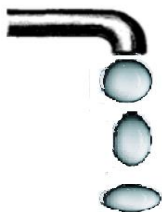


Физика. 9 класс. 1 вариант.

1. Капелька воды (19 баллов). Известно, что всякая система стремится



к минимуму энергии, поэтому даже малые деформации капли воды, отрывающейся от крана, приведут к тому, что силы поверхностного натяжения заставят каплю пульсировать. Для мелких капель влиянием g на циклическую частоту ω можно пренебречь по сравнению с влиянием сил поверхностного натяжения. Величина силы поверхностного натяжения пропорциональна коэффициенту поверхностного натяжения σ и длине l контура, ограничивающей поверхность: $F = \sigma l$. Таким образом, считайте, что частота пульсации зависит от величины поверхностного натяжения жидкости σ , плотности жидкости ρ и радиуса капли r . Оцените, как изменится период пульсации при увеличении радиуса капли в 2 раза.

Решение:

Запишем зависимость частоты пульсации как функцию $\omega = f(\sigma, \rho, r)$.

В нашем случае получаем:

$$\omega = A\sigma^\alpha \rho^\beta r^\gamma \quad (1)$$

Имеем четыре величины, имеющие следующие размерности:

$$[\omega] = \text{с}^{-1};$$

$$[\sigma] = \text{кг} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$[\rho] = \text{кг} \cdot \text{м}^{-3};$$

$$[r] = \text{м}.$$

$$\text{с}^{-1} = (\text{кг} \cdot \text{с}^{-2})^\alpha \cdot (\text{кг} \cdot \text{м}^{-3})^\beta \cdot \text{м}^\gamma \quad (2)$$

Получаем систему уравнений:

$$-2\alpha = -1 \quad (3)$$

$$\alpha + \beta = 0 \quad (4)$$

$$-3\beta + \gamma = 0 \quad (5)$$

Решая совместно (3), (4), (5) получаем:

$$\alpha = 1/2 \quad (6)$$

$$\beta = -\alpha = -1/2 \quad (7)$$

$$\gamma = 3\beta = -3/2 \quad (8)$$

$$\omega = A\sigma^{1/2}\rho^{-1/2}r^{-3/2} = A\sqrt{\frac{\sigma}{\rho r^3}} \quad (9)$$

$$\text{Вспомним, что } \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (10)$$

Воспользовавшись уравнениями (9) и (10), получаем, что

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{3/2} = 2,828 \quad (11)$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение (1)	1 балл
Записаны в явном или не явном виде размерности $[\omega]$, $[\sigma]$, $[\rho]$, $[r]$	2 балла По 0,5 балла за каждую величину
Записано уравнение (2)	2 балла
Записана система уравнений (3), (4), (5)	3 балла По 1 за каждое уравнение
Найдены значения α , β , γ	3 балла По 1 баллу за каждое значение
Получена в явном виде формула (9)	4 балла
Записана формула для циклической частоты и периода (10)	1 балл
Найдена формула для отношения периодов (11)	2 балла
Получен итоговый результат	1 балл
Итого:	19 баллов

2. Каникулы в деревне (18 баллов). Студент из СФУ ездил



на каникулы к бабушке. У бабушки во дворе находится колодец глубиной H . Студент зачерпнул полное ведро и стал его поднимать. Но, к сожалению, в днище ведра была дырка и в момент подъёма ведра на поверхность земли в ведре осталось $\gamma = 40\%$ от первоначального объёма воды. Определите, какое среднее усилие прикладывал студент к рукояти радиусом

$R=0,6$ м, если радиус ворота $r=10$ см, масса ведра 1,2 кг, объём ведра 12 литров.

Плотность воды 1000 кг/м^3 . Массой веревки пренебречь. Ускорение свободного падения $g=9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Решение:

Силы, приложенные к ведру T' и к вороту T , равны по третьему закону Ньютона:

$$T = T'. \quad (12)$$

По второму закону Ньютона:

$$(m_{\text{вд}} + m_{\text{в}})g = T', \quad (13)$$

где $m_{\text{вд}}$ – масса ведра, $m_{\text{в}}$ масса воды, которая меняется с течением времени линейно от $m_{0\text{в}} = \rho V$ до

$$m_{\text{в}} = \frac{\gamma}{100\%} m_{0\text{в}} = \frac{\gamma}{100\%} \rho V. \quad (14)$$

В начальный момент времени масса ведра и воды

$$m_1 = (m_{\text{вд}} + \rho V), \quad (15)$$

в конце

$$m_2 = \left(m_{\text{вд}} + \frac{\gamma}{100\%} \rho V \right) \quad (16)$$

Работа по подъёму ведра с водой составляет:

$$A = \frac{m_1 + m_2}{2} gH = \left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%} \right) \frac{\rho V}{2} \right) gH. \quad (17)$$

Работа, которую совершает человек:

$$A = M\varphi = FR \frac{H}{\pi d} \cdot 2\pi = FR \frac{H}{r}. \quad (18)$$

Тогда

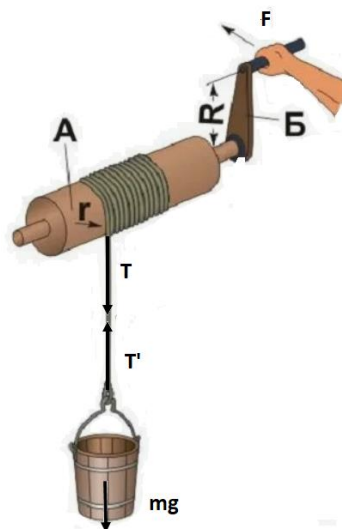
$$\left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%} \right) \frac{\rho V}{2} \right) gH = FR \frac{H}{r} \quad (19)$$

Средняя сила, развиваемая студентом при подъёме ведра:

$$F = \frac{\left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%} \right) \frac{\rho V}{2} \right) gr}{R} \quad (20)$$

Подставим значения;

$$F = \frac{(1,2 + (1 + 0,4)6)9,8 \cdot 0,1}{0,6} = 15,68 \text{ Н}. \quad (21)$$



Примечание; задачу можно решать и через моменты сил, предварительно усреднив силу натяжения каната, так как сила натяжения меняется линейно от начальной массы до конечной:

$$T_{\text{ср}} = \left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%} \right) \frac{\rho V}{2} \right) g \quad (22)$$

Тогда по моментам сил:

$$FR = T_{\text{ср}} r. \quad (23)$$

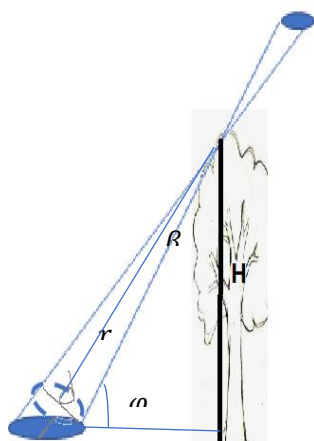
В результате получим ту же формулу.

Критерий	Баллы
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение (17)	3 балла
Записано уравнение (18)	3 балла
Сделан вывод уравнения (20)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	
2 способ	
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл

Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение для моментов сил (23)	3 балла
Указано в явном виде, что силу натяжения можно усреднить	1 балл
Записано уравнение (22)	2 балла
Сделан вывод уравнения (20)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	18 баллов

3. Угловой размер Солнца (9 баллов). В июне высота Солнца над поверхностью Земли в Красноярске составляет $\varphi = 57^\circ$. а маленькие отверстия в листьях дают светлые пятна в виде эллипсов. Высота дерева $H=10$ м, если на поверхности Земли образуются эллипсы, самые большие из которых имеют размер большой полуоси $a=13,2$ см. Оцените угловой размер Солнца.

Решение:

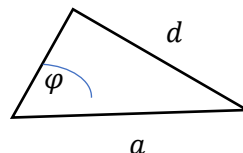
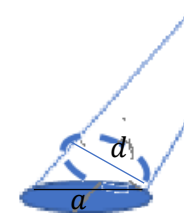


Отверстия в листьях играют роль камеры-обскуры. Эллипсы на поверхности образуются из-за проекции солнечного круга диаметра d на землю.

Расстояние от вершины дерева до круглого пятна

$$r = \frac{H}{\sin \varphi}. \quad (24)$$

Диаметр светового круга, он же равен



меньшей полуоси пятна с одной стороны, с учетом малости угла равен:

$$d = 2r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \approx r\beta = \frac{H}{\sin \varphi} \beta. \quad (25)$$

С другой стороны:

$$d = a \sin \varphi \quad (26)$$

Получаем:

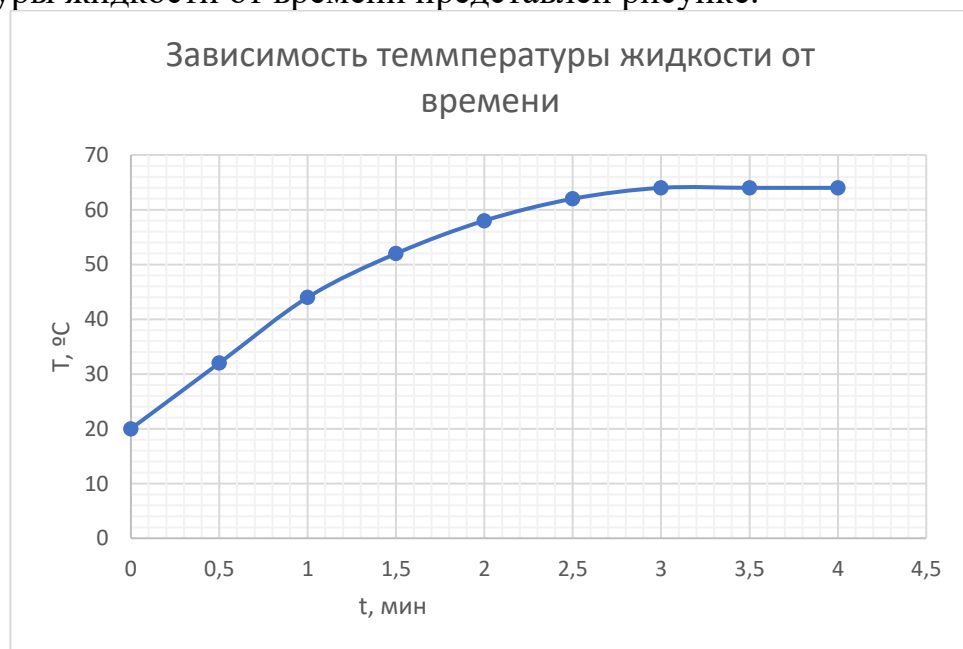
$$\frac{H}{\sin \varphi} \beta = a \sin \varphi . \quad (27)$$

Отсюда:

$$\beta = \frac{a(\sin \varphi)^2}{H} = 9,28 \cdot 10^{-3} \text{ рад.} \quad (28)$$

Критерий	Баллы
Сделан рисунок образования эллипсов	3 балла
Записано уравнение (24)	1 балл
Уравнение (25)	1 балл
Уравнение (26)	1 балл
Получена формула (28)	2 балла
Получено значение	1 балл
Итого	9 баллов

4. Жидкость в стакане (25 баллов). В стакане на плитке греется жидкость. Мощность плитки составляет $P_0 = 1200$ Вт. График зависимости температуры жидкости от времени представлен рисунке.



Определите для момента времени $t = 2$ мин долю потери энергии. Обязательно вложите график с необходимыми построениями в работу. А также рассчитайте массу жидкости, если удельная теплоёмкость составляет 2400 Дж/(кг·град). Теплоёмкостью сосуда пренебречь.

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса:

$$P_{\Delta}t = Cm\Delta T + \alpha(T - T_0)\Delta t, \quad (29)$$

где $P_{\Delta}t$ – подводимая энергия для нагрева,

$Cm\Delta T$ - количество теплоты, идущее на нагрев жидкости,

$\alpha(T - T_0)\Delta t$ - потери энергии.

Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева:

$$P_H = cm \frac{\Delta T}{\Delta t} = cm k \quad (30)$$

Поскольку на начальном этапе потери не существенны, то график линейный.

В этот момент времени угловой коэффициент равен:

$$k_0 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_0 = \frac{40}{1,5} \text{ град/мин.} \quad (31)$$

В момент времени $t=2$ минуты угловой коэффициент равен:

$$\text{графика } k_1 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_2 = \frac{12}{1,0} \text{ град/мин.} \quad (32)$$

Отношение мощностей, идущих на нагрев в начальный момент времени и в момент времени $t=2$ минуты равно:

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{k_0}{k_1} = \frac{40}{1,5} \frac{1,0}{12} = \frac{10}{4,5} \quad (33)$$

$$P_1 = 0,45P_0.$$

Значит мощность потерь в этот момент времени составляет:

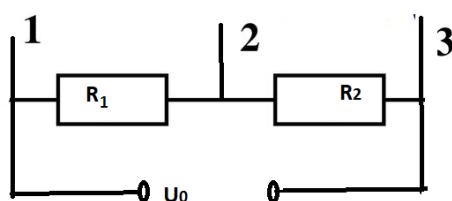
$$P_{\pi} = P_0 - P_1 = 0,55P_0 \quad (34)$$

Найдем массу жидкости, предварительно переведя начальный коэффициент в $k_0 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_0 = \frac{40}{90} \text{ град/секунду:}$

$$m = \frac{P_0}{c k_0} = 1,125 \text{ кг} \quad (35)$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение теплового баланса (29)	2 балла
В уравнении (29) описан каждый член	3 балла (по 1 баллу за каждый комментарий)
На графике указаны касательные в начальный момент времени и в момент времени 2 минуты	2 балла
Указано, Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева	1 балл
Записана формула для мощности нагрева (30)	2 балла
Указано, что на начальном этапе потери не существенны, то график линейный	2 балла
Показано как найти угловой коэффициент $k_0 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right _0$	1 балл
Найдено значение k_0	1 балл
Показано как найти угловой коэффициент $k_1 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right _2$	1 балл
Найдено значение k_1	1 балл
Записано уравнение (33)	2 балла
Найдена доля потерь в момент 2 минуты	3 балла
Коэффициент k_0 переведен в град/с	1 балл
Записана формула для расчета массы (35)	2 балла
Обоснованно Найдено значение массы	1 балл
Итого	25 баллов

5. Бельчонок и вольтметр (29 баллов). У Бельчонка сломался вольтметр.



«Не беда» - подумал он и сделал его из амперметра и последовательно присоединённого к нему сопротивления $R=10$ Ом. В качестве шкалы напряжений приклеил на прибор шкалу, равную произведению силы тока, текущего через амперметр на сопротивление R . Бельчонок решил проверить свой прибор, представленный на схеме. При подключении к контактам 1,2 и к контактам 2,3 прибор показал $U_{1,2} = U_{2,3}$, а при подключении к контактам 1, 3 $U_{1,3} = 30$ В Известно, что источник напряжения выдает $U_0 = 36$ В.

- 1) Определите сопротивление амперметра R_A , и сопротивления схемы R_1, R_2 .
- 2) Что показывал прибор при подключении к контактам 1,2.

Решение:

Поскольку $U_{1,2}$ и $U_{2,3}$ равны, то и $R_1 = R_2$.

Обозначим $U_{1,2}^d$ и $U_{1,3}^d$ как действительные напряжения при подключениях к контактам 1,2 и 1,3.

При подключении к контактам 1,3 схема представлена на рисунке, действительное падение

напряжения будет $U_{1,3}^d = I'_A(R_A + R) = \frac{U_{1,3}}{R}(R_A + R) = U_{1,3} \left(1 + \frac{R_A}{R}\right) = U_0$ (36)

и оно же равно U_0 .

Видно, что действительное напряжение $U_{1,3}^d$ не равно тому, что показывает собственный вольтметр Бельчонка.

Определим сопротивлением амперметра:

$$R_A = R \left(\frac{U_0}{U_{1,3}} - 1 \right) = 2 \text{ Ом.} \quad (37)$$

Ток бегущий по верхней ветке:

$$I'_A = \frac{U_{1,3}}{R} = 3 \text{ А} \quad (38)$$

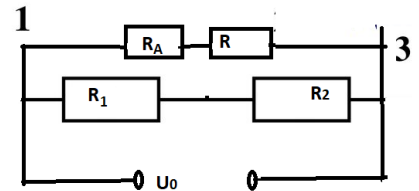
Найдём полную силу тока бегущую через всю цепь из соотношения:

$$\frac{I'_A}{I_{R_1}} = \frac{I'_A}{I_0 - I'_A} = \frac{R_A + R}{2R_1} \quad (38)$$

$$I_0 = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1 \right) I'_A = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1 \right) \frac{U_{1,3}}{R} \quad (39)$$

С другой стороны, полная сила тока в цепи:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_{1,3}} = \frac{U_0 (2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} \quad (40)$$

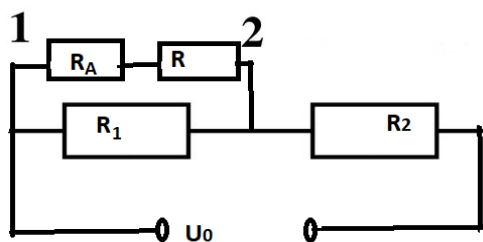


$$\frac{U_0 (2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} = \left(\frac{2R_1 + R_A + R}{R_A + R} \right) \frac{U_{1,3}}{R}$$

$$\frac{U_0}{2R_1(R_A + R)} = \left(\frac{1}{R_A + R} \right) \frac{U_{1,3}}{R}$$

$$R_1 = \frac{U_0 R(R_A + R)}{2U_{1,3}(R_A + R)} = \frac{36 \cdot 10 \cdot 12}{2 \cdot 30 \cdot 12} = 6 \text{ Ом} \quad (41)$$

С другой стороны



При подключении к контактам 1,2 (схема представлена на рисунке:

$$R_{1,2} = \frac{(R_A + R)R_1}{R_A + R + R_1} = 4 \text{ Ом} \quad (41)$$

Падение напряжения в этом случае:

$$U_{1,2}^d = \frac{U_0 R_{1,2}}{R_{1,2} + R} = 14,4 \text{ В.} \quad (42)$$

С другой стороны, по верхнему участку цепи, действительное напряжение будет равно;

$$U_{1,2}^d = I_A (R_A + R) = \frac{U_{1,2}}{R} (R_A + R). \quad (43)$$

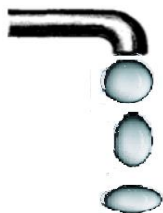
Видно, что вольтметр Бельчонка показывает:

$$U_{1,2} = R \frac{U_{1,2}^d}{(R_A + R)} = 12 \text{ В} \quad (44)$$

Критерий	Баллы
Указано, что $R_1 = R_2$, так как и $U_{2,3} = U_{1,2}$	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,2	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,3	2 балла
Указано, что амперметр не идеальный, так как действительное напряжение и напряжение показанное на вольтметре при подключении к контактам 1, 3 не равны	1 балл

Записано уравнение (36)	2 балла
Записана формула (37)	2 балла
Найдено значение сопротивления амперметра	2 балла
Записаны уравнения для поиска сопротивления R_1	6 баллов
Получена формула для расчета R_1	2 балла
Найдено значение $R_1 = R_2$	1 балл
Выведена формула для расчета действительного напряжения $U_{1,3}^d$	3 балла
Выведена формула для расчета того, что показывал вольтметр $U_{1,2}$	3 балла
Найдено значение $U_{1,2}$	1 балл
Итого	29 баллов

Физика. 9 класс. 2 вариант.



1. Капелька металла (19 баллов). Известно, что всякая система стремится к минимуму энергии, поэтому даже малые деформации капли расплавленного металла, отрывающейся от эталонного отверстия, например, крана, приведут к тому, что силы поверхностного натяжения заставят каплю пульсировать. Для мелких капель влиянием g на циклическую частоту ω можно пренебречь по сравнению с влиянием сил поверхностного натяжения. Величина силы поверхностного натяжения пропорциональна коэффициенту поверхностного натяжения σ и длине l контура, ограничивающей поверхность: $F = \sigma l$. Таким образом, считайте, что частота пульсации зависит от величины поверхностного натяжения жидкости σ , плотности жидкости ρ и радиуса капли r . Оцените, как изменится частота пульсации капли металла при замене алюминия с $\sigma_1 = 660$ мН/м, $\rho_1 = 2,37$ г / см³ на ртуть с $\sigma_2 = 485$ мН/м, $\rho_2 = 13,6$ г / см³. Радиус капель считайте одинаковыми.

Решение:

Запишем зависимость частоты пульсации как функцию $\omega = f(\sigma, \rho, r)$.

В нашем случае получаем:

$$\omega = A\sigma^\alpha \rho^\beta r^\gamma \quad (1)$$

Имеем четыре величины, имеющие следующие размерности:

$$[\omega] = \text{с}^{-1};$$

$$[\sigma] = \text{кг} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$[\rho] = \text{кг} \cdot \text{м}^{-3};$$

$$[r] = \text{м}.$$

$$\text{с}^{-1} = (\text{кг} \cdot \text{с}^{-2})^\alpha \cdot (\text{кг} \cdot \text{м}^{-3})^\beta \cdot \text{м}^\gamma \quad (2)$$

Получаем систему уравнений:

$$-2\alpha = -1 \quad (3)$$

$$\alpha + \beta = 0 \quad (4)$$

$$-3\beta + \gamma = 0 \quad (5)$$

Решая совместно (3), (4), (5) получаем:

$$\alpha = 1/2 \quad (6)$$

$$\beta = -\alpha = -1/2 \quad (7)$$

$$\gamma = 3\beta = -3/2 \quad (8)$$

$$\omega = A\sigma^{1/2}\rho^{-1/2}r^{-3/2} = A\sqrt{\frac{\sigma}{\rho r^3}} \quad (9)$$

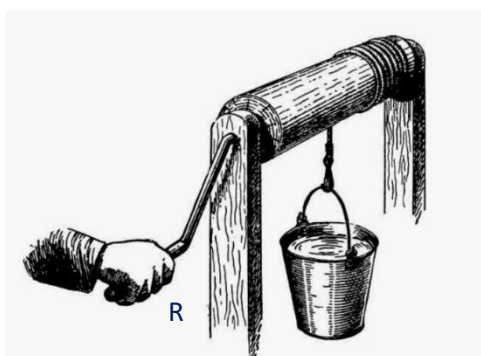
$$B \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{\sigma_2 \rho_1}{\rho_2 \sigma_1}} \quad (10)$$

Воспользовавшись уравнениями (9) и (10), получаем, что

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 0,358 \quad (11)$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение (1)	1 балл
Записаны в явном или не явном виде размерности $[\omega]$, $[\sigma]$ $[\rho]$, $[r]$	2 балла По 0,5 балла за каждую величину
Записано уравнение (2)	2 балла
Записана система уравнений (3), (4), (5)	3 балла По 1 за каждое уравнение
Найдены значения α , β , γ	3 балла По 1 баллу за каждое значение
Получена в явном виде формула (9)	4 балла
Записана отношения частот (10)	3 балл
Получен итоговый результат	1 балл
Итого:	19 баллов

3. Каникулы в деревне (18 баллов). Студент из СФУ ездил на каникулы



к бабушке. У бабушки во дворе находится колодец глубиной H . Студент зачерпнул полное ведро и стал его поднимать. Но, к сожалению, в днище ведра была дырка и в момент подъёма ведра на поверхность земли в ведре осталось $\gamma = 50\%$ от первоначального объёма воды. Определите какое среднее усилие прикладывал студент к рукояти радиусом $R=0,6$ м, если радиус ворота $r=10$ см, масса ведра $1,2$ кг, объём

ведра 10 литров. Плотность воды 100 кг/м^3 . Массой веревки пренебречь. Ускорение свободного падения $g=9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Решение:

Силы, приложенные к ведру T' и к вороту T , равны по третьему закону Ньютона:

$$T = T'. \quad (12)$$

По второму закону Ньютона:

$$(m_{\text{вд}} + m_{\text{в}})g = T', \quad (13)$$

где $m_{\text{вд}}$ – масса ведра, $m_{\text{в}}$ масса воды, которая меняется с течением времени линейно от $m_{0\text{в}} = \rho V$ до

$$m_{\text{в}} = \frac{\gamma}{100\%} m_{0\text{в}} = \frac{\gamma}{100\%} \rho V. \quad (14)$$

В начальный момент времени масса ведра и воды

$$m_1 = (m_{\text{вд}} + \rho V), \quad (15)$$

в конце

$$m_2 = \left(m_{\text{вд}} + \frac{\gamma}{100\%} \rho V\right) \quad (16)$$

Работа по подъёму ведра с водой составляет:

$$A = \frac{m_1 + m_2}{2} gH = \left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right) \frac{\rho V}{2}\right) gH. \quad (17)$$

Работа, которую совершает человек:

$$A = M\varphi = FR \frac{H}{\pi d} \cdot 2\pi = FR \frac{H}{r}. \quad (18)$$

Тогда

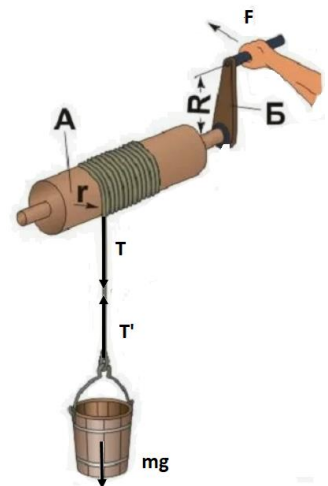
$$\left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right) \frac{\rho V}{2}\right) gH = FR \frac{H}{r} \quad (19)$$

Средняя сила, развиваемая студентом при подъёме ведра:

$$F = \frac{\left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right) \frac{\rho V}{2}\right) gr}{R} \quad (20)$$

Подставим значения;

$$F = \frac{(1,2 + (1 + 0,5)5)9,8 \cdot 0,1}{0,6} = 14,21 \text{ Н}. \quad (21)$$



$$T_{\text{ср}} = \left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%} \right) \frac{\rho V}{2} \right) g \quad (22)$$

Тогда по моментам сил:

$$FR = T_{\text{ср}} r. \quad (23)$$

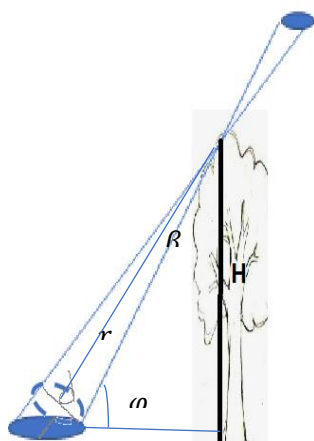
В результате получим ту же формулу.

Критерий	Баллы
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение (17)	3 балла
Записано уравнение (18)	3 балла
Сделан вывод уравнения (20)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	
2 способ	
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл

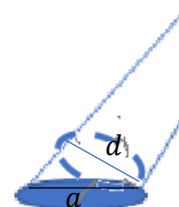
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение для моментов сил (23)	3 балла
Указано в явном виде, что силу натяжения можно усреднить	1 балл
Записано уравнение (22)	2 балла
Сделан вывод уравнения (20)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	18 баллов

3. Угловой размер Солнца (9 баллов). В июне высота Солнца над поверхностью Земли в Абакане составляет $\varphi = 67^\circ$. Угловой размер Солнца $\beta = 9,28 \cdot 10^{-3}$ рад. От маленьких отверстий в листьях березы высотой $H=30$ м образуются светлые пятна в виде эллипсов. Оцените величины большой и малой полуосей больших эллипсов.

Решение:



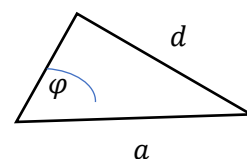
Отверстия в листьях играют роль камеры-обскуры. Эллипсы на поверхности образуются из-за проекции солнечного круга диаметра d на землю.



Расстояние от вершины дерева до круглого пятна

$$r = \frac{H}{\sin \varphi}. \quad (24)$$

Диаметр светового круга, он же



равен меньшей полуоси пятна с одной стороны, с учетом малости угла равен:

$$d = 2r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \approx r\beta = \frac{H}{\sin \varphi} \beta = 0,302 \text{ м} \quad (25)$$

С другой стороны:

$$d = a \sin \varphi \quad (26)$$

Получаем большую полуось:

$$a = \frac{d}{\sin \varphi}. \quad (27)$$

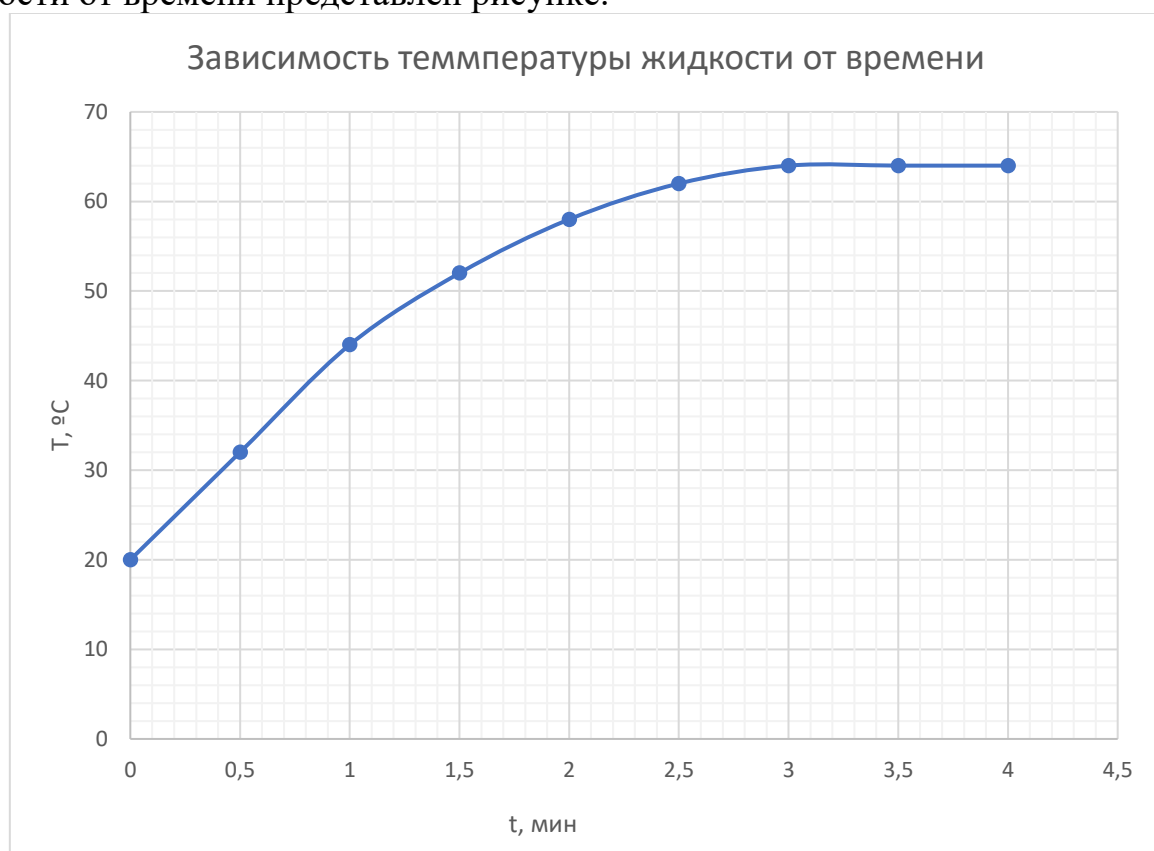
Отсюда:

$$a = 0,329 \text{ м.}$$

(28)

Критерий	Баллы
Сделан рисунок образования эллипсов	3 балла
Записано уравнение (24)	1 балл
Уравнение (25)	1 балл
Уравнение (26)	1 балл
Получена формула (27)	2 балла
Получены значения, по 0,5 балла за каждое	1 балл
Итого	9 баллов

4. Жидкость в стакане (25 баллов). В стакане на плитке греется жидкость. Мощность плитки составляет $P_0 = 1000 \text{ Вт}$. График зависимости температуры жидкости от времени представлен рисунке.



Определите для момента времени $t = 2,5 \text{ мин}$ долю потери энергии.

А также рассчитайте массу жидкости, если удельная теплоёмкость составляет $2400 \text{ Дж/(кг·град)}$. Теплоёмкостью сосуда пренебечь.

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса:

$$P_{\Delta}t = Cm\Delta T + \alpha(T - T_0)\Delta t, \quad (29)$$

где $P_{\Delta}t$ – подводимая энергия для нагрева,

$Cm\Delta T$ - количество теплоты, идущее на нагрев жидкости,

$\alpha(T - T_0)\Delta t$ - потери энергии.

Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева

$$P_H = cm \frac{\Delta T}{\Delta t} = cm k \quad (30)$$

Поскольку на начальном этапе потери не существенны, то график линейный.

В этот момент времени угловой коэффициент равен:

$$k_0 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_0 = \frac{40}{1,5} \text{ град/мин.} \quad (31)$$

В момент времени $t=2$ минуты угловой коэффициент равен:

$$\text{графика } k_1 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_{2,6} = \frac{28}{3,5} = 8 \text{ град/мин.} \quad (32)$$

Отношение мощностей, идущих на нагрев в начальный момент времени и в момент времени $t=2$ минуты равно:

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{k_0}{k_1} = \frac{40}{1,5 \cdot 8} = \frac{10}{3} \quad (33)$$

$$P_1 = 0,3P_0$$

Значит мощность потерь в этот момент времени составляет:

$$P_{\pi} = 0,7P_0 \quad (34)$$

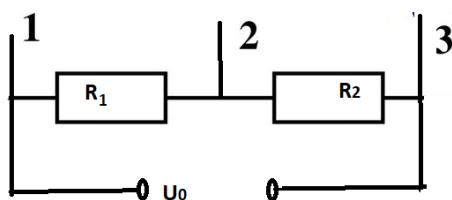
Найдем массу жидкости, предварительно переведя начальный коэффициент в

$$k_0 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_0 = \frac{40}{90} \text{ град/секунду}$$

$$m = \frac{P_0}{c k_0} = 0,9375 \text{ кг} \quad (35)$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение теплового баланса (29)	2 балла
В уравнении (29) описан каждый член	3 (по 1 баллу за каждый комментарий)
На графике указаны касательные в начальный момент времени и в момент времени 2 минуты	2 балла
Указано, Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева	1 балл
Записана формула для мощности нагрева (30)	2 балла
Указано, что на начальном этапе потери не существенны, то график линейный	2 балла
Показано как найти угловой коэффициент $k_0 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right _0$	1 балл
Найдено значение k_0	1 балл
Показано как найти угловой коэффициент $k_1 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right _2$	1 балл
Найдено значение k_1	1 балл
Записано уравнение (33)	2 балла
Найдена доля потерь в момент 2 минуты	3 балла
Коэффициент k_0 переведен в град/с	1 балл
Записана формула для расчета массы (35)	2 балла
Обоснованно Найдено значение массы	1 балл
Итого	25 баллов

5. Бельчонок и вольтметр (29 баллов). У бельчонка сломался вольтметр.



«Не беда» - подумал он и сделал его из амперметра и последовательно присоединённого к нему сопротивления $R=14$ Ом. В качестве шкалы напряжений приклеил на прибор шкалу, равную произведению силы тока, текущего через амперметр на сопротивление R . Бельчонок решил

проверить свой прибор, представленный на схеме. При подключении к контактам 1,2 и к контактам 2,3 прибор показал $U_{1,2} = U_{2,3}$, а при подключении к контактам 1, 3 $U_{1,3} = 42$ В. Известно, что источник напряжения выдает $U_0 = 48$ В.

1) Определите сопротивления амперметра R_A и сопротивления схемы R_1 и R_2 ;

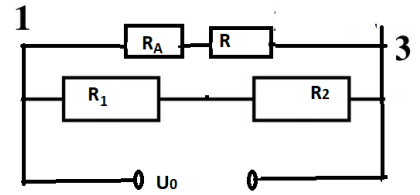
2) Что показывал прибор при подключении к контактам 1,2.

Решение:

Поскольку $U_{1,2}$ и $U_{2,3}$ равны, то и $R_1 = R_2$.

Обозначим $U_{1,2}^d$ и $U_{1,3}^d$ как действительные напряжения при подключениях к контактам 1,2 и 1,3.

При подключении к контактам 1,3 схема представлена на рисунке, действительное падение напряжения будет



$$U_{1,3}^d = I'_A (R_A + R) = \frac{U_{1,3}}{R} (R_A + R) = U_{1,3} \left(1 + \frac{R_A}{R} \right) = U_0 \quad (36)$$

и оно же равно U_0 .

Видно, что действительное напряжение $U_{1,3}^d$ не равно тому, что показывает собственный вольтметр Бельчонка, т.к. амперметр не идеальный.

Определим сопротивлением амперметра:

$$R_A = R \left(\frac{U_0}{U_{1,3}} - 1 \right) = 2 \text{ Ом}. \quad (37)$$

Ток, бегущий по верхней ветке:

$$I'_A = \frac{U_{1,3}}{R} = 3 \text{ А} \quad (38)$$

Найдём полную силу тока, бегущую через всю цепь из соотношения:

$$\frac{I'_A}{I_{R_1}} = \frac{I'_A}{I_0 - I'_A} = \frac{R_A + R}{2R_1} \quad (39)$$

$$I_0 = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1 \right) I'_A = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1 \right) \frac{U_{1,3}}{R} \quad (40)$$

