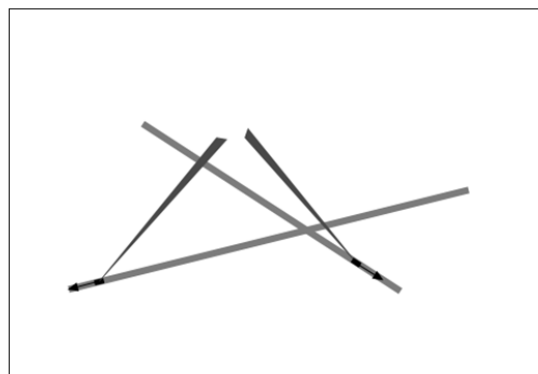


8 класс
Вариант 1

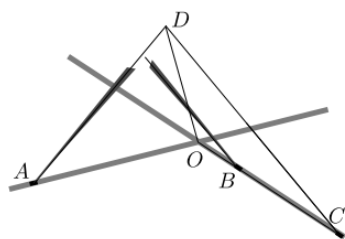
1. На рисунке приведено изображение со спутника с сохранением пропорций. Изображение представляет собой линию движения двух тракторов, и их дымовых следов. Тракторы двигаются по дорогам в направлениях, указанных стрелками на дорогах. Скорость тракторов составляла $v_0 = 30 \text{ км/ч}$. Используя предоставленный рисунок, определите скорость ветра. Считать, что оба трактора находились на перекрестке одновременно. При необходимости перерисуйте изображение и поясните все отметки и дополнительные построения на изображении.



Соблюдайте пропорции.

Решение:

1. Рисунок. Тракторы будут находиться на одинаковом расстоянии от перекрестка, т.е. для текущего положения второго трактора С, (так мы находим точку С).



5 баллов

2. Сам трактор проехал расстояние $OC = AO = v_0 t$ 5 баллов

3. След дыма можно найти в виде линии, параллельной следу дыма в точке его фактическое положение В. Такая встреча тракторов имелась бы, в результате произошло пересечение дымовых следов, что было бы теперь в положении D, с $OD = ut$. В месте пересечения линий находится дым, который были испущен в момент встречи тракторов. То есть, за время, которое ехал трактор расстояние $AO = v_0 t$, дым пролетел расстояние $OD = ut$. 5 баллов

4. Итак, находим

$$u = v_0 \frac{|OD|}{|AO|} = \frac{27 \text{ мм}}{39 \text{ мм}} 30 \text{ км/ч} \approx 21 \text{ км/ч} \quad 10 \text{ баллов}$$

Ответ: 21 км/ч. (25 баллов)

2. Ультразвуковой анемометр измеряет скорость ветра. Он определяет время, которое требуется для достижения ультразвуковым сигналом от источника звука до датчиков. Далее рассчитывается скорость ветра. Пусть источник звука находится в начале координат $O = (0; 0)$, а три датчика в точках с координатами $A = (0; a)$, $B = (a; 0)$ и $C = (-a; 0)$, где $a = 211,1 \text{ м}$. Анемометр держат так, чтобы все датчики располагались на одной горизонтальной плоскости.

Измеренные значения времен от источника звука до каждого из датчиков, оказалось равно соответственно $t_A = 627,0 \text{ мкс}$, $t_B = 625,2 \text{ мкс}$ и $t_C = 603,4 \text{ мкс}$. Какова скорость

ветра? Вы можете использовать разумные упрощающие приближения для расчетов.

Решение:

1. Пусть u_x и u_y обозначают компоненты скорости ветра c – скорость света.

Вариант 1

Пусть время $t = s/u = a/c$ Тогда компоненты смещения: $s_x = u_x * a/c$, $s_y = u_y * a/c$.

Уравнения для времен распространения сигнала:

$$t_A = \frac{1}{c} \left(a + u_y \frac{a}{c} \right) \quad t_B = \frac{1}{c} \left(a + u_x \frac{a}{c} \right) \quad t_C = \frac{1}{c} \left(a - u_x \frac{a}{c} \right) \quad 10 \text{ баллов}$$

Вариант 2:

Уравнения для расстояний преодолённых сигналами:

$S_A = t_A(c + u_y)$; $S_B = t_B(c + u_x)$; $S_C = t_C(c - u_x)$; $S_B = S_C$ 10 баллов

2. Учтем, что: $a/c = (t_B + t_C)/2$. 4 балла

3. Найдем компоненты:

$$u_x = \frac{c^2}{a} \left[t_B - \frac{1}{2}(t_B + t_C) \right] = c \frac{t_B - t_C}{t_B + t_C} = 2a \frac{t_B - t_C}{(t_B + t_C)^2} = 6.1 \text{ м/с.}$$

$$u_y = \frac{c^2}{a} \left[t_A - \frac{1}{2}(t_B + t_C) \right] = 2a \frac{2t_A - t_B - t_C}{(t_B + t_C)^2} = 7.1 \text{ м/с. } 8 \text{ баллов}$$

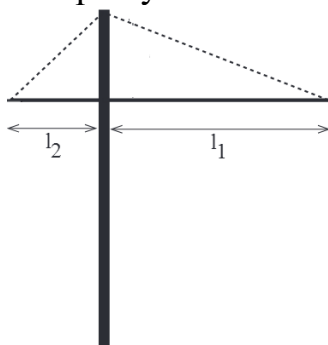
4. Так как полная скорость $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ 6 баллов

5. Получаем: $u = 9,36$ м/с. 2 балла

Ответ: 9.4 м/с. (30 баллов)

3. В строительном кране используются две балки, прикрепленные к вертикальной части крана справа и слева, и поддерживаемые кабелями, как показано на рисунке.

Какой минимальной массы m должен быть противовес, и на каком расстоянии от вертикальной части его необходимо для этого поместить на второй балке, чтобы гарантировать идеальную балансировку крана, когда кран не несет груз. Объяснить выбор. Пусть масса $m_1 = 9$ т и $m_2 = 3$ т длин: $l_1 = 45$ м. и $l_2 = 15$ м. (15 баллов)



Решение:

$$-m_1 g \frac{l_1}{2} + m_2 g \frac{l_2}{2} + m g l = 0 \quad 5 \text{ баллов}$$

1 Запишем правило моментов:

L – Расстояние, необходимое для размещения противовеса.

2 Выразим массу противовеса

$$m = (m_1 l_1 - m_2 l_2) / 2l \quad 3 \text{ балла}$$

3 Расстояние для противовеса необходимо выбрать максимальное, т.е равное l_2 , так как при этом масса минимальная (это видно из обратной зависимости $m \sim 1/l$)

5 баллов

4. В итоге получаем $m = (m_1 l_1 / l_2 - m_2) / 2 = 12 \text{ т}$. 2 балла

Ответ: l=15м., m=12т. (15 баллов)

4. Соленая вода плотнее пресной, и в океане иногда можно обнаружить резкий вертикальный разрыв (изменение) солености (известный как «галоклин») между более пресной водой сверху и более соленой водой снизу. Это часто происходит вблизи побережий, где пресная вода впадает в море или где тают ледники или морской лед. Колебания солености и температура морской воды вызывают циркуляцию глубинных океанских вод и оказывают серьезное влияние на климат.

Представьте себе, что бревно, смытое рекой, унесено в море. В конце концов, бревно насыщается водой и начинает тонуть, но если оно достигает галоклина, оно может плавать на границе. Если однородное бревно имеет плотность ρ , а однородные плотности поверхностной (более пресной) и глубокой (более соленой) воды равны $\rho_{\text{п}}$ и $\rho_{\text{с}}$, то какая часть f объема бревна будет находиться выше галоклина в более пресной воде. Получите расчетную формулу. (10 баллов)

Решение:

1 Так как бревно будет плавать на границе галоклина, то погружающая сила на долю f объема бревна над галоклином будет равна и противоположна восходящей силе плавучести на долю $1-f$ ниже галоклина.

