

# Отборочный этап 2023/24

## Задачи олимпиады: Математика 9 класс (2 попытка)

### Задача 01

---

#### Задача 1 #1 ID 2641

---

На урок физкультуры пришли 8 учеников. Сколькими способами учитель может расставить их в шеренгу так, чтобы Петя стоял левее Васи, а Вася - левее Толи? Между этими троими ребятами могут стоять и другие ученики.

999976292641

Ответ:

---

#### Задача 1 #2 ID 2642

---

На урок физкультуры пришли 9 учеников. Сколькими способами учитель может расставить их в шеренгу так, чтобы Петя стоял левее Васи, а Вася - левее Толи? Между этими троими ребятами могут стоять и другие ученики.

999976292642

Ответ:

---

#### Задача 1 #3 ID 2643

---

На урок физкультуры пришли 10 учеников. Сколькими способами учитель может расставить их в шеренгу так, чтобы Петя стоял левее Васи, а Вася - левее Толи? Между этими троими ребятами могут стоять и другие ученики.

999976292643

Ответ:

## Задача 1 #4 ID 2644

---

На урок физкультуры пришли 11 учеников. Сколькими способами учитель может расставить их в шеренгу так, чтобы Петя стоял левее Васи, а Вася - левее Толи? Между этими троими ребятами могут стоять и другие ученики.

999976292644

Ответ:

---

## Задача 1 #5 ID 2645

---

На урок физкультуры пришли 12 учеников. Сколькими способами учитель может расставить их в шеренгу так, чтобы Петя стоял левее Васи, а Вася - левее Толи? Между этими троими ребятами могут стоять и другие ученики.

999976292645

Ответ:

## Задача 02

---

### Задача 2 #6 ID 2646

---

Найдите наименьшее натуральное число такое, что если из него вычесть сумму его цифр, то получится число 12 357.

999976292646

Ответ:

---

### Задача 2 #7 ID 2647

---

Найдите наименьшее натуральное число такое, что если из него вычесть сумму его цифр, то получится число 13 473.

999976292647

Ответ:

## Задача 2 #8 ID 2648

Найдите наименьшее натуральное число такое, что если из него вычесть сумму его цифр, то получится число 12 672.

999976292648

Ответ:

## Задача 2 #9 ID 2649

Найдите наименьшее натуральное число такое, что если из него вычесть сумму его цифр, то получится число 25 560.

999976292649

Ответ:

## Задача 2 #10 ID 2651

Найдите наименьшее натуральное число такое, что если из него вычесть сумму его цифр, то получится число 23 373.

999976292651

Ответ:

## Задача 03

### Задача 3 #11 ID 2652

Множество  $M$  состоит из всех таких чисел  $t$ , для каждого из которых числа  $t + \frac{1}{t}$  и  $t^2 - 4t$  - целые. Найдите сумму квадратов элементов множества  $M$ .

999976292652

Ответ:

### Задача 3 #12 ID 2653

Множество  $M$  состоит из всех таких чисел  $t$ , для каждого из которых числа  $t + \frac{1}{t}$  и  $t^2 - 7t$  - целые. Найдите сумму квадратов элементов множества  $M$ .

999976292653

Ответ:

### Задача 3 #13 ID 2654

Множество  $M$  состоит из всех таких чисел  $t$ , для каждого из которых числа  $t + \frac{1}{t}$  и  $t^2 - 8t$  - целые. Найдите сумму квадратов элементов множества  $M$ .

999976292654

Ответ:

### Задача 3 #14 ID 2655

Множество  $M$  состоит из всех таких чисел  $t$ , для каждого из которых числа  $t + \frac{1}{t}$  и  $t^2 - 9t$  - целые. Найдите сумму квадратов элементов множества  $M$ .

999976292655

Ответ:

### Задача 3 #15 ID 2656

Множество  $M$  состоит из всех таких чисел  $t$ , для каждого из которых числа  $t + \frac{1}{t}$  и  $t^2 - 10t$  - целые. Найдите сумму квадратов элементов множества  $M$ .

999976292656

Ответ:

## Задача 04

#### Задача 4 #16 ID 2657

На гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$  такая, что площадь треугольника  $BCD$  равна 4, а площадь треугольника  $ACD$  равна 1. В треугольнике  $ACD$  проведена высота  $DH$ . Найдите площадь четырёхугольника  $BCHD$ .

99976292657

Ответ:

#### Задача 4 #17 ID 2658

На гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$  такая, что площадь треугольника  $BCD$  равна 3, а площадь треугольника  $ACD$  равна 1. В треугольнике  $ACD$  проведена высота  $DH$ . Найдите площадь четырёхугольника  $BCHD$ .

99976292658

Ответ:

#### Задача 4 #18 ID 2659

На гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$  такая, что площадь треугольника  $BCD$  равна 3, а площадь треугольника  $ACD$  равна 2. В треугольнике  $ACD$  проведена высота  $DH$ . Найдите площадь четырёхугольника  $BCHD$ .

99976292659

Ответ:

#### Задача 4 #19 ID 2660

На гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$  такая, что площадь треугольника  $BCD$  равна 1, а площадь треугольника  $ACD$  равна 4. В треугольнике  $ACD$  проведена высота  $DH$ . Найдите площадь четырёхугольника  $BCHD$ .

99976292660

Ответ:

## Задача 4 #20 ID 2661

На гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$  такая, что площадь треугольника  $BCD$  равна 2, а площадь треугольника  $ACD$  равна 3. В треугольнике  $ACD$  проведена высота  $DH$ . Найдите площадь четырёхугольника  $BCHD$ .

999976292661

Ответ:

## Задача 05

### Задача 5 #21 ID 2662

Сколько существует квадратных трехчленов вида  $x^2 + ax + b$  с действительными корнями, у которых коэффициенты  $a, b$  - натуральные числа такие, что  $ab = 2^{465}$ ?

999976292662

Ответ:

### Задача 5 #22 ID 2663

Сколько существует квадратных трехчленов вида  $x^2 + ax + b$  с действительными корнями, у которых коэффициенты  $a, b$  - натуральные числа такие, что  $ab = 2^{609}$ ?

999976292663

Ответ:

### Задача 5 #23 ID 2664

Сколько существует квадратных трехчленов вида  $x^2 + ax + b$  с действительными корнями, у которых коэффициенты  $a, b$  - натуральные числа такие, что  $ab = 2^{543}$ ?

999976292664

Ответ:

## Задача 5 #24 ID 2665

Сколько существует квадратных трехчленов вида  $x^2 + ax + b$  с действительными корнями, у которых коэффициенты  $a, b$  - натуральные числа такие, что  $ab = 2^{702}$ ?

999976292665

Ответ:

## Задача 5 #25 ID 2666

Сколько существует квадратных трехчленов вида  $x^2 + ax + b$  с действительными корнями, у которых коэффициенты  $a, b$  - натуральные числа такие, что  $ab = 2^{567}$ ?

999976292666

Ответ:

## Задача 06

### Задача 6 #26 ID 2667

Точки  $E, F, G, H$  - середины сторон  $AB, BC, CD, DA$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  соответственно, а точки  $J, K$  - середины его диагоналей  $BD$  и  $AC$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $J$  параллельно  $AC$ , и прямая, проходящая через точку  $K$  параллельно  $BD$ , пересекаются в точке  $N$ . Найдите площадь четырёхугольника  $AHNE$ , если известно, что  $3S(DGJH) + 5S(EJFB) = 11$  (через  $S(\Phi)$  обозначена площадь фигуры  $\Phi$ ).

999976292667

Ответ:

### Задача 6 #27 ID 2668

Точки  $E, F, G, H$  - середины сторон  $AB, BC, CD, DA$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  соответственно, а точки  $J, K$  - середины его диагоналей  $BD$  и  $AC$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $J$  параллельно  $AC$ , и прямая, проходящая через точку  $K$  параллельно  $BD$ , пересекаются в точке  $N$ . Найдите площадь четырёхугольника  $AHNE$ , если известно, что  $4S(DGJH) - S(EJFB) = 33$  (через  $S(\Phi)$  обозначена площадь фигуры  $\Phi$ ).

999976292668

Ответ:

## Задача 6 #28 ID 2669

Точки  $E, F, G, H$  - середины сторон  $AB, BC, CD, DA$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  соответственно, а точки  $J, K$  - середины его диагоналей  $BD$  и  $AC$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $J$  параллельно  $AC$ , и прямая, проходящая через точку  $K$  параллельно  $BD$ , пересекаются в точке  $N$ . Найдите площадь четырёхугольника  $AHNE$ , если известно, что  $9S(DGJH) + 13S(EJFB) = 55$  (через  $S(\Phi)$  обозначена площадь фигуры  $\Phi$ ).

999976292669

Ответ:

## Задача 6 #29 ID 2670

Точки  $E, F, G, H$  - середины сторон  $AB, BC, CD, DA$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  соответственно, а точки  $J, K$  - середины его диагоналей  $BD$  и  $AC$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $J$  параллельно  $AC$ , и прямая, проходящая через точку  $K$  параллельно  $BD$ , пересекаются в точке  $N$ . Найдите площадь четырёхугольника  $AHNE$ , если известно, что  $13S(DGJH) - 7S(EJFB) = 21$  (через  $S(\Phi)$  обозначена площадь фигуры  $\Phi$ ).

999976292670

Ответ:

## Задача 6 #30 ID 2671

Точки  $E, F, G, H$  - середины сторон  $AB, BC, CD, DA$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  соответственно, а точки  $J, K$  - середины его диагоналей  $BD$  и  $AC$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $J$  параллельно  $AC$ , и прямая, проходящая через точку  $K$  параллельно  $BD$ , пересекаются в точке  $N$ . Найдите площадь четырёхугольника  $AHNE$ , если известно, что  $S(DGJH) + 23S(EJFB) = 42$  (через  $S(\Phi)$  обозначена площадь фигуры  $\Phi$ ).

999976292671

Ответ:

## Задача 07



## Задача 7 #31 ID 2672

У Васи есть пять карточек, на которых написаны цифры 9, 7, 3, 1, 0 (на каждой карточке написана ровно одна цифра). Он составил из них всевозможные пятизначные числа, а потом нашел среднее арифметическое этих чисел. Какой результат он получил? Ответ округлите до целого числа.

999976292672

Ответ:

## Задача 7 #32 ID 2673

У Васи есть пять карточек, на которых написаны цифры 7, 5, 4, 3, 0 (на каждой карточке написана ровно одна цифра). Он составил из них всевозможные пятизначные числа, а потом нашел среднее арифметическое этих чисел. Какой результат он получил? Ответ округлите до целого числа.

999976292673

Ответ:

## Задача 7 #33 ID 2674

У Васи есть пять карточек, на которых написаны цифры 8, 6, 5, 3, 0 (на каждой карточке написана ровно одна цифра). Он составил из них всевозможные пятизначные числа, а потом нашел среднее арифметическое этих чисел. Какой результат он получил? Ответ округлите до целого числа.

999976292674

Ответ:

## Задача 7 #34 ID 2675

У Васи есть пять карточек, на которых написаны цифры 6, 5, 4, 2, 0 (на каждой карточке написана ровно одна цифра). Он составил из них всевозможные пятизначные числа, а потом нашел среднее арифметическое этих чисел. Какой результат он получил? Ответ округлите до целого числа.

999976292675

Ответ:

## Задача 7 #35 ID 2676

У Васи есть пять карточек, на которых написаны цифры 8, 7, 2, 1, 0 (на каждой карточке написана ровно одна цифра). Он составил из них всевозможные пятизначные числа, а потом нашел среднее арифметическое этих чисел. Какой результат он получил? Ответ округлите до целого числа.

999976292676

Ответ:

## Задача 08

### Задача 8 #36 ID 2677

В каждую клетку доски  $21 \times 13$  клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любых двух соседних по стороне клетках стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наименьшее количество чёрных шашек может стоять на доске?

999976292677

Ответ:

### Задача 8 #37 ID 2678

В каждую клетку доски  $27 \times 25$  клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любых двух соседних по стороне клетках стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наименьшее количество чёрных шашек может стоять на доске?

999976292678

Ответ:

### Задача 8 #38 ID 2679

В каждую клетку доски  $33 \times 17$  клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любых двух соседних по стороне клетках стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наименьшее количество чёрных шашек может стоять на доске?

999976292679

Ответ:

## Задача 8 #39 ID 2680

В каждую клетку доски  $29 \times 19$  клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любых двух соседних по стороне клетках стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наименьшее количество чёрных шашек может стоять на доске?

999976292680

Ответ:

## Задача 8 #40 ID 2681

В каждую клетку доски  $23 \times 35$  клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любых двух соседних по стороне клетках стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наименьшее количество чёрных шашек может стоять на доске?

999976292681

Ответ:

## Задача 09

### Задача 9 #41 ID 2682

Пусть для некоторых чисел  $x, y, z$  выполняется равенство  $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} = 1,5$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}$ .

999976292682

Ответ:

### Задача 9 #42 ID 2683

Пусть для некоторых чисел  $x, y, z$  выполняется равенство  $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} = 2,5$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}$ .

999976292683

Ответ:

## Задача 9 #43 ID 2684

Пусть для некоторых чисел  $x, y, z$  выполняется равенство  $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} = 3,5$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}$ .

99976292684

Ответ:

## Задача 9 #44 ID 2685

Пусть для некоторых чисел  $x, y, z$  выполняется равенство  $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} = 4,5$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}$ .

99976292685

Ответ:

## Задача 9 #45 ID 2686

Пусть для некоторых чисел  $x, y, z$  выполняется равенство  $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} = 5,5$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}$ .

99976292686

Ответ:

## Задача 10

## Задача 10 #46 ID 2687

За круглый стол сели 50 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках двух ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

99976292687

Ответ:

## Задача 10 #47 ID 2688

За круглый стол сели 66 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках двух ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

99976292688

Ответ:

## Задача 10 #48 ID 2689

За круглый стол сели 38 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках двух ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

99976292689

Ответ:

## Задача 10 #49 ID 2690

За круглый стол сели 60 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках двух ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

99976292690

Ответ:

## Задача 10 #50 ID 2691

За круглый стол сели 78 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках двух ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

999976292691

Ответ: