину стороны ромба, если известно, что это целое число.

999976292715

Ответ:

## Задача 5 #25 ID 2716

В ромбе  $ABCD$  с острым углом  $A$  продолжение высоты, опущенной из вершины  $B$  на сторону  $AD$ , пересекает прямую  $CD$  в точке  $P$ . Известно, что высота ромба равна 3, а  $CP = \frac{25}{4}$ . Найдите длину стороны ромба, если известно, что это целое число.

999976292716

Ответ:

## Задача 06

### Задача 6 #26 ID 2717

Для какого наибольшего числа  $N$  существуют такие числа  $m$  и  $k$ , что  $N = m + k$ , а уравнения  $x^3 - 11x = m$  и  $x^2 - 2x = k$  имеют два общих корня?

999976292717

Ответ:

### Задача 6 #27 ID 2718

Для какого наибольшего числа  $N$  существуют такие числа  $m$  и  $k$ , что  $N = m + k$ , а уравнения  $x^3 - 4x^2 - x = m$  и  $x^2 - 2x = k$  имеют два общих корня?

999976292718

Ответ:

### Задача 6 #28 ID 2719

Для какого наибольшего числа  $N$  существуют такие числа  $m$  и  $k$ , что  $N = m + k$ , а уравнения  $x^3 - x^2 - 11x = m$  и  $x^2 + 2x = k$  имеют два общих корня?

999976292719

Ответ:



## Задача 6 #29 ID 2720

Для какого наибольшего числа  $N$  существуют такие числа  $m$  и  $k$ , что  $N = m + k$ , а уравнения  $x^3 + 5x^2 - x = m$  и  $x^2 + 2x = k$  имеют два общих корня?

999976292720

Ответ:

## Задача 6 #30 ID 2721

Для какого наибольшего числа  $N$  существуют такие числа  $m$  и  $k$ , что  $N = m + k$ , а уравнения  $x^3 - 4x^2 - x = m$  и  $x^2 - 2x = k$  имеют два общих корня?

999976292721

Ответ:

## Задача 07

### Задача 7 #31 ID 2722

Известно, что при некоторых  $x$  и  $y$  ровно два из четырёх чисел

$$x - 2y - 2,5; \quad 2x - y - 3; \quad x^2 - 2x + y^2 + y + 3; \quad x^2 - x + y^2 + 2y + 2,5$$

равны между собой. Найдите наибольшее возможное значение выражения  $x + y$ .

999976292722

Ответ:

### Задача 7 #32 ID 2723

Известно, что при некоторых  $x$  и  $y$  ровно два из четырёх чисел

$$y - 2x - 1,5; \quad 2y - x - 2; \quad y^2 - 2y + x^2 + x + 4; \quad y^2 - y + x^2 + 2x + 3,5$$

равны между собой. Найдите наибольшее возможное значение выражения  $x - y$ .

999976292723

Ответ:

## Задача 7 #33 ID 2724

Известно, что при некоторых  $x$  и  $y$  ровно два из четырёх чисел

$$x - 3y - 5; \quad 3x - y - 5,5; \quad x^2 - 3x + y^2 + y + 5,5; \quad x^2 - x + y^2 + 3y + 5$$

равны между собой. Найдите наибольшее возможное значение выражения  $x - y$ .

999976292724

Ответ:

## Задача 7 #34 ID 2725

Известно, что при некоторых  $x$  и  $y$  ровно два из четырёх чисел

$$y - 3x - 4; \quad 3y - x - 4,5; \quad y^2 - 3y + x^2 + x + 6,5; \quad y^2 - y + x^2 + 3x + 6$$

равны между собой. Найдите наибольшее возможное значение выражения  $x - y$ .

999976292725

Ответ:

## Задача 7 #35 ID 2726

Известно, что при некоторых  $x$  и  $y$  ровно два из четырёх чисел

$$x - 2y - 2,5; \quad 2x - y - 3,5; \quad 2x^2 - 2x + y^2 + y + 3; \quad 2x^2 - x + y^2 + 2y + 2$$

равны между собой. Найдите наибольшее возможное значение выражения  $x + y$ .

999976292726

Ответ:

## Задача 08

## Задача 8 #36 ID 2727

В треугольнике  $ABC$  с острыми углами при вершинах  $A$  и  $B$  проведена высота  $CH$ . Точки  $M$  и  $N$  - середины сторон  $AC$  и  $BC$  соответственно. Площадь треугольника  $AHM$  равна 90, а радиус вписанной в него окружности равен  $\frac{18}{5}$ . Площадь треугольника  $BHN$  равна 420, а радиус вписанной в него окружности равен  $\frac{42}{5}$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

999976292727

Ответ:

## Задача 8 #37 ID 2728

В треугольнике  $ABC$  с острыми углами при вершинах  $A$  и  $B$  проведена высота  $CH$ . Точки  $M$  и  $N$  - середины сторон  $AC$  и  $BC$  соответственно. Площадь треугольника  $AHM$  равна 120, а радиус вписанной в него окружности равен  $\frac{15}{4}$ . Площадь треугольника  $BHN$  равна 48, а радиус вписанной в него окружности равен 3. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

999976292728

Ответ:

## Задача 8 #38 ID 2729

В треугольнике  $ABC$  с острыми углами при вершинах  $A$  и  $B$  проведена высота  $CH$ . Точки  $M$  и  $N$  - середины сторон  $AC$  и  $BC$  соответственно. Площадь треугольника  $AHM$  равна 135, а радиус вписанной в него окружности равен 5. Площадь треугольника  $BHN$  равна 945, а радиус вписанной в него окружности равен 8,75. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

999976292729

Ответ:

## Задача 8 #39 ID 2730

В треугольнике  $ABC$  с острыми углами при вершинах  $A$  и  $B$  проведена высота  $CH$ . Точки  $M$  и  $N$  - середины сторон  $AC$  и  $BC$  соответственно. Площадь треугольника  $AHM$  равна 243, а радиус вписанной в него окружности равен 6. Площадь треугольника  $BHN$  равна 810, а радиус вписанной в него окружности равен  $\frac{20}{3}$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

99976292730

Ответ:

## Задача 8 #40 ID 2731

В треугольнике  $ABC$  с острыми углами при вершинах  $A$  и  $B$  проведена высота  $CH$ . Точки  $M$  и  $N$  - середины сторон  $AC$  и  $BC$  соответственно. Площадь треугольника  $AHM$  равна 675, а радиус вписанной в него окружности равен  $\frac{45}{4}$ . Площадь треугольника  $BHN$  равна 165, а радиус вписанной в него окружности равен  $\frac{55}{12}$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

99976292731

Ответ:

## Задача 09

### Задача 9 #41 ID 2732

В каждую клетку доски  $24 \times 30$  клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любом «уголке» из 3 клеток стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наибольшее количество белых шашек может стоять на доске?

99976292732

Ответ:

## Задача 9 #42 ID 2733

В каждую клетку доски  $22 \times 36$  клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любом «уголке» из 3 клеток стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наибольшее количество белых шашек может стоять на доске?

999976292733

Ответ:

## Задача 9 #43 ID 2734

В каждую клетку доски  $28 \times 40$  клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любом «уголке» из 3 клеток стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наибольшее количество белых шашек может стоять на доске?

999976292734

Ответ:

## Задача 9 #44 ID 2735

В каждую клетку доски  $30 \times 26$  клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любом «уголке» из 3 клеток стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наибольшее количество белых шашек может стоять на доске?

999976292735

Ответ:

## Задача 9 #45 ID 2736

В каждую клетку доски  $34 \times 38$  клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любом «уголке» из 3 клеток стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наибольшее количество белых шашек может стоять на доске?

999976292736

Ответ:

## Задача 10

## Задача 10 #46 ID 2737

За круглый стол сели 90 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках трёх ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

99976292737

Ответ:

## Задача 10 #47 ID 2738

За круглый стол сели 78 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках трёх ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

99976292738

Ответ:

## Задача 10 #48 ID 2739

За круглый стол сели 66 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках трёх ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

99976292739

Ответ:

## Задача 10 #49 ID 2740

За круглый стол сели 105 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках трёх ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

99976292740

Ответ:

## Задача 10 #50 ID 2741

За круглый стол сели 114 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках трёх ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

999976292741

Ответ: