

11 класс

Критерии

Задача 1

1. Высказано предположение и приведены доводы в пользу того, что процесс расширения воздуха является адиабатическим. (3 балла)
2. Верно записано уравнение адиабаты в переменных $\{P, T\}$. (4 балла).
3. Получено выражение для изменения температуры и верный численный ответ. (3 балла).

Задача 2

1. Сформулировано условие прохождения частиц через систему дисков. (5 баллов).
2. Верно составлена система уравнений на критерии прохождения частицами системы дисков. (5 баллов).
3. Верно решена система и получен ответ в общем виде. (5 баллов).

Задача 3

1. Верно дано толкование хода графика: нелинейная зависимость в начале, наличие излома, линейная зависимость. (7 баллов).
2. Приведены доводы в пользу использования уравнения состояния в точке излома (4 балла).
3. Верно записано уравнение состояния и получен численный ответ. (4 балла).

Задача 4

1. Приведены рассуждения и рисунок в пользу идеи, объясняющей механизм перераспределения заряда на плоскости металла. Причем перераспределение таково, что металл действует как зеркало, отражающее заряд. И, как следствие, можно рассчитать силу, пользуясь законом Кулона. (8 баллов).
2. Записано выражение закона Кулона и получен численный ответ. (2 балла).

Задача 5

1. Приведены рассуждения и рисунок, поясняющие механизм возникновения у системы трех фокусных расстояний. (8 баллов).
2. Приведены верные формулы для оптических сил составных систем. (8 баллов)
3. Составлена система уравнений и получены верные численные ответы. (4 балла).

Задача 6

1. Перечислены факторы, объясняющие изменение темпа колебаний маятника. (8 баллов).
2. Верно составлены формулы для частоты колебаний маятника в самолете и на полюсе планеты. (8 баллов).
3. Верно получено общее выражение для относительного изменения частоты маятника (8 баллов).
4. Верно получен численный ответ (6 баллов).

Вариант 1

1. Решение

Поскольку разгерметизация и последующее расширение воздуха в салоне происходит ураганно, то этот процесс с высокой точностью можно считать адиабатическим. Действительно, вследствие низкой теплопроводности воздуха, при быстром расширении обменом теплом с окружающими телами можно пренебречь.

Для расширяющегося воздуха можно записать: $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$, где P_1 , P_2 и V_1 , V_2 - начальные и конечные значения давления и объема соответственно, $\gamma = \frac{7}{5}$ - показатель адиабаты воздуха (двухатомный газ). Перепишем это уравнение в переменных $\{P, T\}$, для чего воспользуемся

уравнением состояния идеального газа: $PV = \nu RT$: $P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$. Отсюда: $T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$,

$\Delta T = T_1 \left(1 - \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right)$. С помощью графика из справочных материалов получаем:

Ответ: $\Delta T \approx 86^\circ$.

2. Решение

Частицы беспрепятственно пролетают через оба диска, попадая в отверстия при условии, если за время пролета расстояния L диски успевают повернуться на угол $\Delta\varphi = \varphi + 2\pi n$, где n - целое число (число полных оборотов). Так как угловые скорости, указанные в задаче, являются соседними, количество целых оборотов, которые делают диски за время пролета частиц, отличаются на единицу. Следовательно, можно записать для этих двух событий (V - скорость частиц):

$$\begin{cases} \frac{L}{V} = \frac{\varphi + 2\pi n}{\omega_1}, \\ \frac{L}{V} = \frac{\varphi + 2\pi(n-1)}{\omega_2}. \end{cases}$$

Решая эту систему относительно неизвестных $\{V, n\}$, получим:

Ответ: $V = \frac{L(\omega_1 - \omega_2)}{2\pi}$,

3. Решение

Требуются пояснения к ходу графика. До отметки 20 градусов быстрая криволинейная зависимость, это состояние насыщенного пара, когда в сосуде сосуществуют жидкость и ее пар. Эта зависимость экспоненциальная и превращается в линейную при исчезновении в сосуде жидкой фазы. В этой точке давление пара все еще равно давлению насыщенного пара при 20 градусах (данные в справочной таблице), с другой стороны этот газ подчиняется уравнению состояния: $P_{нас,20} V = \frac{m}{\mu} RT$. Отсюда для

массы воды получим:

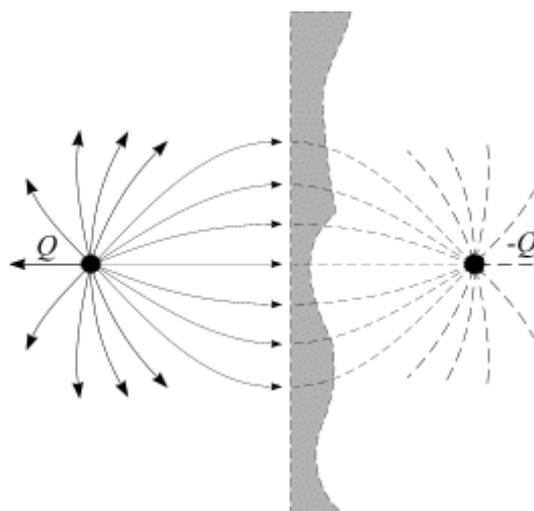
Ответ: $m = \frac{P_{нас,20} V \mu}{RT} \approx 17 \text{ мг.}$

4. Решение

В основе решения рассуждения о конфигурации линий напряженности электрического поля от системы заряд+проводящая плоскость с учетом того, что поверхность металла эквипотенциальная, следовательно, линии напряженности поля перпендикулярны этой поверхности (см. рисунок).

Конфигурация поля такова, как будто поверхность металла является зеркалом для силовых линий, и распределение плотности перераспределенного в проводнике заряда таково, что взаимодействие заряда с поверхностными зарядами металла повторяют притяжение между точечными зарядами диполя:

Ответ: $F = -k \frac{Q^2}{(2L)^2} \approx 0.225 \text{ мкН.}$



5. Решение

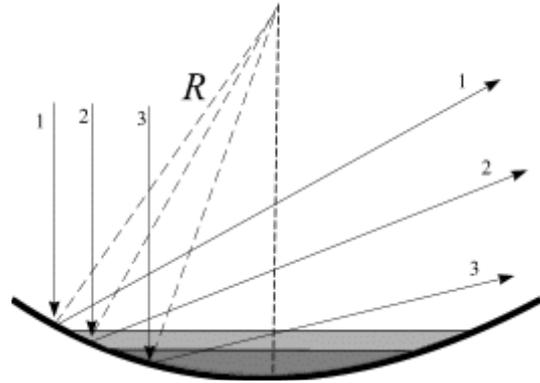
Объяснение возникновения трех фокусов в такой системе следующее. Часть лучей широкого параллельного пучка могут иметь следующие траектории, как показана на рисунке.

Траектория 1 – отражение от вогнутой части зеркала. Оптическая сила этого участка $D_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2}{R}$.

Траектория 2 – сначала прохождение через плоскую поверхность, затем преломление на сферической поверхности жидкости 1 радиуса R , затем отражение от вогнутого зеркала, затем преломление на сферической поверхности жидкости 1 и преломление на плоской поверхности. Плоская поверхность не обладает фокусирующим эффектом, поэтому для лучей траектории 2 оптическая сила системы представляется в виде: $D_2 = \frac{1}{f_2} = D_{\text{зерк}} + 2D_{\text{жидк1}} = \frac{2}{R} + 2(n_1 - 1)\frac{1}{R} = \frac{2n_1}{R}$.

Аналогично рассуждаем для лучей траектории 3:

$$D_3 = \frac{1}{f_3} = D_{\text{зерк}} + 2D_{\text{жидк2}} = \frac{2}{R} + 2(n_2 - 1)\frac{1}{R} = \frac{2n_2}{R}.$$



Объединяем выражения для оптических сил в систему, из которой определяем параметры $\{R, n_1, n_2\}$:

$$\begin{cases} \frac{1}{f_1} = \frac{2}{R}, \\ \frac{1}{f_2} = \frac{2n_1}{R}, \\ \frac{1}{f_3} = \frac{2n_2}{R}. \end{cases}$$

Ответ: $R = 2f_1 = 80 \text{ см}$, $n_1 = \frac{f_1}{f_2} = \frac{4}{3}$, $n_2 = \frac{f_1}{f_3} = \frac{8}{5}$.

6. Решение

Частота колебаний маятника определяется выражением: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Здесь l - длина подвеса, g - эффективное ускорение свободного падения на борту самолета, для которого можно записать:

$$g = \gamma \frac{M}{(R+h)^2} - \frac{V^2}{R+h}.$$

Первое слагаемое в этом выражении – ускорение свободного падения неподвижного тела на высоте h , второе слагаемое – результат центробежных эффектов из-за вращения самолета со скоростью V по окружности радиуса $R+h$. Для относительного изменения частоты можно

записать: $\delta = \left| \frac{\Delta\omega}{\omega} \right| = \frac{\left| \sqrt{\gamma \frac{M}{(R+h)^2} - \frac{V^2}{R+h}} - \sqrt{\gamma \frac{M}{R^2}} \right|}{\sqrt{\gamma \frac{M}{R^2}}} = \left| \sqrt{\left(\frac{R}{R+h} \right)^2 - \frac{V^2 R^2}{\gamma M (R+h)}} - 1 \right|$.

Ответ: $\delta = \left| \sqrt{\left(\frac{R}{R+h} \right)^2 - \frac{V^2 R^2}{\gamma M (R+h)}} - 1 \right| \approx 0.18 \%$.

Вариант 2

1. Решение

Поскольку разгерметизация и последующее расширение воздуха в салоне происходит ураганно, то этот процесс с высокой точностью можно считать адиабатическим. Действительно, вследствие низкой теплопроводности воздуха, при быстром расширении обменом теплом с окружающими телами можно пренебречь.

Для расширяющегося воздуха можно записать: $P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma$, где P_1 , P_2 и V_1 , V_2 - начальные и конечные значения давления и объема соответственно, $\gamma = \frac{7}{5}$ - показатель адиабаты воздуха

(двухатомный газ). Перепишем это уравнение в переменных $\{P, T\}$, для чего воспользуемся

уравнением состояния идеального газа: $PV = \nu RT$: $P_1^{1-\gamma}T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma}T_2^\gamma$. Отсюда: $T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$,

$\Delta T = T_1 \left(1 - \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right)$. С помощью графика из справочных материалов получаем:

Ответ: $\Delta T \approx 40^\circ$.

2. Решение

Частицы беспрепятственно пролетают через оба диска, попадая в отверстия при условии, если за время пролета расстояния L диски успевают повернуться на угол $\Delta\varphi = \varphi + 2\pi n$, где n - целое число (число полных оборотов). Так как угловые скорости, указанные в задаче, являются соседними, количество целых оборотов, которые делают диски за время пролета частиц, отличаются на единицу. Следовательно, можно записать для этих двух событий (V - скорость частиц):

$$\begin{cases} \frac{L}{V} = \frac{\varphi + 2\pi n}{\omega_1}, \\ \frac{L}{V} = \frac{\varphi + 2\pi(n-1)}{\omega_2}. \end{cases}$$

Решая эту систему относительно неизвестных $\{L, n\}$, получим:

Ответ: $L = \frac{2\pi V}{(\omega_1 - \omega_2)}$,

3. Решение

Требуются пояснения к ходу графика. До отметки 16 градусов быстрая криволинейная зависимость, это состояние насыщенного пара, когда в сосуде сосуществуют жидкость и ее пар. Эта зависимость экспоненциальная и превращается в линейную при исчезновении в сосуде жидкой фазы. В этой точке давление пара все еще равно давлению насыщенного пара при 16 градусах (данные в справочной таблице), с другой стороны этот газ подчиняется уравнению состояния: $P_{нас,20}V = \frac{m}{\mu}RT$. Отсюда для

массы воды получим:

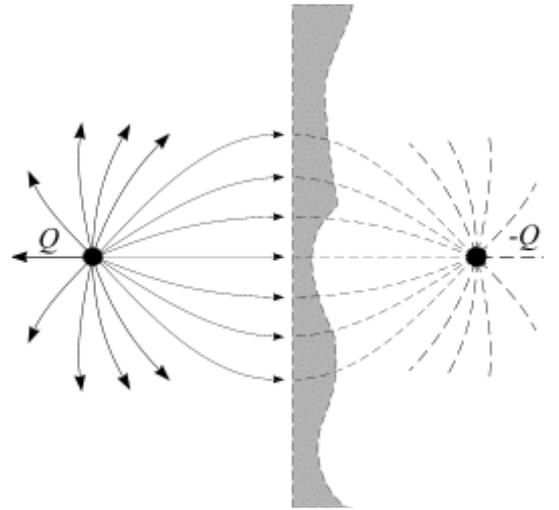
Ответ: $m = \frac{P_{нас,20}V\mu}{RT} \approx 14$ мг.

4. Решение

В основе решения рассуждения о конфигурации линий напряженности электрического поля от системы заряд+проводящая плоскость с учетом того, что поверхность металла эквипотенциальная, следовательно, линии напряженности поля перпендикулярны этой поверхности (см. рисунок).

Конфигурация поля такова, как будто поверхность металла является зеркалом для силовых линий, и распределение плотности перераспределенного в проводнике заряда таково, что взаимодействие заряда с поверхностными зарядами металла повторяют притяжение между точечными зарядами диполя:

Ответ: $F = -k \frac{Q^2}{(2L)^2} \approx 2.25 \text{ мкН.}$



5. Решение

Объяснение возникновения трех фокусов в такой системе следующее. Часть лучей широкого параллельного пучка могут иметь следующие траектории, как показана на рисунке.

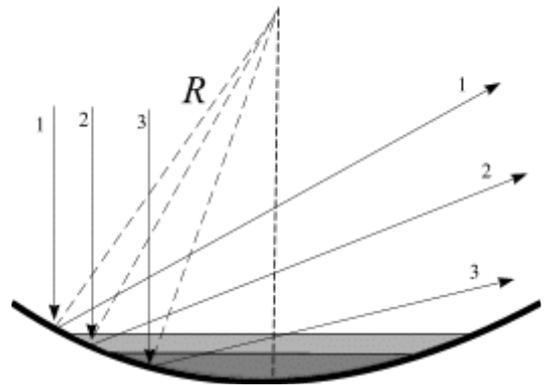
Траектория 1 – отражение от вогнутой части зеркала. Оптическая сила этого участка $D_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2}{R}$.

Траектория 2 – сначала прохождение через плоскую поверхность, затем преломление на сферической поверхности жидкости 1 радиуса R , затем отражение от вогнутого зеркала, затем преломление на сферической поверхности жидкости 1 и преломление на плоской поверхности. Плоская поверхность не обладает фокусирующим эффектом, поэтому для лучей траектории 2 оптическая сила системы представляется в виде:

$$D_2 = \frac{1}{f_2} = D_{\text{зерк}} + 2D_{\text{жидк1}} = \frac{2}{R} + 2(n_1 - 1)\frac{1}{R} = \frac{2n_1}{R}.$$

Аналогично рассуждаем для лучей траектории 3:

$$D_3 = \frac{1}{f_3} = D_{\text{зерк}} + 2D_{\text{жидк2}} = \frac{2}{R} + 2(n_2 - 1)\frac{1}{R} = \frac{2n_2}{R}.$$



Объединяем выражения для оптических сил в систему, из которой определяем параметры $\{R, n_1, n_2\}$:

$$\begin{cases} \frac{1}{f_1} = \frac{2}{R}, \\ \frac{1}{f_2} = \frac{2n_1}{R}, \\ \frac{1}{f_3} = \frac{2n_2}{R}. \end{cases}$$

Ответ: $R = 2f_1 = 80 \text{ см, } n_1 = \frac{f_1}{f_2} = \frac{8}{5}, n_2 = \frac{f_1}{f_3} = \frac{8}{7}.$

6. Решение

Частота колебаний маятника определяется выражением: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Здесь l - длина подвеса, g - эффективное ускорение свободного падения на борту самолета, для которого можно записать:

$g = \gamma \frac{M}{(R+h)^2} - \frac{V^2}{R+h}$. Первое слагаемое в этом выражении – ускорение свободного падения

неподвижного тела на высоте h , второе слагаемое – результат центробежных эффектов из-за вращения самолета со скоростью V по окружности радиуса $R+h$. Для относительного изменения частоты можно

записать:
$$\delta = \frac{|\Delta\omega|}{\omega} = \frac{\left| \sqrt{\gamma \frac{M}{(R+h)^2} - \frac{V^2}{R+h}} - \sqrt{\gamma \frac{M}{R^2}} \right|}{\sqrt{\gamma \frac{M}{R^2}}} = \left| \sqrt{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 - \frac{V^2 R^2}{\gamma M (R+h)}} - 1 \right|.$$

Ответ:
$$\delta = \left| \sqrt{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 - \frac{V^2 R^2}{\gamma M (R+h)}} - 1 \right| \approx 0.24 \text{ \%}.$$

Вариант 3

1. Решение

Поскольку разгерметизация и последующее расширение воздуха в салоне происходит ураганно, то этот процесс с высокой точностью можно считать адиабатическим. Действительно, вследствие низкой теплопроводности воздуха, при быстром расширении обменом теплом с окружающими телами можно пренебречь.

Для расширяющегося воздуха можно записать: $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$, где P_1, P_2 и V_1, V_2 - начальные и конечные значения давления и объема соответственно, $\gamma = \frac{7}{5}$ - показатель адиабаты воздуха (двухатомный газ). Перепишем это уравнение в переменных $\{P, T\}$, для чего воспользуемся

уравнением состояния идеального газа: $PV = \nu RT$: $P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$. Отсюда: $T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$,

$$\Delta T = T_1 \left(1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right)$$
. С помощью графика из справочных материалов получаем:

Ответ: $\Delta T \approx 20^\circ$.

2. Решение

Частицы беспрепятственно пролетают через оба диска, попадая в отверстия при условии, если за время пролета расстояния L диски успевают повернуться на угол $\Delta\varphi = \varphi + 2\pi n$, где n - целое число (число полных оборотов). Так как угловые скорости, указанные в задаче, являются соседними, количество целых оборотов, которые делают диски за время пролета частиц, отличаются на единицу. Следовательно, можно записать для этих двух событий (V - скорость частиц):

$$\begin{cases} \frac{L}{V} = \frac{\varphi + 2\pi n}{\omega_1}, \\ \frac{L}{V} = \frac{\varphi + 2\pi(n-1)}{\omega_2}. \end{cases}$$

Решая эту систему относительно неизвестных $\{\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2, n\}$, получим:

Ответ: $\Delta\omega = \frac{2\pi V}{L}$,

3. Решение

Требуются пояснения к ходу графика. До отметки 25 градусов быстрая криволинейная зависимость, это состояние насыщенного пара, когда в сосуде сосуществуют жидкость и ее пар. Эта зависимость

экспоненциальная и превращается в линейную при исчезновении в сосуде жидкой фазы. В этой точке давление пара все еще равно давлению насыщенного пара при 25 градусах (данные в справочной таблице), с другой стороны этот газ подчиняется уравнению состояния: $P_{нас,20}V = \frac{m}{\mu}RT$. Отсюда для массы воды получим:

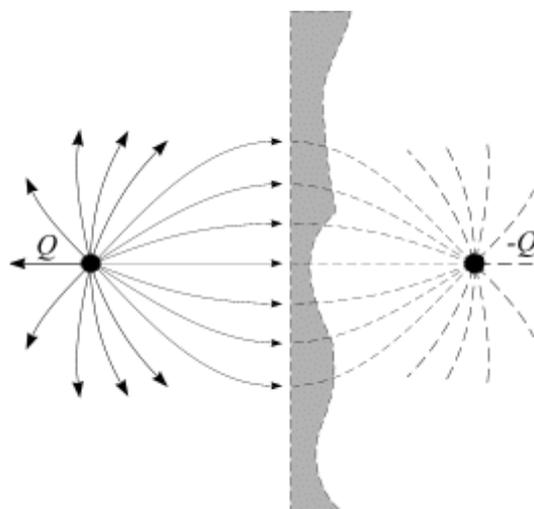
Ответ: $m = \frac{P_{нас,20}V\mu}{RT} \approx 23 \text{ мг.}$

4. Решение

В основе решения рассуждения о конфигурации линий напряженности электрического поля от системы заряд+проводящая плоскость с учетом того, что поверхность металла эквипотенциальная, следовательно, линии напряженности поля перпендикулярны этой поверхности (см. рисунок).

Конфигурация поля такова, как будто поверхность металла является зеркалом для силовых линий, и распределение плотности перераспределенного в проводнике заряда таково, что взаимодействие заряда с поверхностными зарядами металла повторяют притяжение между точечными зарядами диполя:

Ответ: $F = -k \frac{Q^2}{(2L)^2} \approx 50 \text{ мкН.}$



5. Решение

Объяснение возникновения трех фокусов в такой системе следующее. Часть лучей широкого параллельного пучка могут иметь следующие траектории, как показана на рисунке.

Траектория 1 – отражение от вогнутой части зеркала. Оптическая сила этого участка $D_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2}{R}$.

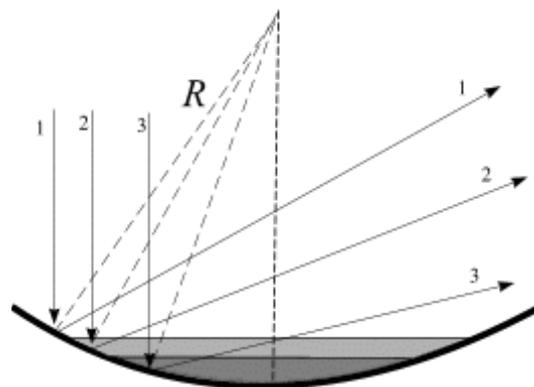
Траектория 2 – сначала прохождение через плоскую поверхность, затем преломление на сферической поверхности жидкости 1 радиуса R , затем отражение от вогнутого зеркала, затем преломление на сферической поверхности жидкости 1 и преломление на плоской поверхности. Плоская поверхность не обладает фокусирующим эффектом, поэтому для лучей траектории 2 оптическая сила системы представляется в виде: $D_2 = \frac{1}{f_2} = D_{зерк} + 2D_{жидк1} = \frac{2}{R} + 2(n_1 - 1)\frac{1}{R} = \frac{2n_1}{R}$.

Аналогично рассуждаем для лучей траектории 3:

$$D_3 = \frac{1}{f_3} = D_{зерк} + 2D_{жидк2} = \frac{2}{R} + 2(n_2 - 1)\frac{1}{R} = \frac{2n_2}{R}.$$

Объединяем выражения для оптических сил в систему, из которой определяем параметры $\{R, n_1, n_2\}$:

$$\begin{cases} \frac{1}{f_1} = \frac{2}{R}, \\ \frac{1}{f_2} = \frac{2n_1}{R}, \\ \frac{1}{f_3} = \frac{2n_2}{R}. \end{cases}$$



Ответ: $R = 2f_1 = 100 \text{ см}$, $n_1 = \frac{f_1}{f_2} = \frac{5}{3}$, $n_2 = \frac{f_1}{f_3} = \frac{10}{9}$.

6. Решение

Частота колебаний маятника определяется выражением: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Здесь l - длина подвеса, g - эффективное ускорение свободного падения на борту самолета, для которого можно записать:

$$g = \gamma \frac{M}{(R+h)^2} - \frac{V^2}{R+h}$$

Первое слагаемое в этом выражении – ускорение свободного падения

неподвижного тела на высоте h , второе слагаемое – результат центробежных эффектов из-за вращения самолета со скоростью V по окружности радиуса $R+h$. Для относительного изменения частоты можно

записать:
$$\delta = \frac{|\Delta\omega|}{\omega} = \frac{\left| \sqrt{\gamma \frac{M}{(R+h)^2} - \frac{V^2}{R+h}} - \sqrt{\gamma \frac{M}{R^2}} \right|}{\sqrt{\gamma \frac{M}{R^2}}} = \left| \sqrt{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 - \frac{V^2 R^2}{\gamma M (R+h)}} - 1 \right|.$$

Ответ:
$$\delta = \left| \sqrt{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 - \frac{V^2 R^2}{\gamma M (R+h)}} - 1 \right| \approx 0.15 \text{ \%}.$$