

Отборочный этап 2023/24

Задачи олимпиады: Математика 11 класс (1 попытка)

Задача 01

Задача 1-1 #1 ID 2591

Три натуральных числа являются последовательными членами арифметической прогрессии. Если ко второму прибавить 2, а к третьему прибавить 12, то получатся три последовательных члена геометрической прогрессии. Чему равна сумма трёх данных чисел, если знаменатель геометрической прогрессии равен 3?

99976292591

Задача 1-2 #2 ID 2592

Три натуральных числа являются последовательными членами арифметической прогрессии. Если ко второму прибавить 1, а к третьему прибавить 6, то получатся три последовательных члена геометрической прогрессии. Чему равна сумма трёх данных чисел, если знаменатель геометрической прогрессии равен 3?

99976292592

Задача 1-3 #3 ID 2593

Три натуральных числа являются последовательными членами арифметической прогрессии. Если ко второму прибавить 1, а к третьему прибавить 11, то получатся три последовательных члена геометрической прогрессии. Чему равна сумма трёх данных чисел, если знаменатель геометрической прогрессии равен 4?

999976292593

Задача 1-4 #4 ID 2594

Три натуральных числа являются последовательными членами арифметической прогрессии. Если ко второму прибавить 1, а к третьему прибавить 14, то получатся три последовательных члена геометрической прогрессии. Чему равна сумма трёх данных чисел, если знаменатель геометрической прогрессии равен 3?

999976292594

Ответ:

Задача 1-5 #5 ID 2595

Три натуральных числа являются последовательными членами арифметической прогрессии. Если ко второму прибавить 1, а к третьему прибавить 4, то получатся три последовательных члена геометрической прогрессии. Чему равна сумма трёх данных чисел, если знаменатель геометрической прогрессии равен 2?

999976292595

Ответ:

Задача 02

Задача 2-1 #6 ID 2596

Первый пешеход отправился из пункта A в пункт B , и одновременно с ним второй пешеход отправился из пункта B в пункт A . Они встретились через 3 часа. Известно, что второму пешеходу на прохождение 19% пути AB требуется на $\frac{21}{25}$ часа больше, чем первому пешеходу на прохождение $\frac{1}{11}$ пути AB . За сколько часов пройдёт путь AB первый пешеход?

999976292596

Ответ:

Задача 2-2 #7 ID 2597

Первый пешеход отправился из пункта A в пункт B , и одновременно с ним второй пешеход отправился из пункта B в пункт A . Они встретились через 1,5 часа. Известно, что первому пешеходу на прохождение $\frac{2}{19}$ пути AB требуется на $\frac{11}{30}$ часа меньше, чем второму пешеходу на прохождение $\frac{4}{19}$ пути AB . За сколько часов пройдёт путь AB первый пешеход?

999976292597

Ответ:

Задача 2-3 #8 ID 2598

Первый пешеход отправился из пункта A в пункт B , и одновременно с ним второй пешеход отправился из пункта B в пункт A . Они встретились через 2 часа. Известно, что первому пешеходу на прохождение $\frac{1}{6}$ пути AB требуется на $\frac{32}{35}$ часа меньше, чем второму пешеходу на прохождение $\frac{1}{2}$ пути AB . За сколько часов пройдёт путь AB первый пешеход?

999976292598

Ответ:

Задача 2-4 #9 ID 2599

Первый пешеход отправился из пункта A в пункт B , и одновременно с ним второй пешеход отправился из пункта B в пункт A . Они встретились через 4 часа. Известно, что первому пешеходу на прохождение $\frac{4}{11}$ пути AB требуется на $\frac{6}{5}$ часа больше, чем второму пешеходу на прохождение $\frac{3}{11}$ пути AB . За сколько часов пройдёт путь AB первый пешеход?

999976292599

Ответ:

Задача 2-5 #10 ID 2600

Первый пешеход отправился из пункта A в пункт B , и одновременно с ним второй пешеход отправился из пункта B в пункт A . Они встретились через 2,5 часа. Известно, что второму пешеходу на прохождение 22% пути AB требуется на 0,32 часа меньше, чем первому пешеходу на прохождение 18% пути AB . За сколько часов пройдёт путь AB второй пешеход?

999976292600

Ответ:

Задача 03

Задача 3-1 #11 ID 2601

Найдите наименьшее целое значение параметра a , при котором уравнение $5 \sin^2 x - 2a \sin x \cos x + 8 \cos^2 x = 4$ не имеет решений.

999976292601

Ответ:

Задача 3-2 #12 ID 2602

Найдите наименьшее целое значение параметра a , при котором уравнение $4 \sin^2 x + \frac{a}{4} \sin x \cos x + 7 \cos^2 x = 3$ не имеет решений.

999976292602

Ответ:

Задача 3-3 #13 ID 2603

Найдите наименьшее целое значение параметра a , при котором уравнение $2 \cos^2 x + 2a \sin x \cos x + 5 \sin^2 x = -1$ не имеет решений.

999976292603

Ответ:

Задача 3-4 #14 ID 2604

Найдите наименьшее целое значение параметра a , при котором уравнение $3 \cos^2 x + a \sin x \cos x + 11 \sin^2 x = 2$ не имеет решений.

999976292604

Ответ:

Задача 3-5 #15 ID 2605

Найдите наименьшее целое значение параметра a , при котором уравнение $6 \sin^2 x + 2a \sin x \cos x + 7 \cos^2 x = -5$ не имеет решений.

999976292605

Ответ:

Задача 04

Задача 4-1 #16 ID 2606

Сколько есть способов расставить 6 книг в шкафу с 10 полками так, чтобы 4 заданные книги из этих 6 стояли на одной полке рядом друг с другом (в любом порядке), если расстановки, отличающиеся порядком книг на полке, считаются различными?

999976292606

Ответ:

Задача 4-2 #17 ID 2607

Сколько есть способов расставить 5 книг в шкафу с 12 полками так, чтобы 3 заданные книги из этих 5 стояли на одной полке рядом друг с другом (в любом порядке), если расстановки, отличающиеся порядком книг на полке, считаются различными?

999976292607

Ответ:

Задача 4-3 #18 ID 2608

Сколько есть способов расставить 6 книг в шкафу с 12 полками так, чтобы 4 заданные книги из этих 6 стояли на одной полке рядом друг с другом (в любом порядке), если расстановки, отличающиеся порядком книг на полке, считаются различными?

999976292608

Ответ:

Задача 4-4 #19 ID 2609

Сколько есть способов расставить 5 книг в шкафу с 11 полками так, чтобы 3 заданные книги из этих 5 стояли на одной полке рядом друг с другом (в любом порядке), если расстановки, отличающиеся порядком книг на полке, считаются различными?

999976292609

Ответ:

Задача 4-5 #20 ID 2610

Сколько есть способов расставить 6 книг в шкафу с 11 полками так, чтобы 4 заданные книги из этих 6 стояли на одной полке рядом друг с другом (в любом порядке), если расстановки, отличающиеся порядком книг на полке, считаются различными?

999976292610

Ответ:

Задача 05

Задача 5-1 #21 ID 2611

На рёбрах SA , SB треугольной пирамиды $SABC$ отмечены точки Q , P соответственно, причём $SQ : QA = 3 : 5$ и $SP : PB = 1 : 5$; R - точка пересечения медиан треугольника ABC . Плоскость PQR пересекает ребро BC в точке D . Найдите длину отрезка CD , если известно, что длина $BC = 7$.

999976292611

Ответ:

Задача 5-2 #22 ID 2612

На рёбрах SA , SB треугольной пирамиды $SABC$ отмечены точки Q , P соответственно, причём $SQ : QA = 2 : 3$ и $SP : PB = 1 : 6$; R - точка пересечения медиан треугольника ABC . Плоскость PQR пересекает ребро BC в точке D . Найдите длину отрезка CD , если известно, что длина $BC = 9$.

999976292612

Ответ:

Задача 5-3 #23 ID 2613

На рёбрах SA , SB треугольной пирамиды $SABC$ отмечены точки Q , P соответственно, причём $SQ : QA = 5 : 7$ и $SP : PB = 1 : 7$; R - точка пересечения медиан треугольника ABC . Плоскость PQR пересекает ребро BC в точке D . Найдите длину отрезка CD , если известно, что длина $BC = 11$.

999976292613

Ответ:

Задача 5-4 #24 ID 2614

На рёбрах SA , SB треугольной пирамиды $SABC$ отмечены точки Q , P соответственно, причём $SQ : QA = 5 : 8$ и $SP : PB = 1 : 4$; R - точка пересечения медиан треугольника ABC . Плоскость PQR пересекает ребро BC в точке D . Найдите длину отрезка CD , если известно, что длина $BC = 12$.

999976292614

Ответ:

Задача 5-5 #25 ID 2615

На рёбрах SA , SB треугольной пирамиды $SABC$ отмечены точки Q , P соответственно, причём $SQ : QA = 7 : 9$ и $SP : PB = 1 : 9$; R - точка пересечения медиан треугольника ABC . Плоскость PQR пересекает ребро BC в точке D . Найдите длину отрезка CD , если известно, что длина $BC = 15$.

999976292615

Ответ:

Задача 06

Задача 6-1 #26 ID 2616

Про квадратичную функцию $f(x) = ax^2 + bx + 2$ известно, что $a < 0$ и $f(7) = 0$. Какое наибольшее количество целых чисел может быть решением неравенства $ax^4 + bx^2 + 2 > 0$?

999976292616

Ответ:

Задача 6-2 #27 ID 2617

Про квадратичную функцию $f(x) = ax^2 + bx + 2$ известно, что $a < 0$ и $f(8) = 0$. Какое наибольшее количество целых чисел может быть решением неравенства $ax^4 + bx^2 + 2 > 0$?

999976292617

Ответ:

Задача 6-3 #28 ID 2618

Про квадратичную функцию $f(x) = ax^2 + bx + 2$ известно, что $a < 0$ и $f(10) = 0$. Какое наибольшее количество целых чисел может быть решением неравенства $ax^4 + bx^2 + 2 > 0$?

999976292618

Ответ:

Задача 6-4 #29 ID 2619

Про квадратичную функцию $f(x) = ax^2 + bx + 2$ известно, что $a < 0$ и $f(11) = 0$. Какое наибольшее количество целых чисел может быть решением неравенства $ax^4 + bx^2 + 2 > 0$?

999976292619

Ответ:

Задача 6-5 #30 ID 2620

Про квадратичную функцию $f(x) = ax^2 + bx + 2$ известно, что $a < 0$ и $f(12) = 0$. Какое наибольшее количество целых чисел может быть решением неравенства $ax^4 + bx^2 + 2 > 0$?

999976292620

Ответ:

Задача 07

Задача 7-1 #31 ID 2621

Внутри прямоугольника $PQST$ расположены окружности Ω и ω , касающиеся друг друга в точке C . Известно, что окружность Ω касается сторон PQ , PT , ST , а окружность ω - сторон PQ и QS ; кроме того, прямая CS является общей касательной к окружностям. Найдите радиус R окружности Ω , если известно, что радиус окружности ω есть $r = 3$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976292621

Ответ:

Задача 7-2 #32 ID 2622

Внутри прямоугольника $PQST$ расположены окружности Ω и ω , касающиеся друг друга в точке C . Известно, что окружность Ω касается сторон PQ , PT , ST , а окружность ω - сторон PQ и QS ; кроме того, прямая CS является общей касательной к окружностям. Найдите радиус R окружности Ω , если известно, что радиус окружности ω есть $r = 2$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976292622

Ответ:

Задача 7-3 #33 ID 2623

Внутри прямоугольника $PQST$ расположены окружности Ω и ω , касающиеся друг друга в точке C . Известно, что окружность Ω касается сторон PQ , PT , ST , а окружность ω - сторон PQ и QS ; кроме того, прямая CS является общей касательной к окружностям. Найдите радиус r окружности ω , если известно, что радиус окружности Ω есть $R = 9$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976292623

Ответ:

Задача 7-4 #34 ID 2624

Внутри прямоугольника $PQST$ расположены окружности Ω и ω , касающиеся друг друга в точке C . Известно, что окружность Ω касается сторон PQ , PT , ST , а окружность ω - сторон PQ и QS ; кроме того, прямая CS является общей касательной к окружностям. Найдите радиус r окружности ω , если известно, что радиус окружности Ω есть $R = 7$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976292624

Ответ:

Задача 7-5 #35 ID 2625

Внутри прямоугольника $PQST$ расположены окружности Ω и ω , касающиеся друг друга в точке C . Известно, что окружность Ω касается сторон PQ , PT , ST , а окружность ω - сторон PQ и QS ; кроме того, прямая CS является общей касательной к окружностям. Найдите радиус r окружности ω , если известно, что радиус окружности Ω есть $R = 3$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976292625

Ответ:

Задача 08

Задача 8-1 #36 ID 2626

Про многочлен $q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$ известно, что каждый из коэффициентов a_0, \dots, a_6 по модулю равен 0, 1 или 2, а значение $q(3) = 546$. Найдите максимально возможное значение $q(4)$.

999976292626

Ответ:

Задача 8-2 #37 ID 2627

Про многочлен $q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$ известно, что каждый из коэффициентов a_0, \dots, a_6 по модулю равен 0, 1 или 2, а значение $q(3) = 1087$. Найдите максимально возможное значение $q(4)$.

999976292627

Ответ:

Задача 8-3 #38 ID 2628

Про многочлен $q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$ известно, что каждый из коэффициентов a_0, \dots, a_6 по модулю равен 0, 1 или 2, а значение $q(3) = 439$. Найдите максимально возможное значение $q(4)$.

999976292628

Ответ:

Задача 8-4 #39 ID 2629

Про многочлен $q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$ известно, что каждый из коэффициентов a_0, \dots, a_6 по модулю равен 0, 1 или 2, а значение $q(3) = -1343$. Найдите максимально возможное значение $q(4)$.

999976292629

Ответ:

Задача 8-5 #40 ID 2630

Про многочлен $q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$ известно, что каждый из коэффициентов a_0, \dots, a_6 по модулю равен 0, 1 или 2, а значение $q(3) = -47$. Найдите максимально возможное значение $q(4)$.

999976292630

Ответ:

Задача 09

Задача 9-1 #41 ID 2631

За круглый стол сели 138 мудрецов. Часть из них в синих колпаках, остальные - в красных. Известно, что среди любых пяти мудрецов, сидящих подряд, найдутся по крайней мере двое в красных колпаках. Какое наименьшее количество мудрецов может быть в красных колпаках?

999976292631

Ответ:

Задача 9-2 #42 ID 2632

За круглый стол сели 158 мудрецов. Часть из них в синих колпаках, остальные - в красных. Известно, что среди любых пяти мудрецов, сидящих подряд, найдутся по крайней мере двое в красных колпаках. Какое наименьшее количество мудрецов может быть в красных колпаках?

999976292632

Ответ:

Задача 9-3 #43 ID 2633

За круглый стол сели 213 мудрецов. Часть из них в синих колпаках, остальные - в красных. Известно, что среди любых пяти мудрецов, сидящих подряд, найдутся по крайней мере двое в красных колпаках. Какое наименьшее количество мудрецов может быть в красных колпаках?

999976292633

Ответ:

Задача 9-4 #44 ID 2634

За круглый стол сели 283 мудреца. Часть из них в синих колпаках, остальные - в красных. Известно, что среди любых пяти мудрецов, сидящих подряд, найдутся по крайней мере двое в красных колпаках. Какое наименьшее количество мудрецов может быть в красных колпаках?

999976292634

Ответ:

Задача 9-5 #45 ID 2635

За круглый стол сели 308 мудрецов. Часть из них в синих колпаках, остальные - в красных. Известно, что среди любых пяти мудрецов, сидящих подряд, найдутся по крайней мере двое в красных колпаках. Какое наименьшее количество мудрецов может быть в красных колпаках?

999976292635

Ответ:

Задача 10

Задача 10-1 #46 ID 2636

Угол A остроугольного треугольника ABC равен 60° , а $AB > AC$. Пусть I - точка пересечения биссектрис, а H - точка пересечения высот этого треугольника. Найдите $\angle ABC$, если $\angle AHI = 78^\circ$. Ответ укажите в градусах.

999976292636

Ответ:

Задача 10-2 #47 ID 2637

Угол A остроугольного треугольника ABC равен 60° , а $AB > AC$. Пусть I - точка пересечения биссектрис, а H - точка пересечения высот этого треугольника. Найдите $\angle ABC$, если $\angle AHI = 51^\circ$. Ответ укажите в градусах.

999976292637

Ответ:

Задача 10-3 #48 ID 2638

Угол A остроугольного треугольника ABC равен 60° , а $AB > AC$. Пусть I - точка пересечения биссектрис, а H - точка пересечения высот этого треугольника. Найдите $\angle ABC$, если $\angle AHI = 84^\circ$. Ответ укажите в градусах.

999976292638

Ответ:

Задача 10-4 #49 ID 2639

Угол A остроугольного треугольника ABC равен 60° , а $AB > AC$. Пусть I - точка пересечения биссектрис, а H - точка пересечения высот этого треугольника. Найдите $\angle ABC$, если $\angle AHI = 69^\circ$. Ответ укажите в градусах.

999976292639

Ответ:

Задача 10-5 #50 ID 2640

Угол A остроугольного треугольника ABC равен 60° , а $AB > AC$. Пусть I - точка пересечения биссектрис, а H - точка пересечения высот этого треугольника. Найдите $\angle ABC$, если $\angle AHI = 66^\circ$. Ответ укажите в градусах.

999976292640

Ответ: