

**9 класс**  
**Вариант 1**

**1. Простой теплообмен.** Теплоизолированный сосуд разделен теплоизолирующей перегородкой. В одной части сосуда находится жидкость с удельной теплоёмкостью  $C_1$ , в другой части сосуда тоже жидкость с удельной теплоёмкостью  $C_2$ . После того как убрали перегородку, в сосуде установилась температура такая, что разность между максимальной температурой и установившейся в сосуде, оказывается в 1,5 раза меньше разности начальных температур жидкостей. Найдите отношение масс жидкостей. (30 баллов)

**Решение:**

Запишем уравнение теплового баланса:

$$C_1 m_1 (T_3 - T_1) + C_2 m_2 (T_3 - T_2) = 0 \quad (1)$$

Выразим температуру  $T_3$ :

$$T_3 = \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2}. \quad (2)$$

В задаче не сказано температура какого тела выше, поэтому будем решать задачу для двух случаев в общем виде. Установившаяся температура всегда меньше максимальной. Примем отношение разности начальных температур к разности между максимальной и полученной за величину  $n$ :

Первый случай. Пусть  $T_1 > T_2$ , тогда разность температур, составляет:

$$n(T_1 - T_3) = T_1 - T_2 \quad (3)$$

Подставим уравнение (2) в (3);

$$n \left( T_1 - \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2} \right) = T_1 - T_2. \quad (4)$$

Выразим отношение масс:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(n-1)C_2(T_2 - T_1)}{T_2 C_1 - T_1 C_1} = \frac{(n-1)C_2}{C_1} \quad (5)$$

Рассмотрим второй случай. Пусть

Пусть  $T_2 > T_1$ , тогда разность температур, составляет:

$$n(T_2 - T_3) = T_2 - T_1 \quad (6)$$

Подставим уравнение (2) в (3);

$$n \left( T_2 - \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2} \right) = T_2 - T_1. \quad (7)$$

Выразим отношение масс:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{T_2 - T_1}{(n-1)(T_2 - T_1)} \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{n-1} \frac{C_2}{C_1} \quad (8)$$

Видно, что уравнения (5) и (8) по сути своей одно и тоже, т.е. отношение массы  $m_{\max}$  при максимальной температуре к массе  $m_{\min}$  при минимальной температуре равно:

$$\frac{m_{\max}}{m_{\min}} = \frac{(n-1)C_2}{C_1} \quad (9)$$

По условию задачи  $n=1,5$ .

Получаем отношение масс в случае, если

1)  $T_1 > T_2$ :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{0,5C_2}{C_1}, \quad (10)$$

$$2) T_2 > T_1$$

$$\frac{m_1}{m_2} = 2 \frac{C_2}{C_1}. \quad (11)$$

Критерии оценивания:

	Критерий	Количество баллов
1	Записано уравнение теплового баланса	2
2	Выражена конечная температура смеси $T_3$	2
3	Указано, что возможны два случая	2
4	Получено уравнение (5) или уравнение (10)	12
5	Получено уравнение (5) или уравнение (10)	12

2. Пассажир авиарейса «Красноярск-Пхукет» знает, что самолёт летит на высоте 10 км с собственной скоростью  $v_1 = 900$  км/час. Ветер на этих высотах дует приблизительно с одинаковой скоростью  $v_2 = 100 \frac{\text{км}}{\text{час}}$  как в прямом направлении, так и в обратном направлении. Ветер дует параллельно курсу. Наблюдая в иллюминатор, пассажир увидел, что время пролета одного и того же городка отличается на  $\Delta t = 18$  с. Определите линейные размеры городка. Пассажир видит город под углом  $30^\circ$ . (10 баллов)

**Решение:**

Время пролёта самолёта не зависит от угла, под которым его видит пассажир, и можно считать, что вращение Земли не существенно, так самолёт летит с севера на юг и обратно, поэтому длина города будет равна:

$$l = (v_1 + v_2)t_1 - \text{самолёт летит по ветру}; \quad (12)$$

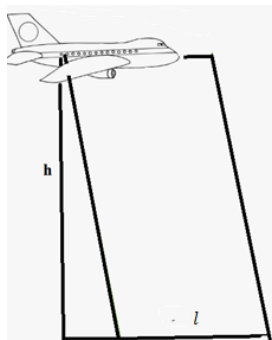
$$l = (v_1 - v_2)t_2 = (v_1 - v_2)(t_1 + \Delta t) - \text{самолёт летит против ветра.}$$

Найдём время  $t_1$ :

$$t_1 = \frac{v_1 - v_2}{2v_2} \Delta t \quad (13)$$

Определим длину города

$$l = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2v_2} \Delta t = 20000 \text{ м} = 20 \text{ км}. \quad (14)$$

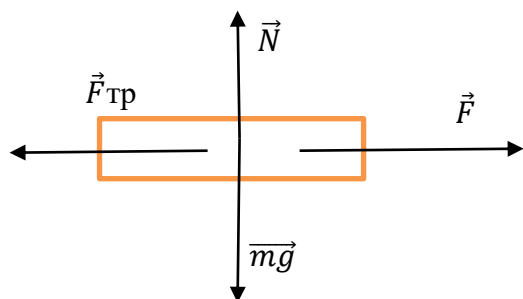


	Критерии	Баллы
1	Указано, что не важно под каким углом пассажир смотрит на появляющийся городок под крылом	1
2	Записаны формулы для расчета длины городка как в прямом, так и в обратном направлении ( по 2 балла за формулу)	4
3	Выведена формула для расчета времени $t_1$ или $t_2$	2
4	Записана формула для расчета длины городка	2
5	Получено численное значение длины	1
	Итого	10

3. **Любишь кататься – люби и саночки возить!** Мальчик Вася, решил экспериментально выяснить какую массу  $m$  снега и на какое расстояние он сможет

вывести в снежную погоду на детских санках, линейные размеры которых  $S_0 = a \times b = 0,4 \times 0,8 \text{ м}^2$ , где  $a$  – ширина,  $b$  – длина, масса санок  $m_0 = 3,5 \text{ кг}$ . Помогите ему ещё рассчитать и работу, которую он при этом совершает. Коэффициент трения полозьев санок о поверхность снега  $f = 0,05$ , масса снега падающего в единицу времени на единицу площади  $\mu = 3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$ , ускорение свободного падения  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Василий может к санкам прикладывать силу тяги  $F=200 \text{ Н}$ . Средняя скорость Василия по всему пути составляет  $v = 3 \text{ м/с}$ . (20 баллов)

**Решение:**



Рассмотри момент времени остановки санок.

Запишем второй закон Ньютона в векторной форме.

$$\vec{N} + \vec{F} + \vec{m\vec{g}} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0 \quad (15)$$

В момент времени  $t$  остановки санок их масса со снегом будет равна:

$$m = m_0 + m = m_0 + \mu S_0 t \quad (16)$$

Сделаем проекцию уравнение (14) по осям:

$$F - F_{\text{тр}} = 0 \quad (17)$$

$$N - mg = 0 \quad (18)$$

Сила трения равна<sup>^</sup>

$$F_{\text{тр}} = \mu N \quad (19)$$

Силу трения мы получим из уравнений (16), (17) и (18):

$$F = F_{\text{тр}} = f(m_0 + m)g \quad (20)$$

Рассчитаем из уравнения (20) массу, которую мальчик может сдвинуть:

$$m = \frac{F}{fg} - m_0 = 404,7 \text{ кг} \quad (21)$$

Определим время, которое двигались санки:

$$t = \frac{m}{\mu S_0} = 421,6 \text{ с} \quad (22)$$

Расстояние, которое прошли санки до остановки.

$$l = v \cdot t = 1264,7 \text{ м.} \quad (23)$$

Рассчитаем работу, совершенную Василием:

$$A = F \cdot l = 252937 \text{ Дж} = 253 \text{ к Дж.} \quad (24)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Сделан рисунок с силами	3
2	Записан второй закон Ньютона в векторной форме:	1
3	Сделаны проекции сил по осям: 1) По оси x 2) По оси y	2 2
4	Записана связь силы трения с силой нормальной реакции	1
5	Записана формула масса санок со снегом	3
6	Выведена формула для определения массы снега	3
7	Подсчитана масса максимального снега	1
8	Записана формула для определения расстояния, которое проехали санки до остановки	1
9	Получен результат для расстояния	1

10	Записана формула для работы	1
11	Получен результат для работы	1
	Итого	20

4. Последовательно соединены сопротивления, каждое последующее в два раза меньше предыдущего (смотри рисунок, расположенный ниже). Во сколько раз изменится потребляемая мощность цепью, если к ней параллельно присоединить ещё одно сопротивление  $R_1=30$  Ом. Примите  $R=30$  Ом. (20 баллов)



**Решение:**

Рассмотрим последовательное соединение. Полное сопротивление цепи  $R_{06}$  рассчитаем по формуле

$$R_{06} = R \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2048} \right). \quad (25)$$

Таким образом, чтобы найти сопротивление этой цепи надо найти сумму ряда, в котором

$$q = \frac{1}{2} \text{ — знаменатель прогрессии;} \quad (26)$$

$$b_1 = 1 \text{ — первый член прогрессии;} \quad (27)$$

$$b_n = (q)^{n-1} = \frac{1}{2048} \text{ — последний член прогрессии.} \quad (28)$$

Определим из уравнения (38) количество членов:

$$2^{n-1} = 2048, \quad (29)$$

Определить  $n$  не составляет особого труда, если помнить что  $2^{10} = 1024$ , поэтому  $n - 1 = 11$ , следовательно количество членов прогрессии равно  $n = 12$ .

Найдем полное:

$$R_{06} = R \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \approx 60 \text{ Ом.} \quad (30)$$

Присоединим к последовательной цепи параллельно сопротивление  $R$ . Общее сопротивление цепи будет составлять :

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot R_{06}}{R_1 + R_{06}} = 20 \text{ Ом.} \quad (31)$$

Мощность, потребляемая только последовательной цепочкой сопротивлений:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_{06}} \quad (32)$$

Мощность, потребляемая цепью с параллельно включенным  $R$ :

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} \quad (33)$$

Отношение мощностей:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_{06}} = 0,33 \quad (34)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для расчета последовательной цепи в общем виде	2
2	Указано, что сопротивление такой цепочки считается как сумма геометрической прогрессии	3
3	Записана формула для расчета сопротивления с помощью суммы ряда	6
4	Получено численное значение сопротивления цепочки	1
5	Записана формула для расчета сопротивления при параллельном подключении	2
6	Получено численное значение сопротивления параллельном соединении	1
7	Записаны формулы для расчета потребляемой мощности По баллу за формулы	2
8	Получена формула для расчета отношений мощностей	2
9	Получено численное значение отношения мощностей	1
	Итого:	20

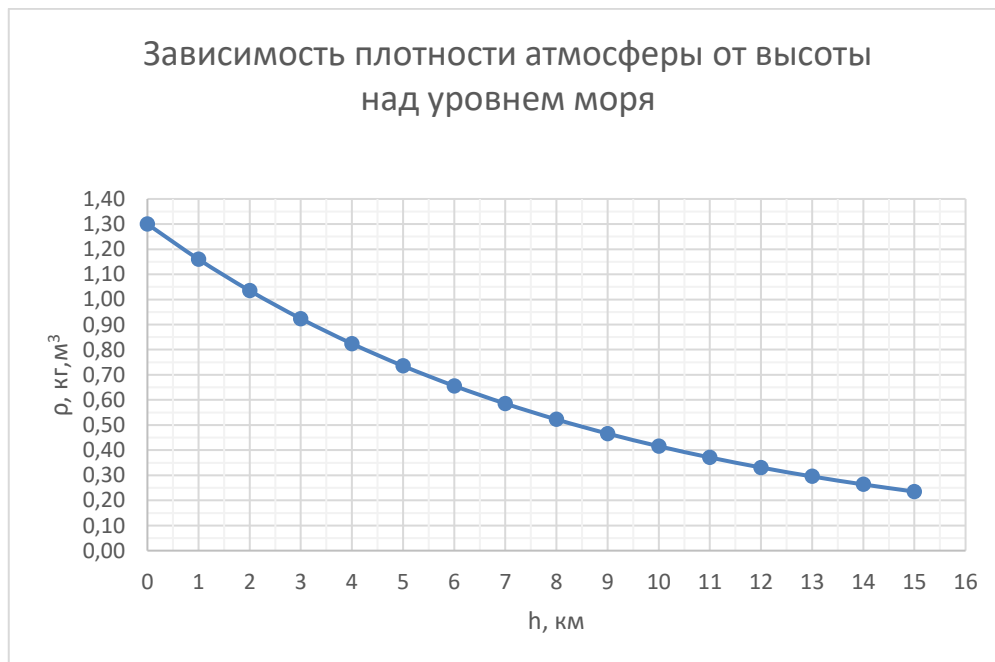
5. Высокоскоростные самолёты летают на высотах от 7 км до 13 км. Пользуясь графиком зависимости плотности атмосферы над уровнем моря, определите с какой скоростью  $v_1$  должен лететь самолёт на высоте 7 км, чтобы его потребляемая мощность равнялась мощности, развиваемой им на высоте 13 км. На высоте 13 км самолёт летит со скоростью  $v_2 = 900$  км/час.