Запишем условие равновесия $f \cdot V \cdot (\rho - \rho_{\text{п}}) = (1 - f) \cdot V \cdot (\rho_{\text{с}} - \rho)$ 7 баллов

2 Находим $f = (\rho_{\text{с}} - \rho) / (\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{п}})$ 3 балла

Ответ: $f = (\rho_{\text{с}} - \rho) / (\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{п}})$ (10 баллов)

5. В комнате висит светильник, состоящий из лампочки и некоторой системы охлаждения. Ночью светильник включают на ночной режим освещения, а утром переключают на более яркий режим. Ночью температура лампочки $T_{\text{н}} = 45^\circ \text{C}$, а утром она нагревается до $T_{\text{у}} = 65^\circ \text{C}$. По некоторым причинам охлаждение светильника испортилось, но ночная и утренняя мощность, подаваемая на светильник, не изменилась. Лампочка стала греться ночью до $T'_{\text{н}} = 100^\circ \text{C}$. При какой температуре в комнате (T_0) светильник перестанет работать, если лампочка перегорает при температуре $T = 125^\circ \text{C}$.

Решение:

1. Мощность системы охлаждения пропорциональна разности температур:

$P_{\text{охл}} = \alpha(T - T_0)$, здесь α — некоторый неизвестный коэффициент пропорциональности. 8 баллов

2. Запишем уравнения теплового баланса в случае, когда система охлаждения работает в штатном режиме: $P_{\text{н}} = \alpha(T_{\text{н}} - T_0)$ $P_{\text{у}} = \alpha(T_{\text{у}} - T_0)$. 4 балла

3. Когда система охлаждения стала работать хуже, изменился коэффициент пропорциональности (будем называть его κ). Значит, уравнения теплового баланса после неисправности записываются как $P_{\text{н}} = \kappa(T'_{\text{н}} - T_0)$ $P_{\text{у}} = \kappa(T'_{\text{у}} - T_0)$

4 балла

Получаем систему: $\alpha(T_{\text{н}} - T_0) = \kappa(T'_{\text{н}} - T_0)$ $\alpha(T_{\text{у}} - T_0) = \kappa(T'_{\text{у}} - T_0)$ 2 балла

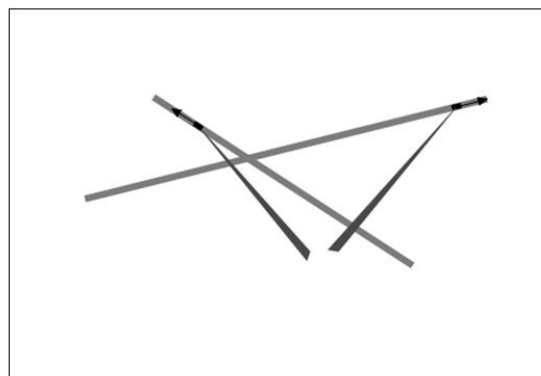
Если подобная система получена другим методом, предыдущие баллы засчитываются как проделанная работа.

4. Выразим из системы T_0 : $T_0 = (T_n * T'_y - T'_n * T_y) / (T_n - T'_n + T'_y - T_y) =$
 $= (45 * 125 - 100 * 65) / (45 - 100 + 125 - 65) = -875 / 15 = -5 \text{ } ^\circ\text{C}$ 2 балла

Ответ: -5 °C (20 баллов)

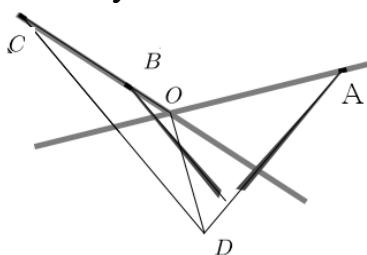
8 класс
Вариант 2

1. На рисунке приведено изображение со спутника с сохранением пропорций. Изображение представляет собой линию движения двух тракторов и их дымовых следов. Тракторы двигаются по дорогам в направлениях, указанных стрелками на дорогах. Скорость тракторов составляла $v_0 = 30 \text{ км/ч}$. Используя предоставленный рисунок, определите скорость ветра. Считать, что оба трактора находились на перекрестке одновременно. При необходимости перерисуйте изображение и поясните все отметки и дополнительные построения на изображении. Соблюдайте пропорции.



Решение

1. Рисунок. Тракторы будут находиться на одинаковом расстоянии от перекрестка, т.е. для текущего положения второго трактора С, (так мы находим точку С).



5 баллов

2. Сам трактор проехал расстояние $OC = AO = v_0 t$

След дыма можно найти в виде линии, параллельной следу дыма в точке его фактическое положение В. Такая встреча тракторов имела бы, в результате произошло пересечение дымовых следов, что было бы теперь в положении D, с $OD = ut$. 5 баллов

3. В месте пересечения линий находится дым, который были испущен в момент встречи тракторов. То есть, за время, которое ехал трактор расстояние $AO = v_0 t$, дым пролетел расстояние $OD = ut$. 5 баллов

Итак, находим $u = v_0 \frac{|OD|}{|AO|} = \frac{27 \text{ мм}}{39 \text{ мм}} 30 \text{ км/ч} \approx 21$ 10 баллов

Ответ: 21 км/ч. (25 баллов)

2. Ультразвуковой анемометр измеряет скорость ветра. Он определяет время, которое требуется, для достижения ультразвуковым сигналом от источника звука до датчиков. Далее рассчитывается скорость ветра. Пусть источник звука находится в начале координат $O = (0; 0)$, а три датчика в точках с координатами $A = (0; a)$, $B = (a; 0)$ и $C = (-a; 0)$, где $a = 150,1$ м. Анемометр держат так, чтобы все датчики располагались на одной горизонтальной плоскости.

Измеренные значения времен от источника звука до каждого из датчиков, оказалось равно соответственно $t_A = 450,8$ мкс, $t_B = 453,7$ мкс. и $t_C = 420$ мкс. Какова скорость ветра? Вы можете использовать разумные упрощающие приближения для расчетов.

Решение:

1. Вариант 1

Пусть u_x и u_y обозначают компоненты скорости ветра s – скорость света. Пусть время $t = s/u = a/c$ Тогда компоненты смещения: $s_x = u_x \cdot a/c$, $s_y = u_y \cdot a/c$.

Уравнения для времен распространения сигнала:

$$t_A = \frac{1}{c} \left(a + u_y \frac{a}{c} \right) \quad t_B = \frac{1}{c} \left(a + u_x \frac{a}{c} \right) \quad t_C = \frac{1}{c} \left(a - u_x \frac{a}{c} \right) \quad 10 \text{ баллов}$$

Вариант 2:

Уравнения для расстояний преодолённых сигналами:

$$S_A = t_A(c + u_y); \quad S_B = t_B(c + u_x); \quad S_C = t_C(c - u_x); \quad S_B = S_C \quad 10 \text{ баллов}$$

2. Учтем, что: $a/c = (t_B + t_C)/2$. 4 балла

3. Найдем компоненты:

$$u_x = \frac{c^2}{a} \left[t_B - \frac{1}{2}(t_B + t_C) \right] = c \frac{t_B - t_C}{t_B + t_C} = 2a \frac{t_B - t_C}{(t_B + t_C)^2} = 15,4 \text{ м/с.}$$

$$u_y = \frac{c^2}{a} \left[t_A - \frac{1}{2}(t_B + t_C) \right] = 2a \frac{2t_A - t_B - t_C}{(t_B + t_C)^2} = 12,8 \text{ м/с.}$$

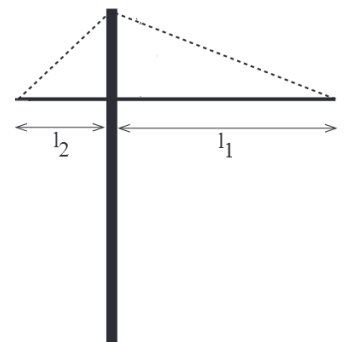
8 баллов

4. Так как полная скорость $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$. 6 баллов

5. Получаем: $u = 20$ м/с. 2 балла

Ответ: 20 м/с. (30 баллов)

3. В строительном кране используются две балки, прикрепленные к вертикальной части крана справа и слева, и поддерживаемые кабелями, как показано на рисунке. Масса противовеса на второй балке установлена m , чтобы гарантировать идеальную балансировку крана, когда кран не несет груз.



Какой минимальной массы m_2 может быть вторая балка, и на каком расстоянии от вертикальной части необходимо для этого поместить противовес на второй балке. Объяснить выбор. Пусть масса $m_1 = 9t$ и $m = 6t$ длин: $l_1 = 45$ м и $l_2 = 15$ м. (15 баллов)

Решение:

$$-m_1 g \frac{l_1}{2} + m_2 g \frac{l_2}{2} + m g l = 0$$

1 Запишем правило моментов:

5 баллов

l – Расстояние, необходимое для размещения противовеса.

2 Выразим массу второй балки

$$m_2 = (m_1 l_1 / 2 - m l) * 2 / l_2 \quad 3 \text{ балла}$$

3 Расстояние для противовеса необходимо выбрать максимальное, т.е равное l_2 , так как при этом масса m_2 минимальная (это видно из прямой зависимости $m_2 \sim l$). При увеличении l разность $(m_1 l_1 / 2 - m l)$ уменьшается, что и необходимо для получения минимальной m_2 . 5 баллов

$$4. \text{ В итоге получаем } m = (m_1 l_1 / 2 - m l) * 2 / l_2 = (m_1 l_1 / 2 l_2 - m) * 2 = (9 * 45 / 30 - 6) * 2 = 15 \text{ т. } 2 \text{ балла.}$$

Ответ: $l=15\text{м.}, m=15\text{т.}$ (15 баллов)

4. Соленая вода плотнее пресной, и в океане иногда можно обнаружить резкий вертикальный разрыв (изменение) солёности (известный как «галоклин») между более пресной водой сверху и более солёной водой снизу. Это часто происходит вблизи побережий, где пресная вода впадает в море или где тают ледники или морской лед. Колебания солёности и температура морской воды вызывают циркуляцию глубинных океанских вод и оказывают серьезное влияние на климат.

Представьте себе, что бревно, смытое рекой, унесено в море. В конце концов, бревно насыщается водой и начинает тонуть, но если оно достигает галоклина, оно может плавать на границе. Если однородное бревно имеет плотность ρ , а однородные плотности поверхностной (более пресной) и глубокой (более солёной) воды равны $\rho_{\text{п}}$ и $\rho_{\text{с}}$, то какая часть к объёму бревна будет находиться ниже галоклина в более пресной воде. Получите расчетную формулу.

Решение:

1. Так как бревно будет плавать на границе галоклина, то погружающая сила на долю f объёма бревна над галоклином будет равна и противоположна восходящей силе плавучести на долю $1-f$ ниже галоклина.

$$\text{Запишем условие равновесия } f * V * (\rho - \rho_{\text{п}}) = (1 - f) * V * (\rho_{\text{с}} - \rho) \quad 7 \text{ баллов}$$

$$2 \text{ Находим } k = 1 - f = 1 - (\rho_{\text{с}} - \rho) / (\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{п}}) \quad 3 \text{ балла}$$

Ответ: $k = 1 - (\rho_{\text{с}} - \rho) / (\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{п}})$ (10 баллов)

5. В детской комнате висит светильник, состоящий из лампочки и некоторой системы охлаждения. Ночью светильник включают на ночной режим освещения, а утром переключают на более яркий режим. Ночью температура лампочки $T_n = 40^\circ\text{C}$, а утром она нагревается до $T_y = 60^\circ\text{C}$. По некоторым причинам охлаждение светильника испортилось, но ночная и утренняя мощность, подаваемая на светильник, не изменилась. Лампочка стала греться ночью до $T'_n = 70^\circ\text{C}$. При какой температуре в комнате (T_0) светильник перестанет работать, если лампочка перегорает при температуре $T = 125^\circ\text{C}$

Решение:

1. Мощность системы охлаждения пропорциональна разности температур:

$$P_{\text{охл}} = \alpha(T - T_0), \text{ здесь } \alpha \text{ — некоторый неизвестный коэффициент пропорциональности. } . \quad 8 \text{ баллов}$$

2. Запишем уравнения теплового баланса в случае, когда система охлаждения работает в штатном режиме: $P_n = \alpha(T_n - T_0) \quad P_y = \alpha(T_y - T_0)$. 4 балла

3. Когда система охлаждения стала работать хуже, изменился коэффициент пропорциональности (будем называть его κ). Значит, уравнения теплового баланса после неисправности записываются как $P_n = \kappa(T'_n - T_0)$ $P_y = \kappa(T'_y - T_0)$

4 балла

4. Получаем систему: $\alpha(T_n - T_0) = \kappa(T'_n - T_0)$ $\alpha(T_y - T_0) = \kappa(T'_y - T_0)$ *2 балла*

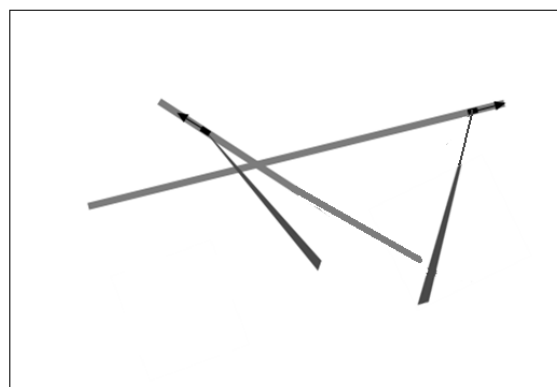
Если подобная система получена другим методом, предыдущие баллы засчитываются как проделанная работа.

5. Выразим из системы T_0 : $T_0 = (T_n * T'_y - T'_n * T_y) / (T_n - T'_n + T'_y - T_y) =$
 $= (40 * 125 - 70 * 60) / (40 - 70 + 125 - 60) = 800 / 35 \sim 22.8 \text{ } ^\circ\text{C}$ *2 балла*

Ответ: 22,8 $^\circ\text{C}$ (20 баллов)

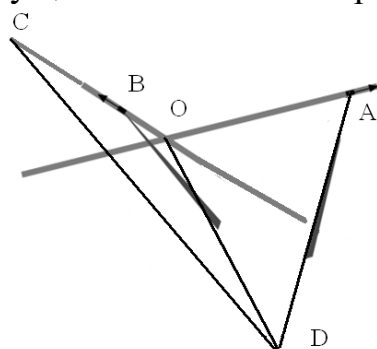
8 класс
Вариант 3

1. На рисунке приведено изображение со спутника с сохранением пропорций. Изображение представляет собой линию движения двух тракторов, и их дымовых следов. Трактора двигаются по дорогам в направлениях, указанным стрелками на дорогах. Скорость тракторов составляла $v_0 = 30 \text{ км/ч}$. Используя предоставленный рисунок, определите скорость ветра. Считать, что оба трактора находились на перекрестке одновременно. При необходимости перерисуйте изображение и поясните все отметки и дополнительные построения на изображении. Соблюдайте пропорции.



Решение:

1. Рисунок. Тракторы будут находиться на одинаковом расстоянии от перекрестка, т.е. для текущего положения второго трактора С, (так мы находим точку С).



5 баллов

2. Сам трактор проехал расстояние $OC = AO = v_0 t$ 5 баллов

След дыма можно найти в виде линии, параллельной следу дыма в точке его фактическое положение В. Такая встреча тракторов имелась бы, в результате произошло пересечение дымовых следов, что было бы теперь в положении D, с $OD = ut$.

3. В месте пересечения линий находится дым, который были испущен в момент встречи тракторов. То есть, за время, которое ехал трактор расстояние $AO = v_0 t$, дым пролетел расстояние $OD = ut$. 5 баллов

4. Итак, находим $u = v_0 \frac{|OD|}{|AO|} = 30 * 4,9/3,9 \approx 10$ баллов

Ответ: 38 км/ч. (25 баллов)

2. Ультразвуковой анемометр измеряет скорость ветра. Он определяет время, которое требуется, для достижения ультразвуковым сигналом от источника звука до датчиков. Далее рассчитывается скорость ветра. Пусть источник звука находится в начале координат $O = (0; 0)$, а три датчика в точках с координатами $A = (0; a)$, $B = (a; 0)$ и $C =$

$(-a; 0)$, где $a = 250$ мм. Анемометр держат так, чтобы все датчики располагались на одной горизонтальной плоскости.

