

Физика. 7 класс
Вариант 1

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Цифровые биты на аудио компакт-диске диаметром 12 см кодируются по спиралевидной траектории, которая начинается на радиусе $R_1=2.5$ см и заканчивается по радиусу $R_2=5.8$ см. Расстояние между центрами соседних спиральных витков равно $\Delta=1.6$ мкм. Для считывания информации проигрыватель компакт-дисков регулирует вращение диска таким образом, чтобы считывающий лазер проигрывателя двигался по спиральной траектории с постоянной скоростью около 1,2 м/с. Оцените максимальное время в минутах воспроизведения такого компакт-диска. (15 баллов)

Решение:

Рассчитаем длину спирального пути из общей площади внутри спиральной траектории. $S=\Delta l=\pi R_2^2 - \pi R_1^2$

Тогда длина: $l=(\pi R_2^2 - \pi R_1^2)/\Delta=\pi(R_2^2 - R_1^2)/\Delta=5.4\text{км}$

Отсюда при равномерном движении считывающий лазер проигрывателя перемещается $t=l/v= 5400/1.2=4500\text{с}=75$ минут

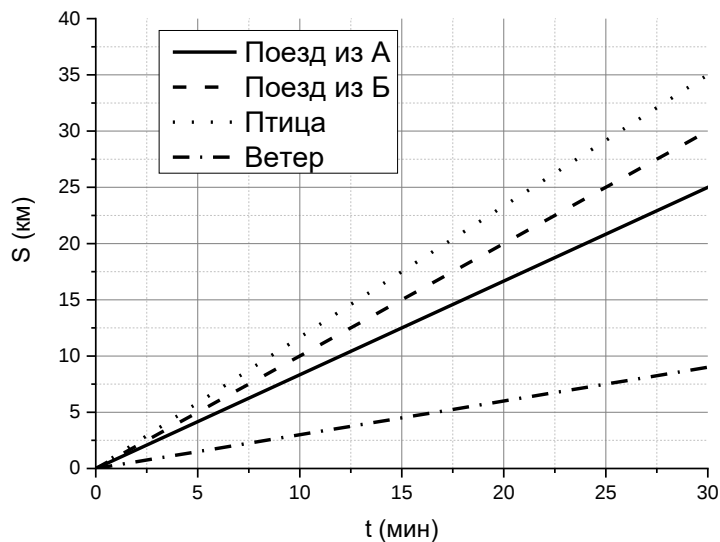
Ответ: 75 минут

Критерии:

1. Записаны площади внутри спиральной траектории - 5 баллов
2. Получена формула длины спирального пути - 5 баллов
3. Получено и рассчитано конечное выражение - 5 баллов

2. Расстояние между станциями А и Б 100 км. В 12:00 поезд P_A отправляется из станции А и следует по железной дороге в сторону станции Б. В то же время поезд P_B стартует из Б и следует в сторону станции А. При запуске P_A птица летит вперед от P_A . Когда птица встречает P_B , она разворачивается и летит в сторону P_A .

Какое наступит время, когда птица снова встретит P_A ? На рисунке показаны зависимости пути движения от времени, относительно железной дороги, для каждого участника движения первые 30 минут. Считать, что все участники движения перемещаются вдоль одной прямой, а поезд намного тяжелее, чем птица. (20 баллов)



Решение:

1. Пусть v_a – скорость Π_A , v_b – скорость Π_B , v_p – скорость птицы в направлении пункта Б, v'_p – скорость птицы в направлении пункта А, v_v – скорость ветра.

Определим из графика скорости, учитывая, что птица летит по ветру и против ветра.

$$v_v = 18 \text{ км/ч}$$

$$v_a = 50 \text{ км/ч}$$

$$v_b = 60 \text{ км/ч}$$

$v_p = 70 \text{ км/ч} = v + v_v$ или $v - v_v$, в зависимости от направления ветра, где v – скорость птицы относительно воздуха.

$$1) v'_p = v - v_v = 34 \text{ км/ч} \text{ или } 2) v'_p = v + v_v = 106 \text{ км/ч}$$

2. Единицы измерения расстояния — км, а время t для удобства переведем в минуты. Тогда:

$$\text{Смещение } \Pi_B \text{ относительно пункта Б: } S_B = v_b t / 60.$$

$$\text{Расстояние от } \Pi_B \text{ до пункта А: } S_A = AB - v_b t / 60.$$

$$\text{Смещение птицы относительно пункта А за это же время: } S_p = v_p t / 60.$$

$$3. \text{ Когда птица встречается с } \Pi_B \text{ } S_p = S_A, \text{ то есть: } v_p t / 60 = AB - v_b t / 60.$$

$$\text{Получаем } t = 60 AB / (v_p + v_b) = 46,15 \text{ минут.}$$

$$\text{Тогда смещение птицы относительно пункта А: } S_p = v_p t / 60 = 53,842 \text{ км}$$

$$4. \text{ Когда птица летит назад, ее путь: } S'_p = v'_p t'$$

$$\text{Тогда путь пройденный ПА за все время: } v_a (t + t') = S_p - v'_p t'$$

Находим время полета птицы назад:

$$1) \text{ при } v'_p = 34 \text{ км/ч: } t' = (S_p - v_a t / 60) * 60 / (v'_p + v_a) = 10.98 \text{ минут}$$

или

$$2) \text{ при } v'_p = 106 \text{ км/ч: } t' = 5,916 \text{ минут}$$

5. Тогда:

$$1) t + t' = 46,15 \text{ минут} + 10.98 \text{ минут} = 57 \text{ минут}$$

$$2) t+t' = 46,15 \text{ минут} + 5,916 \text{ минут} = 52 \text{ минуты}$$

Ответ: 12:57 или 12:52

Критерии

1. Определены все скорости - 4 балла
2. Сделан вывод о наличии двух решений для двух направлений ветра - 5 баллов
3. Определено время движения птицы до Пб - 3 балла
4. Определено время обратного движения птицы до Па. (2 ответа) - 4 балла
5. Определено время. (2 ответа) - 4 балла

3. Мальчик бежит за своей собакой и кричит ей команду: «сидеть». Собака, услышав команду, не остановилась, а в ответ сразу же только гавкнула. Тогда мальчик, не останавливаясь, снова кричит ей команду: «стой», спустя 5 секунд после первой команды. Но собака в ответ опять сразу же только гавкнула. Скорость мальчика $v=10$ м/с. Скорость собаки $u=40$ м/с. Скорость звука $c=330$ м/с.

Сколько прошло времени для мальчика между двумя «гавками», которые он слышал. Получите точную формулу, затем упростите ее, считая, что $c \gg v, u$. Далее получите ответ, округлив его до десятых значений. (25 баллов)

Решение:

1. Первая команда послана в момент времени $t = 0$.

Начальное расстояние между мальчиком и собакой равно l_0

Запишем законы движения:

Мальчик: $x=vt$

Собака: $x= l_0+ut$

Звук: $x=ct$

2. Собака услышит первую команду в момент времени t_1 :

$$l_0+ut_1=ct_1, \text{ тогда } t_1= l_0/(c-u)$$

Координата собаки в этот момент времени будет:

$$x_1=ct_1=c l_0/(c-u)$$

3. Закон движения первого звука лая собаки:

$$x= x_1-c(t-t_1)=2 x_1-ct=2c l_0/(c-u) - ct$$

Мальчик услышит звука лая в момент времени t_2 :

$$2c l_0/(c-u)-c t_2=vt_2, \text{ тогда } t_2= 2cl_0/(c-u)(c+v)$$

4. Вторую команду мальчик крикнул спустя время τ .

В этот момент расстояние между мальчиком и собакой: $l_0 +(u-v)\tau$

Собака услышит вторую команду в момент времени t_3 :

$$(l_0 + (u-v)\tau) + ut_3 = ct_3, \text{ тогда } t_3 = (l_0 + (u-v)\tau)/(c-u)$$

Координата собаки в этот момент времени будет:

$$x_2 = ct_3 = c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u)$$

5. Закон движения второго звука лая собаки:

$$x = x_2 - c(t - t_3) = 2x_2 - ct = 2c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u) - ct$$

Так как $t = t_4 - \tau$, то мальчик услышит звука лая в момент времени t_4 :

$$2c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u) - c(t_4 - \tau) = v(t_4 - \tau),$$

Тогда мальчик услышит второй звука лая в момент времени t_4 :

$$t_4 = \tau + 2c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u)(c+v) = \\ = \tau + 2cl_0/(c-u)(c+v) + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v) = \tau + t_2 + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v)$$

Тогда искомое время:

$$\Delta t = t_4 - t_2 = \tau + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v)$$

6. Учитывая, что $c \gg v, u$, получаем, что $(c-u)(c+v) = c^2(1-u/c)(1+v/c) = c^2$

$$\text{Тогда } \Delta t = \tau + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v) \sim \tau + 2\tau(u-v)/c = 5,9\tau$$

Ответ: $\tau + 2\tau(u-v)/c = 5,9\tau$

Критерии:

1. Записаны основные законы движения - 3 балла
2. Проанализированы время звука первой команды и соответствующие координаты собаки - 3 балла
3. Проанализированы время звука первого лая собаки - 3 балла
4. Проанализированы время звука второй команды и соответствующие координаты собаки - 3 балла
5. Проанализированы время звука второго лая собаки - 3 балла
6. Получена точная формула между двумя «гавками», которые услышал мальчик Δt и посчитано время - 5 баллов
7. Сделано упрощение при $c \gg v, u$ - 5 баллов

4. Дима играет в Майнкрафт. Он решил сделать («скрафтить») рецепт тропического салата. Но он решил разработать свой рецепт («крафт»). Для крафта ему потребуется арбуз, морковь, яблоко и миска объемом 150 мл. Массы ингредиентов соотносятся в пропорции 3:6:5. Рассчитайте окончательную массу крафта.

Известно, что масса миски $m_0 = 30$ г, а плотности ингредиентов соответственно $\rho_1 = 0,8$ г/см³, $\rho_2 = 1,176$ г/см³ и $\rho_3 = 1,149$ г/см³. Ответ приведите в граммах и округлите до первого знака после запятой. (10 баллов)

Решение:

1 Арбуз составляет $1/12$ общей массы, морковь — $6/12=1/2$, яблоко — $5/12$.

2. Соответствующие объемы равны:

арбуз $V_a = 3M/12\rho_1$, морковь $V_m = M/2\rho_2$, яблоко $V_y = 5M/12\rho_3$,
где M — общая масса продуктов.

3. Таким образом, получаем суммарный объем

$$V = M/4\rho_1 + M/2\rho_2 + 5M/12\rho_3 = 150 \text{ мл}$$

$$M (1/4\rho_1 + 1/2\rho_2 + 5/12\rho_3) = 150 \text{ мл}$$

4. Тогда общая масса крафта:

$$M_k = 150 \text{ мл} / (1/4\rho_1 + 1/2\rho_2 + 5/12\rho_3) + 30 \text{ г} = 166 \text{ г}$$

Ответ: 166 г

Критерии:

1. Получены массы составляющих - 2 балла
2. Получены объемы составляющих - 2 балла
3. Получен суммарный объем через суммарную массу - 4 балла
4. Получена и рассчитана общая масса крафта - 2 балла

5. Новейшие морские ветряные турбины в Северном море имеют длину лопастей 107 м, а средняя скорость ветра $v=10$ м/с. Рассчитайте максимально возможную выходную мощность (P) такой турбины в МВт, если $P=0.296 \cdot \rho S v^3$, где S — площадь потока воздушных масс, с плотностью ρ , через лопасти турбины, а — неизвестная величина. Известно, что за 1 секунду через лопасти турбины проходит 442 тонны воздушной массы. Предполагать, что направление ветра перпендикулярно плоскости лопаток турбины. (30 баллов)



Решение:

1. Найдем площадь потока воздушных масс $S=\pi r^2$. Где $r=107$ м - длина лопастей.
2. Объем воздушных масс равен объему цилиндра с основанием S : $V=S*vt$.
3. Найдем плотность воздушных масс $\rho =m/V= m/ S*vt$.
4. В формуле для мощности $P=0.296*\rho S v^a$, найдем степень a :
По методу размерностей: $\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}^3=0.296*(\text{кг}/\text{м}^3)*\text{м}^2*\text{м}^a/\text{с}^a$. Из данного выражения, степени у секунд равны, то есть $a=3$.
5. Итоговое выражение для мощности:
 $P=0.296* (m/Svt)*S v^3=0.296*(m/t) v^2=13 \text{ МВт}$.

Ответ: 13 МВт

Критерии:

1. Найден объем воздушных масс - 5 баллов
2. Записана формула для плотности воздушных масс - 5 баллов
3. Найдем степень a в уравнении - 10 баллов
4. Получено конечное выражение и посчитана неизвестная величина - 5 баллов

Физика. 7 класс
Вариант 2

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Цифровые биты на аудио компакт-диске диаметром 12 см кодируются по спиралевидной траектории, которая начинается на радиусе $R_1=3,2$ см и заканчивается по радиусу $R_2=6,1$ см. Расстояние между центрами соседних спиральных витков равно $\Delta=1.5$ мкм. Для считывания информации проигрыватель компакт-дисков регулирует вращение диска таким образом, чтобы считывающий лазер проигрывателя двигался по спиральной траектории с постоянной скоростью около 80 минут. Оцените максимальную скорость при воспроизведении такого компакт-диска. (15 баллов)

Решение:

Рассчитаем длину спирального пути из общей площади внутри спиральной траектории. $S=\Delta l=\pi R_2^2 - \pi R_1^2$

Тогда длина: $l= (\pi R_2^2 - \pi R_1^2)/ \Delta= \pi(R_2^2 - R_1^2)/\Delta=5.646\text{км}$

Отсюда при равномерном движении считывающий лазер проигрывателя перемещается $v=l/t= 5646/4800=1.17$ м/с

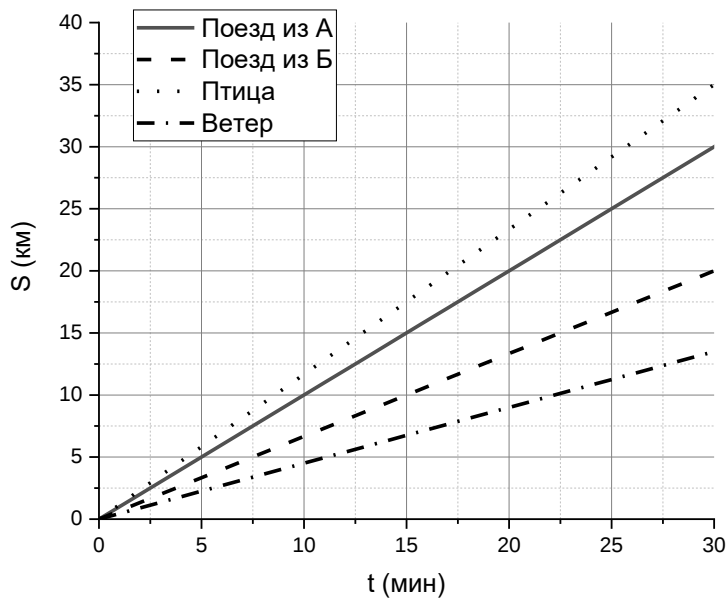
Ответ: 1.17 м/с

Критерии:

1. Записаны площади внутри спиральной траектории - 5 баллов
2. Получена формула длины спирального пути - 5 баллов
3. Получено и рассчитано конечное выражение - 5 баллов

2. Расстояние между станциями А и Б 100 км. В 12:00 поезд P_A отправляется из станции А и следует по железной дороге в сторону станции Б. В то же время поезд P_B стартует из Б и следует в сторону станции А. При запуске P_A птица летит вперед от P_A . Когда птица встречает P_B , она разворачивается и летит в сторону P_A .

В каком направлении дует ветер, если птица прилетела к поезду P_A в 12:57? Объясните решение. На рисунке показаны зависимости пути движения от времени, относительно железной дороги, для каждого участника движения первые 30 минут. Считать, что все участники движения перемещаются вдоль одной прямой, а поезд намного тяжелее, чем птица. (20 баллов)



Решение:

1. Пусть v_a – скорость П_А, v_b – скорость П_Б, v_p – скорость птицы в направлении пункта Б, v'_p – скорость птицы в направлении пункта А, v_v – скорость ветра.

Определим из графика скорости, учитывая, что птица летит по ветру и против ветра.

$$v_v = 27 \text{ км/ч}$$

$$v_a = 60 \text{ км/ч}$$

$$v_b = 40 \text{ км/ч}$$

$v_p = 70 \text{ км/ч} = v + v_v$ или $v - v_v$, в зависимости от направления ветра, где v – скорость птицы относительно воздуха.

$$1 \quad v'_p = v - v_v = 16 \text{ км/ч} \quad \text{или} \quad 2 \quad v'_p = v + v_v = 124 \text{ км/ч}$$

2. Единицы измерения расстояния — км, а время t для удобства переведем в минуты. Тогда:

$$\text{Смещение П}_B \text{ относительно пункта Б: } S_B = v_b t / 60.$$

$$\text{Расстояние от П}_B \text{ до пункта А: } S_A = AB - v_b t / 60.$$

$$\text{Смещение птицы относительно пункта А за это же время: } S_p = v_p t / 60.$$

$$3. \text{ Когда птица встречается с П}_B \quad S_p = S_A, \text{ то есть: } v_p t / 60 = AB - v_b t / 60.$$

$$\text{Получаем } t = 60 AB / (v_p + v_b) = 54,54 \text{ минут.}$$

$$\text{Тогда смещение птицы относительно пункта А: } S_p = v_p t / 60 = 63,63 \text{ км}$$

$$4. \text{ Когда птица летит назад, ее путь: } S'_p = v'_p t'$$

$$\text{Тогда путь пройденный П}_A \text{ за все время: } v_a (t + t') = S_p - v'_p t'$$

Находим время полета птицы назад:

$$2) \quad \text{при } v'_p = 16 \text{ км/ч: } t' = (S_p - v_a t / 60) * 60 / (v'_p + v_a) = 7.176 \text{ минут}$$

$$\text{или } 2) \text{ при } v'_p = 124 \text{ км/ч: } t' = 2,96 \text{ минут}$$

5. Тогда:

$$1 \quad t+t' = 54,54 \text{ минут} + 7,176 \text{ минут} = 61,7 \text{ минут}$$

$$2 \quad t+t' = 54,54 \text{ минут} + 2,96 \text{ минут} = 57 \text{ минут}$$
 Соответствует времени 12:57.

Видим, что время 12:57 соответствует движению ветра от Б к А.

Ответ: от Б к А.

Критерии:

1. Определены все скорости - 4 балла
2. Сделан вывод о наличии двух решений для двух направлений ветра - 5 баллов
3. Определено время движения птицы до Пб - 3 балла
4. Определено время обратного движения птицы до Па. (2 ответа) – 4 балла
5. Определено направление ветра - 4 балла

3. Мальчик бежит за своей собакой и кричит ей команду: «сидеть». Собака, услышав команду, не остановилась, а в ответ сразу же только гавкнула. Тогда мальчик, не останавливаясь, снова кричит ей команду: «стой», спустя 3 секунды после первой команды. Но собака в ответ опять сразу же только гавкнула. Скорость мальчика $v=8$ м/с. Скорость собаки $u=30$ м/с. Скорость звука $c=330$ м/с.

Сколько прошло времени для мальчика между двумя «гавками», которые он услышал. Получите точную формулу, затем упростите ее, считая, что $c \gg v, u$. Далее получите ответ, округлив его до десятых значений. (25 баллов)

Решение:

1. Первая команда послана в момент времени $t = 0$.

Начальное расстояние между мальчиком и собакой равно l_0

Запишем законы движения:

Мальчик: $x=vt$

Собака: $x=l_0+ut$

Звук: $x=ct$

2. Собака услышит первую команду в момент времени t_1 :

$$l_0+ut_1=ct_1, \text{ тогда } t_1=l_0/(c-u)$$

Координата собаки в этот момент времени будет:

$$x_1=ct_1=c l_0/(c-u)$$

3. Закон движения первого звука лая собаки:

$$x=x_1-c(t-t_1)=2 x_1-ct=2c l_0/(c-u) - ct$$

Мальчик услышит звука лая в момент времени t_2 :

$$2c l_0/(c-u)-c t_2=vt_2, \text{ тогда } t_2=2cl_0/(c-u)(c+v)$$

4. Вторую команду мальчик крикнул спустя время τ .

В этот момент расстояние между мальчиком и собакой: $l_0 + (u-v)\tau$

Собака услышит вторую команду в момент времени t_3 :

$$(l_0 + (u-v)\tau) + ut_3 = ct_3, \text{ тогда } t_3 = (l_0 + (u-v)\tau)/(c-u)$$

Координата собаки в этот момент времени будет:

$$x_2 = ct_3 = c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u)$$

5. Закон движения второго звука лая собаки:

$$x = x_2 - c(t - t_3) = 2x_2 - ct = 2c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u) - ct$$

Так как $t = t_4 - \tau$, то мальчик услышит звука лая в момент времени t_4 :

$$2c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u) - c(t_4 - \tau) = v(t_4 - \tau),$$

Тогда мальчик услышит второй звука лая в момент времени t_4 :

$$\begin{aligned} t_4 &= \tau + 2c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u)(c+v) = \\ &= \tau + 2cl_0/(c-u)(c+v) + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v) = \tau + t_2 + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v) \end{aligned}$$

Тогда искомое время:

$$\Delta t = t_4 - t_2 = \tau + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v)$$

6. Учитывая, что $c \gg v, u$, получаем, что $(c-u)(c+v) = c^2(1-u/c)(1+v/c) = c^2$

$$\text{Тогда } \Delta t = \tau + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v) \sim \tau + 2\tau(u-v)/c = 3,4\tau$$

Ответ: $\tau + 2\tau(u-v)/c = 3,4\tau$

Критерии:

1. Записаны основные законы движения - 3 балла
2. Проанализированы время звука первой команды и соответствующие координаты собаки - 3 балла
3. Проанализированы время звука первого лая собаки - 3 балла
4. Проанализированы время звука второй команды и соответствующие координаты собаки - 3 балла
5. Проанализированы время звука второго лая собаки - 3 балла
6. Получена точная формула между двумя «гавками», которые услышал мальчик Δt и посчитано время - 5 баллов
7. Сделано упрощение при $c \gg v, u$ - 5 баллов

4. Егор играет в Майнкрафт. Он решил сделать («скрафтить») рецепт тропического салата. Но он решил разработать свой рецепт («крафт»). Для крафта ему потребуется арбуз, морковка, яблоко и миска объемом 150 мл. Массы ингредиентов соотносятся в пропорции 4:2:3. Рассчитайте окончательную массу крафта.

Известно, что масса миски $m_0 = 30$ г, а плотности ингредиентов соответственно $\rho_1 = 0,8$ г/см³, $\rho_2 = 1,176$ г/см³ и $\rho_3 = 1,149$ г/см³.

Ответ приведите в граммах и округлите до первого знака после запятой.
(10 баллов)

Решение:

1. Арбуз составляет $4/9$ общей массы, морковь — $2/9$, яблоко — $3/9=1/3$.

2. Соответствующие объемы равны:

арбуз $V_a = 4M/9\rho_1$, морковь $V_m = 2M/9\rho_2$, яблоко $V_y = M/3\rho_3$,
где M — общая масса продуктов.

3. Таким образом, получаем суммарный объем

$$V = 4M/9\rho_1 + 2M/9\rho_2 + M/3\rho_3 = 150 \text{ мл}$$

$$M(4/9\rho_1 + 2/9\rho_2 + 1/3\rho_3) = 150 \text{ мл}$$

4. Тогда общая масса крафта:

$$M_k = 150 \text{ мл} / (4/9\rho_1 + 2/9\rho_2 + 1/3\rho_3) + 30 \text{ г} = 175 \text{ г}$$

Ответ: 175 г

Критерии:

1. Получены массы составляющих - 2 балла
2. Получены объемы составляющих - 2 балла
3. Получен суммарный объем через суммарную массу - 4 балла
4. Получена и рассчитана общая масса крафта - 2 балла

5. Новейшие морские ветряные турбины в Северном море имеют длину лопастей 102,5 м, а средняя скорость ветра $v=10$ м/с. Рассчитайте, сколько тонн воздушных масс проходит через турбину за 1 секунду. Максимально возможная выходная мощность (P) такой турбины $P=0.296 \cdot \rho S v^3 = 12 \text{ МВт}$, где S — площадь потока воздушных масс через лопасти турбины, ρ - плотность воздушных масс, a — неизвестная величина. Предполагать, что направление ветра перпендикулярно плоскости лопаток турбины. (30 баллов)



Решение:

1. Найдем площадь потока воздушных масс $S=\pi r^2$. Где $r=102,5$ м- длина лопастей
2. Объем воздушных масс равен объему цилиндра с основанием S : $V=S*vt$
3. Найдем плотность воздушных масс $\rho =m/V= m/ S*vt$
4. В формуле для мощности $P=0.296*\rho S v^a$, найдем степень a :
По методу размерностей: $\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}^3=0,296*(\text{кг}/\text{м}^3) * \text{м}^2*\text{м}^a/\text{с}^a$. Из данного выражения, степени у секунд равны, то есть $a=3$.
5. Итоговое выражение для максимально возможной выходной мощности:
 $P=0.296*\rho S v^3=0.296*(m/S*vt)*S v^3=0.296*(m/t)v^2 =12 \text{ МВт}$
Тогда $m=12 \text{ МВт}\cdot t/(0.296 *v^2)=405.4\text{т}$

Ответ: 405.4т

Критерии:

1. Найден объем воздушных масс - 5 баллов
2. Записана формула для плотности воздушных масс- 5 баллов
3. Найдем степень a в уравнении - 10 баллов
4. Получено конечное выражение и посчитана неизвестная величина - 5 баллов

Физика. 7 класс
Вариант 3

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Цифровые биты на аудио компакт-диске диаметром 12 см кодируются по спиралевидной траектории, которая начинается на радиусе $R_1=3,3$ см и заканчивается по радиусу $R_2=5,9$ см. Для считывания информации проигрыватель компакт-дисков регулирует вращение диска таким образом, чтобы считывающий лазер проигрывателя двигался по спиральной траектории с постоянной скоростью около 80 минут, а максимальная скорость при воспроизведении такого компакт-диска 1,1 м/с. Каково расстояние (Δ) в мкм между центрами соседних спиральных витков? (15 баллов)

Решение:

Рассчитаем длину спирального пути из общей площади внутри спиральной траектории. $S=\Delta l=\pi R_2^2 - \pi R_1^2$

$$\text{Тогда длина: } l = (\pi R_2^2 - \pi R_1^2) / \Delta = \pi(R_2^2 - R_1^2) / \Delta$$

Отсюда при равномерном движении считывающий лазер проигрывателя перемещается $l=vt=\pi(R_2^2 - R_1^2) / \Delta$, отсюда $\Delta=\pi(R_2^2 - R_1^2) / vt = 1,4$ мкм

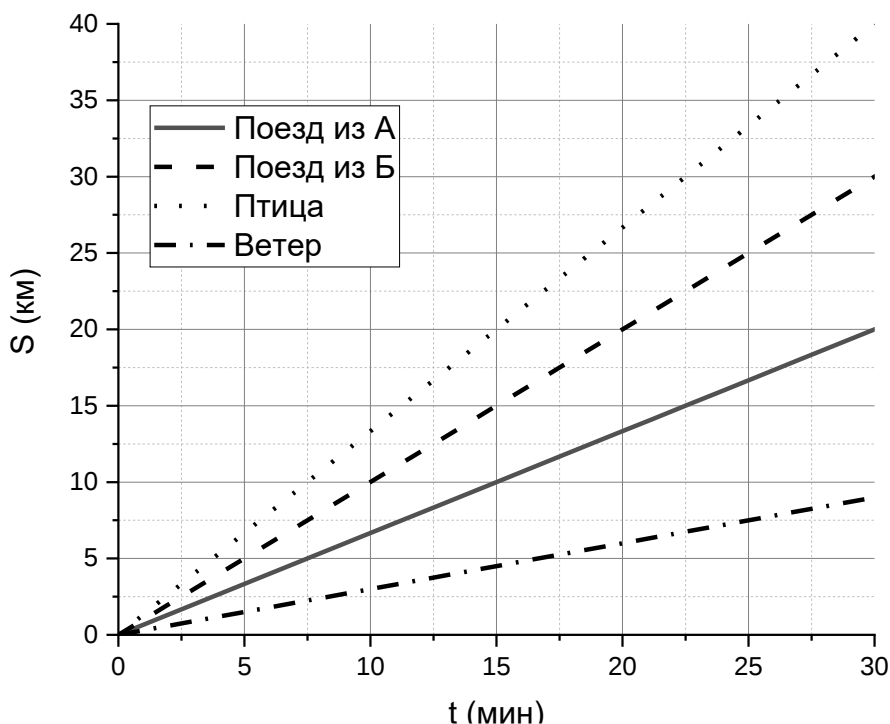
Ответ: 1,4 мкм

Критерии:

1. Записаны площади внутри спиральной траектории - 5 баллов
2. Получена формула длины спирального пути - 5 баллов
3. Получено и рассчитано конечное выражение - 5 баллов

2. Расстояние между станциями А и Б 100 км. В 12:00 поезд P_A отправляется из станции А и следует по железной дороге в сторону станции Б. В то же время поезд P_B стартует из Б и следует в сторону станции А. При запуске P_A птица летит вперед от P_A . Когда птица встречает P_B , она разворачивается и летит в сторону P_A .

Какое наступит время, когда птица снова встретит P_A ? На рисунке показаны зависимости пути движения от времени, относительно железной дороги, для каждого участника движения первые 30 минут. Считать, что все участники движения перемещаются вдоль одной прямой, а поезд намного тяжелее, чем птица. (20 баллов)



Решение:

1. Пусть v_a – скорость Π_A , v_b – скорость Π_B , v_{Π} – скорость птицы в направлении пункта Б, v'_{Π} – скорость птицы в направлении пункта А, v_v – скорость ветра.

Определим из графика скорости, учитывая, что птица летит по ветру и против ветра.

$$v_v = 18 \text{ км/ч}$$

$$v_a = 40 \text{ км/ч}$$

$$v_b = 60 \text{ км/ч}$$

$v_{\Pi} = 80 \text{ км/ч} = v + v_v$ или $v - v_v$, в зависимости от направления ветра, где v – скорость птицы относительно воздуха.

$$1 \ v'_{\Pi} = v - v_v = 44 \text{ км/ч} \text{ или } 2 \ v'_{\Pi} = v + v_v = 116 \text{ км/ч}$$

2. Единицы измерения расстояния — км, а время t для удобства переведем в минуты. Тогда:

$$\text{Смещение } \Pi_B \text{ относительно пункта Б: } S_B = v_b t / 60.$$

$$\text{Расстояние от } \Pi_B \text{ до пункта А: } S_A = AB - v_b t / 60.$$

$$\text{Смещение птицы относительно пункта А за это же время: } S_{\Pi} = v_{\Pi} * t / 60.$$

$$3. \text{ Когда птица встречается с } \Pi_B \ S_{\Pi} = S_A, \text{ то есть: } v_{\Pi} * t / 60 = AB - v_b t / 60.$$

$$\text{Получаем } t = 60 AB / (v_{\Pi} + v_b) = 42,857 \text{ минут.}$$

$$\text{Тогда смещение птицы относительно пункта А: } S_{\Pi} = v_{\Pi} * t / 60 = 57,14 \text{ км}$$

$$4. \text{ Когда птица летит назад, ее путь: } S'_{\Pi} = v'_{\Pi} * t'$$

$$\text{Тогда путь пройденный ПА за все время: } v_a (t+t') = S_{\Pi} - v'_{\Pi} * t'$$

Находим время полета птицы назад:

$$3) \text{ при } v'_{\Pi} = 34 \text{ км/ч: } t' = (S_{\Pi} - v_a t / 60) * 60 / (v'_{\Pi} + v_a) = 20.38 \text{ минут}$$

$$\text{или } 2) \text{ при } v'_{\Pi} = 106 \text{ км/ч: } t' = 11,5 \text{ минут}$$

5. Тогда:

$$1 \quad t+t' = 42,857 \text{ минут} + 20,38 \text{ минут} = 63,23 \text{ минут}$$

$$2 \quad t+t' = 42,857 \text{ минут} + 11,5 \text{ минут} = 54,35 \text{ минут}$$

Ответ: 13:03 или 12:31

Критерии:

1. Определены все скорости - 4 балла
2. Сделан вывод о наличии двух решений для двух направлений ветра – 5 баллов
3. Определено время движения птицы до Пб - 3 балла
4. Определено время обратного движения птицы до Па. (2 ответа) – 4 балла
5. Определено время (2 ответа) - 4 балла

3. Мальчик бежит за своей собакой и кричит ей команду: «сидеть». Собака, услышав команду, не остановилась, а в ответ сразу же только гавкнула. Тогда мальчик, не останавливаясь, снова кричит ей команду: «стой», спустя 2 секунды после первой команды. Но собака в ответ опять сразу же только гавкнула. Скорость мальчика $v=11$ м/с. Скорость собаки $u=35$ м/с. Скорость звука $c=330$ м/с.

Сколько прошло времени для мальчика между двумя «гавками», которые он услышал. Получите точную формулу, затем упростите ее, считая, что $c \gg v, u$. Далее получите ответ, округлив его до десятых значений. (25 баллов)

Решение:

1. Первая команда послана в момент времени $t = 0$.

Начальное расстояние между мальчиком и собакой равно l_0

Запишем законы движения:

Мальчик: $x=vt$

Собака: $x= l_0+ut$

Звук: $x=ct$

2. Собака услышит первую команду в момент времени t_1 :

$$l_0+ut_1=ct_1, \text{ тогда } t_1= l_0/(c-u)$$

Координата собаки в этот момент времени будет:

$$x_1=ct_1=c l_0/(c-u)$$

3. Закон движения первого звука лая собаки:

$$x= x_1-c(t-t_1) = 2 x_1-ct=2c l_0/(c-u) - ct$$

Мальчик услышит звука лая в момент времени t_2 :

$$2c l_0/(c-u)-c t_2=vt_2, \text{ тогда } t_2= 2cl_0/(c-u) (c+v)$$

4. Вторую команду мальчик крикнул спустя время τ .

В этот момент расстояние между мальчиком и собакой: $l_0 + (u-v)\tau$

Собака услышит вторую команду в момент времени t_3 :

$$(l_0 + (u-v)\tau) + ut_3 = ct_3, \text{ тогда } t_3 = (l_0 + (u-v)\tau)/(c-u)$$

Координата собаки в этот момент времени будет:

$$x_2 = ct_3 = c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u)$$

5. Закон движения второго звука лая собаки:

$$x = x_2 - c(t - t_3) = 2x_2 - ct = 2c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u) - ct$$

Так как $t = t_4 - \tau$, то мальчик услышит звука лая в момент времени t_4 :

$$2c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u) - c(t_4 - \tau) = v(t_4 - \tau),$$

Тогда мальчик услышит второй звука лая в момент времени t_4 :

$$t_4 = \tau + 2c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u)(c+v) = \\ = \tau + 2cl_0/(c-u)(c+v) + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v) = \tau + t_2 + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v)$$

Тогда искомое время:

$$\Delta t = t_4 - t_2 = \tau + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v)$$

6. Учитывая, что $c \gg v, u$, получаем, что $(c-u)(c+v) = c^2(1-u/c)(1+v/c) = c^2$

$$\text{Тогда } \Delta t = \tau + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v) \sim \tau + 2\tau(u-v)/c = 2,3\tau$$

Ответ: $\tau + 2\tau(u-v)/c = 2,3\tau$

Критерии:

1. Записаны основные законы движения - 3 балла
2. Проанализированы время звука первой команды и соответствующие координаты собаки - 3 балла
3. Проанализированы время звука первого лая собаки - 3 балла
4. Проанализированы время звука второй команды и соответствующие координаты собаки - 3 балла
5. Проанализированы время звука второго лая собаки - 3 балла
6. Получена точная формула между двумя «гавками», которые услышал мальчик Δt и посчитано время - 5 баллов
7. Сделано упрощение при $c \gg v, u$ - 5 баллов

4. Дима играет в Майнкрафт. Он решил сделать («скрафтить») рецепт тропического салата. Но он решил разработать свой рецепт («крафт»). Для крафта ему потребуется арбуз, морковка, яблоко и миска объемом 150 мл. Массы ингредиентов соотносятся в пропорции 2:6:8. Рассчитайте окончательную массу крафта. Известно, что масса миски $m_0 = 30$ г, а плотности ингредиентов соответственно $\rho_1 = 0,8$ г/см³, $\rho_2 = 1,176$ г/см³ и $\rho_3 = 1,149$ г/см³.

Ответ приведите в граммах и округлите до первого знака после запятой.
(10 баллов)

Решение:

1. Арбуз составляет $2/16=1/8$ общей массы, морковь — $6/16=3/8$, яблоко — $8/16=1/2$.

2. Соответствующие объемы равны:

арбуз $V_a = M/8\rho_1$, морковь $V_m = 3M/8\rho_2$, яблоко $V_y = M/2\rho_3$,
где M — общая масса продуктов.

3. Таким образом, получаем суммарный объем

$$V = M/8\rho_1 + 3M/8\rho_2 + M/2\rho_3 = 150 \text{ мл}$$

$$M (1/8\rho_1 + 3/8\rho_2 + 1/2\rho_3) = 150 \text{ мл}$$

Тогда общая масса крафта:

$$M_K = 150 \text{ мл} / (1/8\rho_1 + 3/8\rho_2 + 1/2\rho_3) + 30 \text{ г} = 195 \text{ г}$$

Ответ: 195 г

Критерии:

1. Получены массы составляющих - 2 балла
2. Получены объемы составляющих - 2 балла
3. Получен суммарный объем через суммарную массу - 4 балла
4. Получена и рассчитана общая масса крафта - 2 балла

5. Новейшие морские ветряные турбины в Северном море имеют длину лопастей 102,5 м. Максимально возможная выходная мощность (P) такой турбины $P = 0.296 \cdot \rho S v^3 = 14 \text{ МВт}$, где S — площадь потока воздушных масс через лопасти турбины, ρ — плотность воздушных масс. v — неизвестная величина. Известно, что 473 тонны воздушных масс проходит через турбину за 1 секунду. Какова средняя скорость ветра v ? Предполагать, что направление ветра перпендикулярно плоскости лопаток турбины. (30 баллов)



Решение:

1. Найдем площадь потока воздушных масс $S=\pi r^2$. Где $r=102,5$ м- длина лопастей

2. Объем воздушных масс равен объему цилиндра с основанием S : $V=Svt$

3. Найдем плотность воздушных масс $\rho =m/V= m/Svt$

4. В формуле для мощности $P=0.296*\rho S v^a$, найдем степень a :

По методу размерностей: $\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}^3=0,296*(\text{кг}/\text{м}^3) * \text{м}^2*\text{м}^a/\text{с}^a$. Из данного выражения, степени у секунд равны, то есть $a=3$.

5. Итоговое выражение для максимально возможной выходной мощности:
 $P=0.296*\rho S v^3=0.296*(m/S*vt)*S v^3=0.296*(m/t)v^2 =14 \text{ МВт}$

Тогда $v^2= 14 \text{ МВт}\cdot t/(0.296 *m) = 100$, отсюда $v=10 \text{ м/с}$.

Ответ: 10 м/с.

Критерии:

1. Найден объем воздушных масс - 5 баллов
2. Записана формула для плотности воздушных масс - 5 баллов
3. Найдем степень a в уравнении - 10 баллов
4. Получено конечное выражение и посчитана неизвестная величина - 5 баллов