Считайте, что:

1) самолёт движется равномерно прямолинейно с постоянной скоростью одинаковой на обеих высотах;

2) сила сопротивления со стороны воздуха прямо пропорциональна плотности, скорости и площади лобового сечения самолёта, т.е.  $F = \alpha \rho s v$ , где  $\alpha$  - зависит от конструкции самолета.

(20 баллов)



**Решение:**

Так как самолёт летит равномерно, то сила тяги самолёта уравновешивает силу сопротивления, действующую на самолёт со стороны воздуха.

$$F = F_c = \alpha \rho v S \quad (35)$$

Мощность находится по формуле

$$P = Fv = \alpha \rho v^2 s \quad (36)$$

Мощности самолёта на разных высотах равны соответственно:

$$P_1 = \alpha \rho_1 v_1^2 S \quad (37)$$

$$P_2 = \alpha \rho_2 v_2^2 S \quad (38)$$

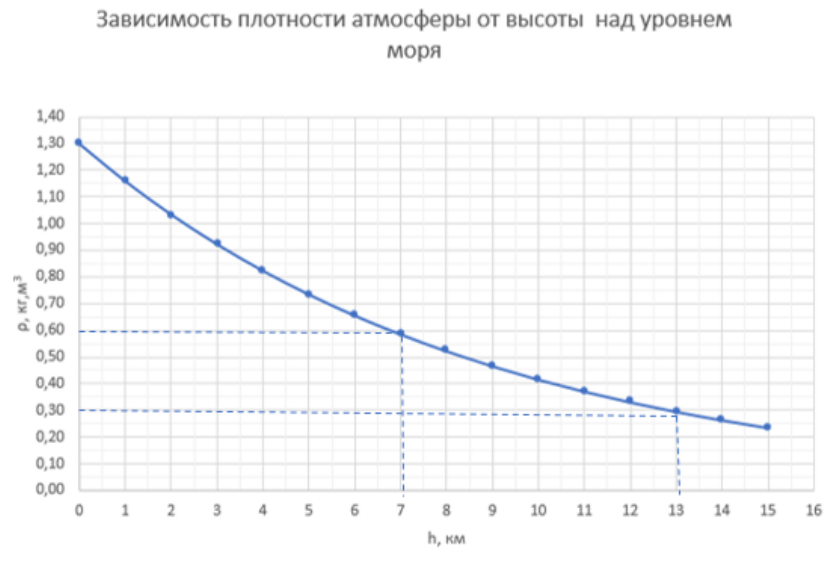
$$\text{По условию задачи } P_1 = P_2, \quad (39)$$

Из уравнений (16), (17) и (23) выразим скорость:

$$v_1 = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} v_2, \quad (40)$$

где  $\rho_2 = 0,3 \text{ кг/м}^3$  плотность воздуха на высоте 13 км,  $\rho_1 = 0,6 \text{ кг/м}^3$  плотность воздуха на высоте 7 км.

Плотности определяем по графику зависимости плотности атмосферы от высоты.



Подставим значения плотностей формулу (40) и получим значение скорости на высоте 7 км;

$$v_1 = \sqrt{\frac{0,3}{0,6}} 900 = 636,4 \text{ км/час} \quad (41)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для мощности	2
2	Указано, что сила сопротивления равна силе тяги	4
3	Получена формула для расчета мощности с учетом силы сопротивления	4
4	Записаны формулы для расчета мощностей на различных высотах, по одному баллу за формулу	2
5	Выведена формула для скорости на высоте $h_1$	4
6	По графику определены значения плотностей, по одному баллу за каждое значение	2
7	Получено численное значение скорости на высоте	2
	Итого:	20

**9 класс**  
**Вариант 2**

**1. Простой теплообмен.** Теплоизолированный сосуд разделен теплоизолирующей перегородкой. В одной части сосуда находится жидкость массой  $m_1$ , в другой части сосуда тоже жидкость массой  $m_2$ . После того как убрали перегородку, в сосуде установилась температура такая, что разность между максимальной температурой, и установившейся в сосуде, оказывается в 2,5 раза меньше разности начальных температур жидкостей. Найдите отношение удельных теплоёмкостей жидкостей. (30 баллов).

**Решение:**

Запишем уравнение теплового баланса:

$$C_1 m_1 (T_3 - T_1) + C_2 m_2 (T_3 - T_2) = 0 \quad (1)$$

Выразим температуру  $T_3$ :

$$T_3 = \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2}. \quad (2)$$

В задаче не сказано температура какого тела выше, поэтому будем решать задачу для двух случаев в общем виде. Установившаяся температура всегда меньше максимальной. Примем отношение разности начальных температур к разности между максимальной и полученной за величину  $n$ :

Первый случай. Пусть  $T_1 > T_2$ , тогда разность температур, составляет:

$$n(T_1 - T_3) = T_1 - T_2 \quad (3)$$

Подставим уравнение (2) в (3);

$$n \left( T_1 - \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2} \right) = T_1 - T_2. \quad (4)$$

Выразим отношение масс:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{(n-1)C_2(T_2 - T_1)}{T_2 C_1 - T_1 C_1} = \frac{(n-1)m_2}{m_1} \quad (5)$$

Рассмотрим второй случай. Пусть

Пусть  $T_2 > T_1$ , тогда разность температур, составляет:

$$n(T_2 - T_3) = T_2 - T_1 \quad (6)$$

Подставим уравнение (2) в (6);

$$n \left( T_2 - \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2} \right) = T_2 - T_1. \quad (7)$$

Выразим отношение теплоёмкостей:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{T_2 - T_1}{(n-1)(T_2 - T_1)} \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{(n-1)} \frac{m_2}{m_1} \quad (8)$$

Видно, что уравнения (5) и (8) по сути своей одно и то же, т.е. отношение массы  $m_{\max}$  при максимальной температуре к массе  $m_{\min}$  при минимальной температуре равно:

$$\frac{m_{\max}}{m_{\min}} = \frac{(n-1)C_2}{C_1} \quad (9)$$

По условию задачи  $n=2,5$ .

Получаем отношение масс в случае, если

1)  $T_1 > T_2$ :

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{1,5m_2}{m_1}; \quad (10)$$

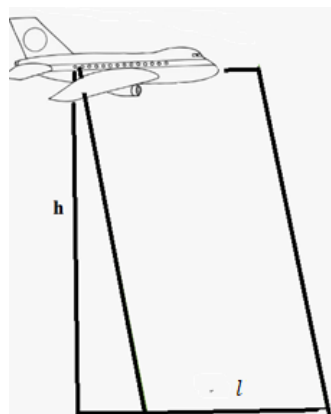
$$2) T_2 > T_1$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{m_2}{1,5m_1}. \quad (11)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записано уравнение теплового баланса	2
2	Выражена конечная температура смеси $T_3$	2
3	Указано, что возможны два случая	2
4	Получено уравнение (5) или уравнение (10)	12
5	Получено уравнение (5) или уравнение (10)	12
	Итого	30

2. Пассажир авиарейса «Красноярск-Пхукет» знает, что самолёт летит на высоте 10 км с собственной скоростью  $v_1 = 930$  км/час. Ветер на этих высотах дует приблизительно с одинаковой скоростью  $v_2 = 100 \frac{\text{км}}{\text{час}}$  как в прямом направлении, так и в обратном направлении. Ветер дует параллельно курсу. Наблюдая в иллюминатор, пассажир увидел, что время пролёта одного и того же городка отличается на  $\Delta t = 12$  с. Определите линейные размеры городка. Пассажир видит город под углом  $30^\circ$ . (10 баллов)

**Решение:**



Время пролёта самолёта не зависит от угла, под которым его видит пассажир, и можно считать, что вращение Земли не существенно, так самолёт летит с севера на юг и обратно, поэтому длина города будет равна:

$$l = (v_1 + v_2)t_1 - \text{самолёт летит по ветру}; \quad (12)$$

$$l = (v_1 + v_2)t_1 = (v_1 - v_2)(t_1 + \Delta t) - \text{самолёт летит против ветра}. \quad (13)$$

Найдём время  $t_1$ :

$$t_1 = \frac{v_1 - v_2}{2v_2} \Delta t \quad (14)$$

Определим длину города

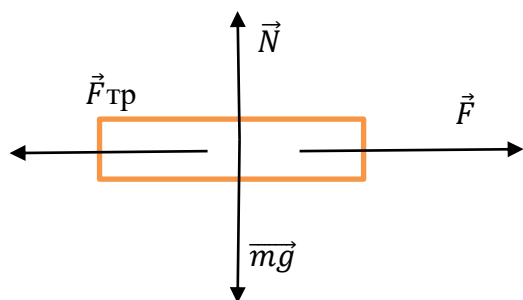
$$l = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2v_2} \Delta t = 14248 \text{ м} = 14,2 \text{ км}. \quad (15)$$

	Критерии	Баллы
1	Указано, что не важно под каким углом пассажир смотрит на появляющийся городок под крылом	1
2	Записаны формулы для расчета длины городка как в прямом, так и в обратном направлении ( по 2 балла за формулу)	4
3	Выведена формула для расчета времени $t_1$ или $t_2$	2
4	Записана формула для расчета длины городка	2
5	Получено численное значение длины	1
	Итого	10



**3. Любишь кататься – люби и саночки возить!** Мальчик Вася решил экспериментально выяснить, какую массу  $m$  снега и на какое расстояние он сможет вывести в снежную погоду на детских санках, линейные размеры которых  $S_0 = a \times b = 0,5 \times 1,0 \text{ м}^2$ , где  $a$  – ширина,  $b$  – длина, масса санок  $m_0 = 5 \text{ кг}$ . Помогите ему ещё рассчитать и работу, которую он при этом совершает. Коэффициент трения полозьев санок о поверхность снега  $f = 0,05$ , масса снега, падающего в единицу времени на единицу площади  $\mu = 2,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$ , ускорение свободного падения  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Василий может к санкам прикладывать силу тяги  $F=200 \text{ Н}$ . Средняя скорость Василия по всему пути составляет  $v = 3 \text{ м / с}$ . (20 баллов)

**Решение:**



Рассмотри момент времени остановки санок.

Запишем второй закон Ньютона в векторной форме.

$$\vec{N} + \vec{F} + \vec{m}\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0 \quad (16)$$

В момент времени  $t$  остановки санок их масса со снегом будет равна:

$$m = m_0 + m = m_0 + \mu S_0 t \quad (17)$$

Сделаем проекцию уравнение (14) по осям:

$$F - F_{\text{тр}} = 0 \quad (18)$$

$$N - mg = 0 \quad (19)$$

Сила трения равна:

$$F_{\text{тр}} = \mu N \quad (20)$$

Силу трения мы получим из уравнений (18), (19) и (20):

$$F = F_{\text{тр}} = f(m_0 + m)g \quad (21)$$

Рассчитаем из уравнения (21) массу, которую мальчик может сдвинуть:

$$m = \frac{F}{fg} - m_0 = 403,2 \text{ кг} \quad (22)$$

Определим время, которое двигались санки:

$$t = \frac{m}{\mu S_0} = 322,56 \text{ с} \quad (23)$$

Расстояние, которое прошли санки до остановки.

$$l = v \cdot t = 967,68 \text{ м}. \quad (24)$$

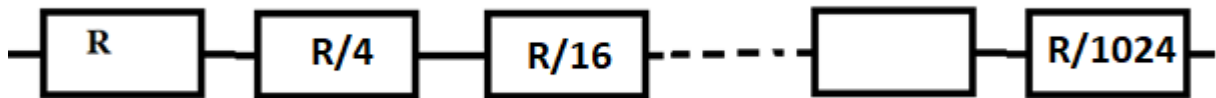
Рассчитаем работу, совершенную Василием:

$$A = F \cdot l = 193536 \text{ Дж}. \quad (25)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Сделан рисунок с силами	3
2	Записан второй закон Ньютона в векторной форме:	1
3	Сделаны проекции сил по осям:	
	1) По оси x	2
	2) По оси y	2
4	Записана связь силы трения с силой нормальной реакции	1
5	Записана формула масса санок со снегом	3
6	Выведена формула для определения массы снега	4
7	Подсчитана масса максимального снега	1
8	Записана формула для определения расстояния, которое проехали санки до остановки	1

9	Получен результат для расстояния	1
10	Записана формула для работы	1
11	Получен результат для работы	1
	Итого	20

4. Последовательно соединены сопротивления, каждое последующее в четыре раза меньше предыдущего. Во сколько раз изменится потребляемая мощность цепью, если к ней параллельно присоединить ещё одно сопротивление  $R_1=80$  Ом. Примите  $R=30$  Ом. (20 баллов)



**Решение:**

Рассмотрим последовательное соединение. Полное сопротивление цепи  $R_{06}$  рассчитаем по формуле

$$R_{06} = R \left( 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} \right). \quad (26)$$

Таким образом, чтобы найти сопротивление этой цепи надо найти сумму ряда, в котором

$$q = \frac{1}{4} \text{ — знаменатель прогрессии;} \quad (27)$$

$$b_1 = 1 \text{ — первый член прогрессии;} \quad (28)$$

$$b_n = (q)^{n-1} = \frac{1}{1024} \text{ — последний член прогрессии.} \quad (29)$$

Определим из уравнения (38) количество членов:

$$4^{n-1} = (2 \cdot 2)^{n-1} = 1024, \quad (30)$$

Определить  $n$  не составляет особого труда, если помнить что  $2^{10} = 1024$ , поэтому  $n - 1 = 5$ , следовательно количество членов прогрессии равно  $n = 6$ .

Найдем полное:

$$R_{06} = R \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \approx 80 \text{ Ом.} = \quad (31)$$

Присоединим к последовательной цепи параллельно сопротивление  $R_1$ . Общее сопротивление цепи будет составлять :

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot R_{06}}{R_1 + R_{06}} = 40 \text{ Ом.} \quad (32)$$

Мощность, потребляемая только последовательной цепочкой сопротивлений:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_{06}} \quad (33)$$

Мощность, потребляемая цепью с параллельно включенным  $R$ :

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} \quad (34)$$

Отношение мощностей:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_{06}} = 0,5 \quad (35)$$

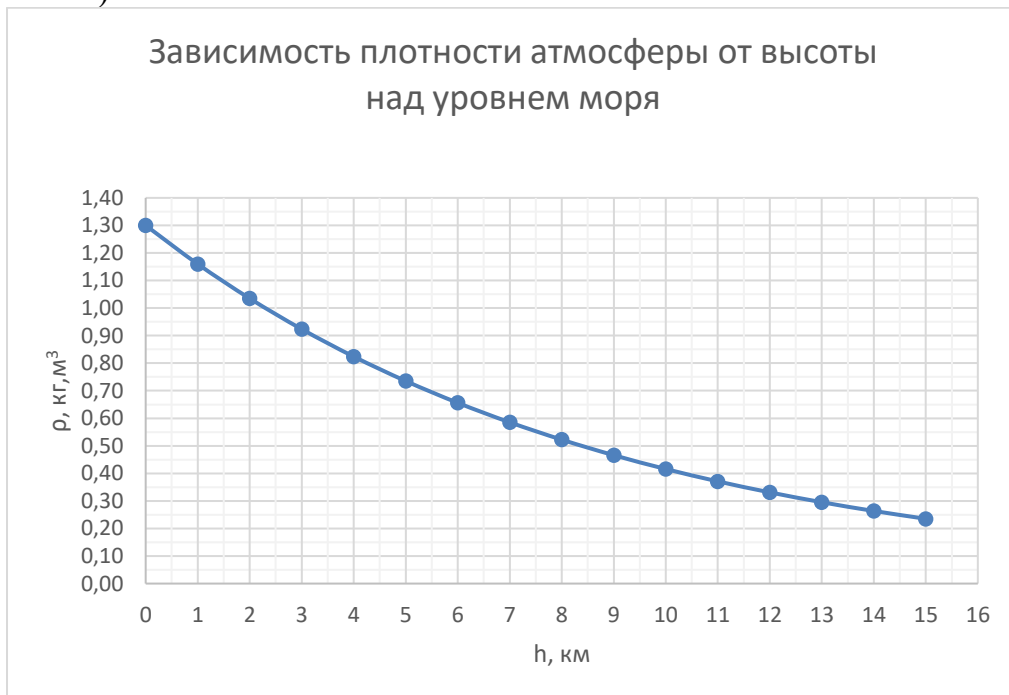
	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для расчета последовательной цепи в общем виде	2
2	Указано, что сопротивление такой цепочки считается как сумма геометрической прогрессии	3

3	Записана формула для расчета сопротивления с помощью суммы ряда	6
4	Получено численное значение сопротивления цепочки	1
5	Записана формула для расчета сопротивления при параллельном подключении	2
6	Получено численное значение сопротивления параллельном соединении	1
7	Записаны формулы для расчета потребляемой мощности По баллу за формулы	2
8	Получена формула для расчета отношений мощностей	2
9	Получено численное значение отношения мощностей	1
	Итого	20

5. Высокоскоростные самолёты летают на высоте от 7 км до 13 км. Пользуясь графиком зависимости плотности атмосферы над уровнем моря, определите с какой скоростью  $v_1$  должен лететь самолёт на высоте 10 км, чтобы его потребляемая мощность равнялась мощности, развиваемой им на высоте 13 км. На высоте 13 км самолёт летит со скоростью  $v_2 = 900$  км/час.

Считайте, что:

- 1) самолёт движется равномерно прямолинейно с постоянной скоростью одинаковой на обеих высотах;
- 2) сила сопротивления со стороны воздуха прямо пропорциональна плотности, скорости и площади лобового сечения самолёта, т.е.  $F = \alpha \rho s v$ , где  $\alpha$  - зависит от конструкции самолета. (20 баллов)



Решение:

Так как самолёт летит равномерно, то сила тяги самолёта уравновешивает силу сопротивления, действующую на самолёт со стороны воздуха.

$$F = F_c = \alpha \rho v S \quad (36)$$

Мощность находится по формуле

$$P = Fv = \alpha \rho v^2 S \quad (37)$$

Мощности самолёта на разных высотах равны соответственно:

$$P_1 = \alpha \rho_1 v_1^2 S \quad (38)$$

$$P_2 = \alpha \rho_2 v_2^2 S \quad (39)$$

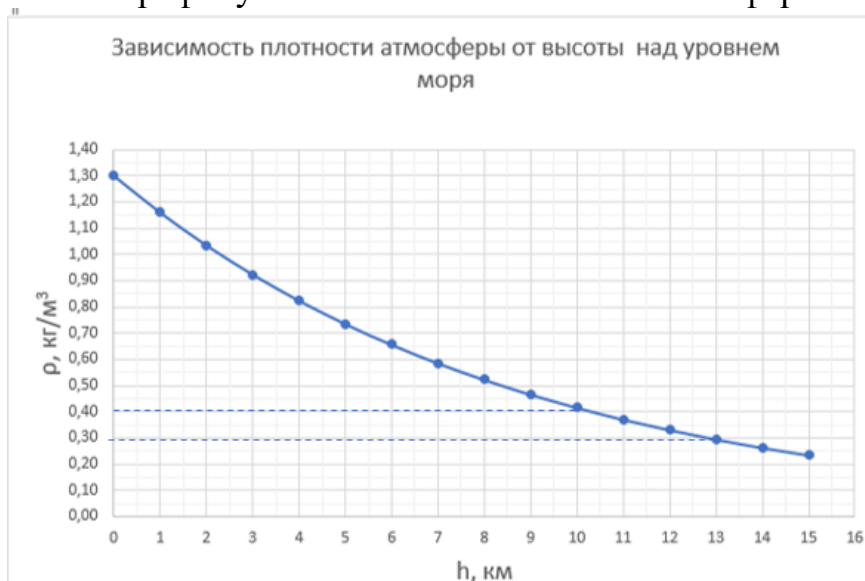
$$\text{По условию задачи } P_1 = P_2, \quad (40)$$

Из уравнений (37), (38), (39), (40) выразим скорость:

$$v_1 = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} v_2, \quad (41)$$

где  $\rho_2 = 0,3 \text{ кг/м}^3$  плотность воздуха на высоте 13 км,  $\rho_1 = 0,4 \text{ кг/м}^3$  плотность воздуха на высоте 10 км.

Плотности определяем по графику зависимости плотности атмосферы от высоты.



Подставим значения плотностей в формулу (41) и получим значение скорости на высоте 10 км:

$$v_1 = \sqrt{\frac{0,3}{0,4}} 900 = 779,4 \text{ км/час} \quad (42)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для мощности	2
2	Указано, что сила сопротивления равна силе тяги	4
3	Получена формула для расчета мощности с учетом силы сопротивления	4
4	Записаны формулы для расчета мощностей на различных высотах, по одному баллу за формулу	2
5	Выведена формула для скорости на высоте $h_1$	4
6	По графику определены значения плотностей, по одному баллу за каждое значение	2
7	Получено численное значение скорости на высоте	2
	Итого	20

**9 класс**  
**Вариант 3**

**1. Простой теплообмен.** Теплоизолированный сосуд разделен теплоизолирующей перегородкой. В одной части сосуда находится жидкость с удельной теплоёмкостью  $C_1$ , в другой части сосуда тоже жидкость с удельной теплоёмкостью  $C_2$ . После того как убрали перегородку, в сосуде установилась температура такая, что разность между максимальной температурой и установившейся в сосуде оказывается в  $n$  раз меньше разности начальных температур жидкостей. При каком  $n$  отношение теплоёмкостей будет соответствовать уравнению:

(30 баллов)

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

**Решение:**

Запишем уравнение теплового баланса:

$$C_1 m_1 (T_3 - T_1) + C_2 m_2 (T_3 - T_2) = 0 \quad (1)$$

Выразим температуру  $T_3$ :

$$T_3 = \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2}. \quad (2)$$

В задаче не сказано температура какого тела выше, поэтому будем решать задачу для двух случаев в общем виде. Установившаяся температура всегда меньше максимальной. Примем отношение разности начальных температур к разности между максимальной и полученной за величину  $n$ :

Первый случай. Пусть  $T_1 > T_2$ , тогда разность температур, составляет:

$$n(T_1 - T_3) = T_1 - T_2 \quad (3)$$

Подставим уравнение (2) в (3);

$$n \left( T_1 - \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2} \right) = T_1 - T_2. \quad (4)$$

Выразим отношение масс:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(n-1)C_2(T_2 - T_1)}{T_2 C_1 - T_1 C_1} = \frac{(n-1)C_2}{C_1} \quad (5)$$

Рассмотрим второй случай. Пусть

Пусть  $T_2 > T_1$ , тогда разность температур, составляет:

$$n(T_2 - T_3) = T_2 - T_1 \quad (6)$$

Подставим уравнение (2) в (6);

$$n \left( T_2 - \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2} \right) = T_2 - T_1. \quad (7)$$

Выразим отношение масс:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{T_2 - T_1}{(n-1)(T_2 - T_1)} \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{n-1} \frac{C_2}{C_1} \quad (8)$$

Получаем отношение масс в случае, если

1)  $T_1 > T_2$ :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{C_2}{C_1}; \quad (9)$$

2)  $T_2 > T_1$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{C_2}{C_1}. \quad (10)$$

Таким образом, при  $n=2$ , не зависимо от того температура какого тела больше, отношение масс равно:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{c_2}{c_1} \quad (11)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записано уравнение теплового баланса	2
2	Выражена конечная температура смеси $T_3$	2
3	Указано, что возможны два случая	2
4	Получено уравнение (5) или уравнение (10)	11
5	Получено уравнение (5) или уравнение (10)	11
	Сделан вывод, что $n=2$	2
	Итого:	30

**Задача 2 (10 баллов)** Пассажир авиарейса «Красноярск-Пхутет» знает, что самолёт летит на высоте 10 км с собственной скоростью  $v_1 = 930$  км/час. Ветер на этих высотах с дует приблизительно с одинаковой скоростью  $v_2 = 200 \frac{\text{км}}{\text{час}}$  как в прямом направлении, так и в обратном направлении. Ветер дует параллельно курсу. Наблюдая в иллюминатор, пассажир увидел, что время пролета одного и того же городка отличается на  $\Delta t = 18$  с. с. Определите линейные размеры городка. Пассажир видит город под углом  $30^\circ$ .

**Решение:**

Время пролёта самолёта не зависит от угла, под которым его видит пассажир и можно считать, что вращение Земли не существенно, так самолёт летит с севера на юг и обратно, поэтому длина города будет равна:

$$l = (v_1 + v_2)t_1 - \text{самолёт летит по ветру;} \quad (12)$$

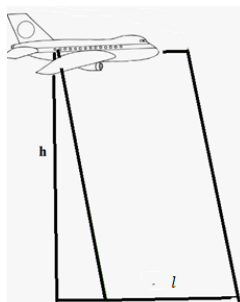
$$l = (v_1 + v_2)t_1 = (v_1 - v_2)(t_1 + \Delta t) - \text{самолёт летит против ветра.}$$

Найдём время  $t_1$ :

$$t_1 = \frac{v_1 - v_2}{2v_2} \Delta t \quad (13)$$

Определим длину города

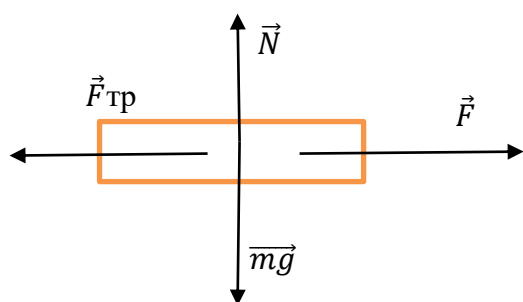
$$l = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2v_2} \Delta t = 10,3 \text{ км.} \quad (14)$$



	Критерии	Баллы
1	Указано, что не важно под каким углом пассажир смотрит на появляющийся городок под крылом	1
2	Записаны формулы для расчета длины городка как в прямом, так и в обратном направлении ( по 2 балла за формулу)	4
3	Выведена формула для расчета времени $t_1$ или $t_2$	2
4	Записана формула для расчета длины городка	2
5	Получено численное значение длины	1
	Итого	10

**3. Любишь кататься – люби и саночки возить!** Мальчик Вася, решил экспериментально выяснить какую массу  $m$  снега и на какое расстояние он сможет вывести в снежную погоду на детских санках, линейные размеры которых  $S_0 = a \times b = 0,4 \times 1,0 \text{ м}^2$ , где  $a$  – ширина,  $b$  – длина, масса санок  $m_0 = 5,5 \text{ кг}$ . Помогите ему ещё рассчитать и работу, которую он при этом совершает. Коэффициент трения полозьев санок о поверхность снега  $f = 0,05$ , масса снега падающего в единицу времени на единицу площади  $\mu = 4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$ , ускорение свободного падения  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Василий может к санкам прикладывать силу тяги  $F=200 \text{ Н}$ . Средняя скорость Василия по всему пути составляет  $v = 2,5 \text{ м / с}$ . (20 баллов)

**Решение:**



Рассмотри момент времени остановки санок.

Запишем второй закон Ньютона в векторной форме.

$$\vec{N} + \vec{F} + \vec{m}\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0 \quad (15)$$

В момент времени  $t$  остановки санок их масса со снегом будет равна:

$$m = m_0 + m = m_0 + \mu S_0 t \quad (16)$$

Сделаем проекцию уравнения (26) по осям:

$$F - F_{\text{тр}} = 0 \quad (17)$$

$$N - mg = 0 \quad (18)$$

Сила трения равна:

$$F_{\text{тр}} = \mu N \quad (19)$$

Силу трения мы получим из уравнений (17), (18) и (19):

$$F = F_{\text{тр}} = f(m_0 + m)g \quad (20)$$

Рассчитаем из уравнения (27) массу, которую мальчик может сдвинуть:

$$m = \frac{F}{fg} - m_0 = 394,5 \text{ кг} \quad (21)$$

Определим время, которое двигались санки:

$$t = \frac{m}{\mu S_0} = 396,6 \text{ с} \quad (22)$$

Расстояние, которое прошли санки до остановки.

$$l = v \cdot t = 991,5 \text{ м}. \quad (23)$$

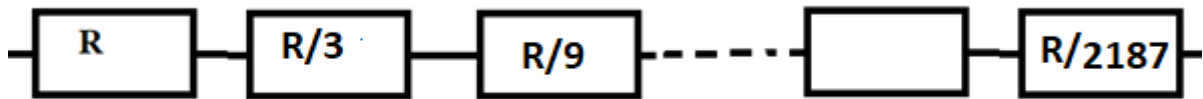
Рассчитаем работу, совершенную Василием:

$$A = F \cdot l = 198,3 \text{ к Дж}. \quad (24)$$

Критерий	Количество баллов
Сделан рисунок с силами	3
Записан второй закон Ньютона в векторной форме:	1
Сделаны проекции сил по осям:	
1) По оси $x$	2
2) По оси $y$	2
Записана связь силы трения с силой нормальной реакции	1
Записана формула масса санок со снегом	3
Выведена формула для определения массы снега	3
Подсчитана масса максимального снега	1
Записана формула для определения расстояния, которое проехали санки до остановки	1

Получен результат для расстояния	1
Записана формула для работы	1
Получен результат для работы	1
Итого	20

4. Последовательно соединены сопротивления, каждое последующее в три раза меньше предыдущего. Во сколько раз изменится потребляемая мощность цепи, если к ней параллельно присоединить ещё одно сопротивление  $R_1=90$  Ом. Примите  $R=60$  Ом. (20 баллов)



**Решение:**

Рассмотрим последовательное соединение. Полное сопротивление цепи  $R_{06}$  рассчитаем по формуле

$$R_{06} = R \left( 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{2187} \right). \quad (25)$$

Таким образом, чтобы найти сопротивление этой цепи надо найти сумму ряда, в котором

$$q = \frac{1}{3} \text{ — знаменатель прогрессии;} \quad (26)$$

$$b_1 = 1 \text{ — первый член прогрессии;} \quad (27)$$

$$b_n = (q)^{n-1} = \frac{1}{2187} \text{ — последний член прогрессии.} \quad (28)$$

Определим из уравнения (38) количество членов:

$$3^{n-1} = 2048, \quad (29)$$

$n - 1 = 7$ , следовательно количество членов прогрессии равно  $n = 8$ .

Найдем полное:

$$R_{06} = R \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \approx 90 \text{ Ом.} \quad (30)$$

Присоединим к последовательной цепи параллельно сопротивление  $R$ . Общее сопротивление цепи будет составлять :

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot R_{06}}{R_1 + R_{06}} = 45 \text{ Ом.} \quad (31)$$

Мощность, потребляемая только последовательной цепочкой сопротивлений:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_{06}} \quad (32)$$

Мощность, потребляемая цепью с параллельно включенным  $R$ :

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} \quad (33)$$

Отношение мощностей:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_{06}} = 0,5 \quad (34)$$