Измеренное значение времени от источника звука до каждого из датчиков, оказалось равно соответственно $t_A = 741.5$ мкс, $t_B = 747$ мкс. и $t_C = 710$ мкс. Какова скорость ветра? Вы можете использовать разумные упрощающие приближения для расчетов.

Решение

1. Вариант 1

Пусть u_x и u_y обозначают компоненты скорости ветра c – скорость света. Пусть время $t = s/u = a/c$ Тогда компоненты смещения: $s_x = u_x \cdot a/c$, $s_y = u_y \cdot a/c$.

Уравнения для времен распространения сигнала:

$$t_A = \frac{1}{c} \left(a + u_y \frac{a}{c} \right) \quad t_B = \frac{1}{c} \left(a + u_x \frac{a}{c} \right) \quad t_C = \frac{1}{c} \left(a - u_x \frac{a}{c} \right) \quad 10 \text{ баллов}$$

Вариант 2:

Уравнения для расстояний преодолённых сигналами:

$$S_A = t_A(c + u_y); S_B = t_B(c + u_x); S_C = t_C(c - u_x); S_B = S_C \quad 10 \text{ баллов}$$

2. Учтем, что: $a/c = (t_B + t_C)/2$. 4 балла

3. Найдем компоненты:

$$u_x = \frac{c^2}{a} \left[t_B - \frac{1}{2}(t_B + t_C) \right] = c \frac{t_B - t_C}{t_B + t_C} = 2a \frac{t_B - t_C}{(t_B + t_C)^2} = 8,7 \text{ м/с.}$$

$$u_y = \frac{c^2}{a} \left[t_A - \frac{1}{2}(t_B + t_C) \right] = 2a \frac{2t_A - t_B - t_C}{(t_B + t_C)^2} = 6,1 \text{ м/с.}$$

8 баллов

4. Так как полная скорость $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$.

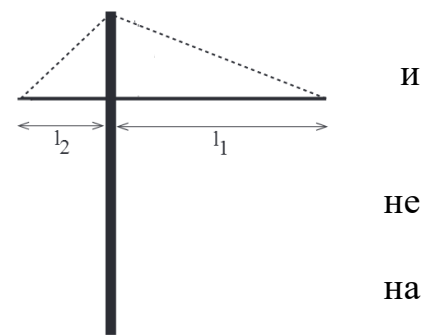
6 баллов

5. Получаем: $u = 10,6$ м/с. 2 балла

Ответ: 10,6 м/с (30 баллов)

3. В строительном кране используется две балки, прикрепленные к вертикальной части крана справа и слева, поддерживаемые кабелями, как показано на рисунке. Масса противовеса на второй балке установлена m , чтобы гарантировать идеальную балансировку крана, когда кран несет груз.

Какой максимальной массы m_1 может быть первая балка и каком расстоянии от вертикальной части для этого необходимо поместить противовес на второй балке. Объяснить выбор. Пусть масса $m_2 = 3t$ и $m = 3t$ длин: $l_1 = 45$ м и $l_2 = 15$ м.



Решение:

$$-m_1 g \frac{l_1}{2} + m_2 g \frac{l_2}{2} + m g l = 0$$

1 Запишем правило моментов:

5 баллов

1 – Расстояние, необходимое для размещения противовеса.

2 Выразим массу второй балки

$$m_1 = (m_2 l_2 / 2 + m l) \cdot 2 / l_1 \quad 3 \text{ балла}$$

3 Расстояние для противовеса необходимо выбрать максимальное, т.е равное l_2 , так как при этом масса m_1 максимальная (это видно из прямой зависимости $m_1 \sim l$). При увеличении l сумма $(m_2 l_2 / 2 + m l)$ увеличивается, что и необходимо для получения максимальной массы m_1 . *5 баллов*

4. В итоге получаем $m_1 = (m_2 / 2 + m) * 2 / l_1 = (m_2 + 2m) l_2 / l_1 = 3t$. *2 балла*

Ответ: $l=15m$, $m=3t$.

4. Соленая вода плотнее пресной, и в океане иногда можно обнаружить резкий вертикальный разрыв (изменение) солёности (известный как «галоклин») между более пресной водой сверху и более солёной водой снизу. Это часто происходит вблизи побережий, где пресная вода впадает в море или где тают ледники или морской лед. Колебания солёности и температура морской воды вызывают циркуляцию глубинных океанских вод и оказывают серьезное влияние на климат.

Представьте себе, что бревно, смытое рекой, унесено в море. В конце концов, бревно насыщается водой и начинает тонуть, но если оно достигает галоклина, оно может плавать на границе. Какова плотность ρ однородного бревна? Однородные плотности поверхностной (более пресной) и глубокой (более солёной) воды равны $\rho_{\text{п}}$ и $\rho_{\text{с}}$. Часть f объема бревна находится ниже галоклина в более пресной воде. Получите расчетную формулу.

Решение:

1. Так как бревно будет плавать на границе галоклина, то погружающая сила на долю f объема бревна над галоклином будет равна и противоположна восходящей силе плавучести на долю $1-f$ ниже галоклина.

Запишем условие равновесия $f * V * (\rho - \rho_{\text{п}}) = (1-f) * V * (\rho_{\text{с}} - \rho)$ *7 баллов*

2. Находим $1-f = 1 - (\rho_{\text{с}} - \rho) / (\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{п}})$

3. Отсюда $\rho = f (\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{п}}) + \rho_{\text{с}}$ *3 балла*

Ответ: $\rho = f (\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{п}}) + \rho_{\text{с}}$

5. В детской комнате висит светильник, состоящий из лампочки и некоторой системы охлаждения. Ночью светильник включают на ночной режим освещения, а утром переключают на более яркий режим. Ночью температура лампочки $T_{\text{н}} = 45$ °С, а утром она нагревается до $T_{\text{у}} = 55$ °С. По некоторым причинам охлаждение светильника испортилось, но ночная и утренняя мощность, подаваемая на светильник, не изменилась. Лампочка стала греться ночью до $T'_{\text{н}} = 80$ °С. При какой температуре в комнате (T_0) светильник перестанет работать, если лампочка перегорает при температуре $T = 125$ °С.

Решение:

1 Мощность системы охлаждения пропорциональна разности температур:

$P_{\text{охл}} = \alpha(T - T_0)$, здесь α — некоторый неизвестный коэффициент пропорциональности. *8 баллов*

2 Запишем уравнения теплового баланса в случае, когда система охлаждения работает в штатном режиме: $P_{\text{н}} = \alpha(T_{\text{н}} - T_0)$ $P_{\text{у}} = \alpha(T_{\text{у}} - T_0)$. *4 балла*

3 Когда система охлаждения стала работать хуже, изменился коэффициент пропорциональности (будем называть его κ). Значит, уравнения теплового баланса после неисправности записываются как $P_{\text{н}} = \kappa(T'_{\text{н}} - T_0)$ $P_{\text{у}} = \kappa(T'_{\text{у}} - T_0)$

4 балла

4 Получаем систему: $\alpha(T_H - T_0) = \kappa(T'_H - T_0)$ $\alpha(T_Y - T_0) = \kappa(T'_Y - T_0)$ 2 балла

Если подобная система получена другим методом, предыдущие баллы засчитываются как проделанная работа.

5 Выразим из системы T_0 : $T_0 = (T_H * T'_Y - T'_H * T_Y) / (T_H - T'_H + T'_Y - T_Y) =$
 $= (45 * 125 - 80 * 55) / (45 - 80 + 125 - 55) = 1225 / 35 \sim 35 \text{ } ^\circ\text{C}$ 2 балла

Ответ: 35 °C 2 балла