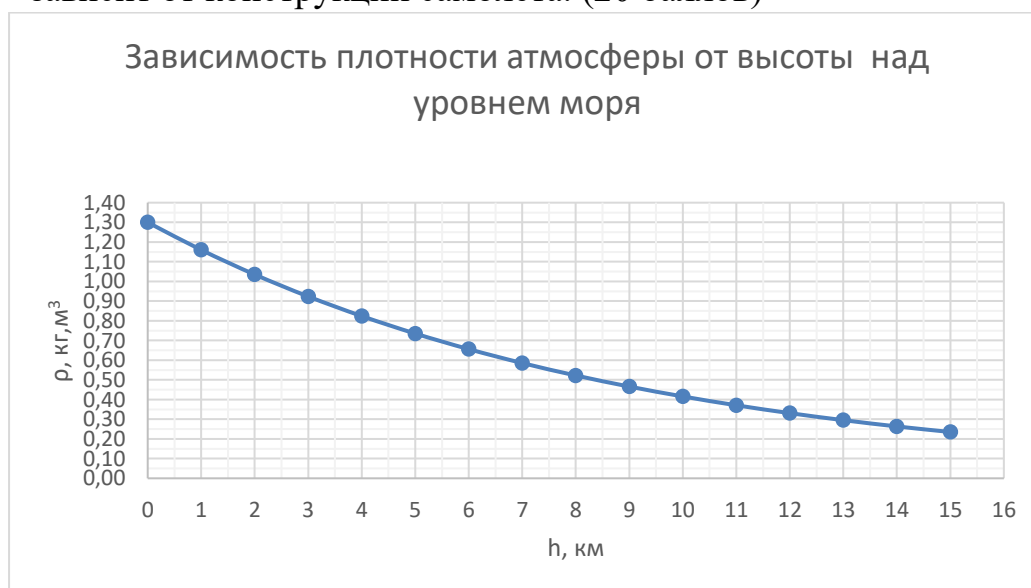
	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для расчета последовательной цепи в общем виде	2
2	Указано, что сопротивление такой цепочки считается как сумма геометрической прогрессии	3
3	Записана формула для расчета сопротивления с помощью суммы ряда	6
4	Получено численное значение сопротивления цепочки	1
5	Записана формула для расчета сопротивления при параллельном подключении	2
6	Получено численное значение сопротивления параллельном соединении	1
7	Записаны формулы для расчета потребляемой мощности По баллу за формулы	2
8	Получена формула для расчета отношений мощностей	2
9	Получено численное значение отношения мощностей	1
	Итого	20

5. Высокоскоростные самолёты летают на высоте от 7 км до 13 км. Пользуясь графиком зависимости плотности атмосферы над уровнем моря, определите с какой скоростью  $v_2$  должен лететь самолёт на высоте 13 км, чтобы его потребляемая мощность была в 1,2 раза меньше мощности, развиваемой им на высоте 7 км. На высоте 13 км самолёт летит со скоростью  $v_2 = 700$  км/час.

Считайте, что:

1) самолёт движется равномерно прямолинейно с постоянной скоростью одинаковой на обеих высотах.

2) сила сопротивления со стороны воздуха прямо пропорциональна плотности, скорости и площади лобового сечения самолёта, т.е.  $F = \alpha \rho s v$ , где  $\alpha$  - зависит от конструкции самолета. (20 баллов)



**Решение:**

Так как самолёт летит равномерно, то сила тяги самолёта уравнивает силу сопротивления, действующую на самолёт со стороны воздуха.

$$F = F_c = \alpha \rho v S \tag{35}$$

Мощность находится по формуле

$$P = Fv = \alpha \rho v^2 S \tag{36}$$

Мощности самолёта на разных высотах равны соответственно:

$$P_1 = \alpha \rho_1 v_1^2 S \tag{37}$$

$$P_2 = \alpha \rho_2 v_2^2 S \tag{38}$$

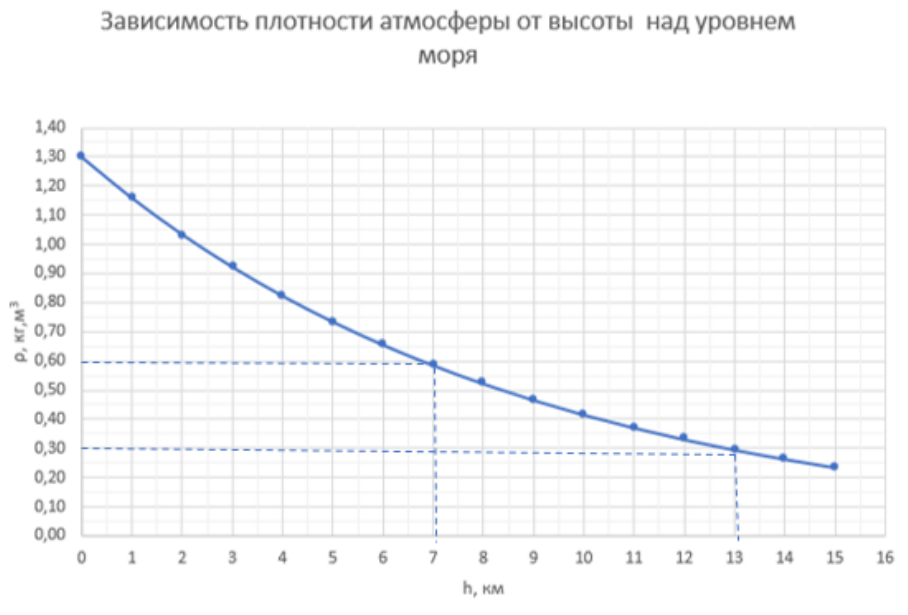
$$\text{По условию задачи } P_1 = 1,2 P_2, \tag{39}$$

Из уравнений (16), (17) и (18) выразим скорость:

$$v_2 = \sqrt{\frac{P_2 \rho_1}{P_1 \rho_2}} v_1 = \tag{40}$$

где  $\rho_1 = 0,3 \text{ кг/м}^3$  плотность воздуха на высоте 13 км,  $\rho_2 = 0,6 \text{ кг/м}^3$  плотность воздуха на высоте 7 км.

Плотности определяем по графику зависимости плотности атмосферы от высоты.



Подставим значения плотностей формулу (40) и отношение мощностей и получим значение скорости на высоте 13 км:

$$v_2 = 906 \text{ км/час} \tag{41}$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для мощности	2
2	Указано, что сила сопротивления равна силе тяги	4
3	Получена формула для расчета мощности с учетом силы сопротивления	4
4	Записаны формулы для расчета мощностей на различных высотах, по одному баллу за формулу	2
5	Выведена формула для скорости на высоте $h_1$	4
6	По графику определены значения плотностей, по одному баллу за каждое значение	2
7	Получено численное значение скорости на высоте	2
	Итого	20

## Графики к задаче 2.