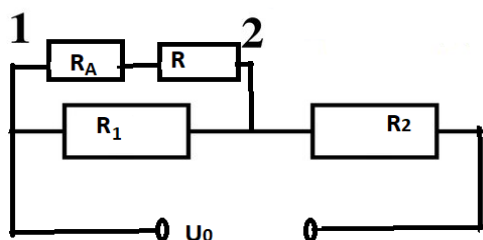
С другой стороны, полная сила тока между контактами через

$$I_0 = \frac{U_0}{R_{1,3}} = \frac{U_0 (2R_1 + R_A + R)}{2R_1 (R_A + R)} \quad (41)$$

$$\frac{U_0 (2R_1 + R_A + R)}{2R_1 (R_A + R)} = \left(\frac{2R_1 + R_A + R}{R_A + R} \right) \frac{U_{1,3}}{R}$$

$$\frac{U_0}{2R_1 (R_A + R)} = \left(\frac{1}{R_A + R} \right) \frac{U_{1,3}}{R}$$

$$R_1 = \frac{U_0 R (R_A + R)}{2U_{1,3} (R_A + R)} = \frac{48 \cdot 14 \cdot 16}{2 \cdot 42 \cdot 16} = 8 \text{ Ом} \quad (42)$$



Рассмотрим подключение к контактам 1,2
(схема представлена на рисунке).

Сопротивление $R_{1,2}$:

$$R_{1,2} = \frac{(R_A + R)R_1}{R_A + R + R_1} = 5,33 \text{ Ом} \quad (43)$$

Действительное напряжение падение напряжения в этом случае:

$$U_{1,2}^d = \frac{U_0 R_{1,2}}{R_{1,2} + R_1} = 19,1 \text{ В.} \quad (44)$$

С другой стороны, действительное напряжение будет равно

$$U_{1,2}^d = I_A (R_A + R) = \frac{U_{1,2}}{R} (R_A + R). \quad (45)$$

Видно, что падение напряжение на вольтметре Бельчонка равно:

$$U_{1,2} = R \frac{U_{1,2}^d}{(R_A + R)} = 16,7 \text{ В} \quad (46)$$

Критерий	Баллы
Указано, что $R_1 = R_2$, так как и $U_{2,3} = U_{1,2}$	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,2	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,3	2 балла
Указано, что амперметр не идеальный, так как действительное напряжение и напряжение, показанное на вольтметре, при подключении к контактам 1, 3 не равны	1 балл
Записано уравнение 36	2 балла
Записана формула 37	2 балла
Найдено значение сопротивления амперметра	2 балла
Записаны уравнения для поиска сопротивления R_1	6 баллов
Получена формула для расчета R_1	2 балла
Найдено значение R_1	1 балл
Выведена формула для расчета действительно напряжения $U_{1,3}^d$	3 балла
Выведена формула для расчета того, что показывал вольтметр $U_{1,2}$	3 балла
Найдено значение $U_{1,2}$	1 балл
Итого	29 баллов

Физика. 9 класс. 3 вариант.

1. Капелька металла (19 баллов). Известно, что всякая система стремится к минимуму энергии, поэтому даже малые деформации капли органического вещества, отрывающейся от эталонного отверстия, например, крана, приведут к тому, что силы поверхностного натяжения заставят каплю пульсировать. Для мелких капель влиянием g на циклическую частоту ω можно пренебречь по сравнению с влиянием сил поверхностного натяжения. Таким образом, считайте, что частота пульсации зависит от величины поверхностного натяжения жидкости σ , плотности жидкости ρ и радиуса капли r . Оцените, как изменится частота пульсации капли при замене касторового масла с $\sigma_1 = 39,0$ мН/м, $\rho_1 = 0,959$ г / см³ на диэтиленгликоль с $\sigma_2 = 44,7$ Н/м, $\rho_2 = 1,11$ г / см³. Радиус капель считайте одинаковыми.



Решение:

Запишем зависимость частоты пульсации как функцию $\omega = f(\sigma, \rho, r)$.

В нашем случае получаем:

$$\omega = A\sigma^\alpha \rho^\beta r^\gamma \quad (1)$$

Имеем четыре величины, имеющие следующие размерности:

$$[\omega] = \text{с}^{-1};$$

$$[\sigma] = \text{кг} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$[\rho] = \text{кг} \cdot \text{м}^{-3};$$

$$[r] = \text{м}.$$

$$\text{с}^{-1} = (\text{кг} \cdot \text{с}^{-2})^\alpha \cdot (\text{кг} \cdot \text{м}^{-3})^\beta \cdot \text{м}^\gamma \quad (2)$$

Получаем систему уравнений:

$$-2\alpha = -1 \quad (3)$$

$$\alpha + \beta = 0 \quad (4)$$

$$-3\beta + \gamma = 0 \quad (5)$$

Решая совместно (3), (4), (5) получаем:

$$\alpha = 1/2 \quad (6)$$

$$\beta = -\alpha = -1/2 \quad (7)$$

$$\gamma = 3\beta = -3/2 \quad (8)$$

$$\omega = A\sigma^{1/2}\rho^{-1/2}r^{-\frac{3}{2}} = A\sqrt{\frac{\sigma}{\rho r^3}} \quad (9)$$

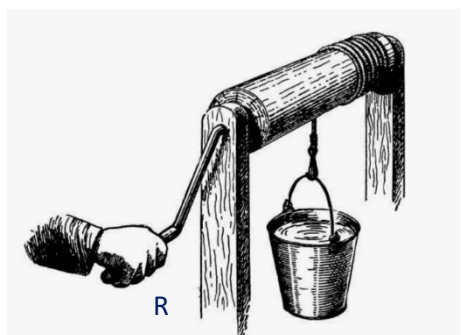
$$\text{В} \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{\sigma_2 \rho_1}{\rho_2 \sigma_1}} \quad (10)$$

Воспользовавшись уравнениями (9) и (10), получаем, что

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 0,995 \quad (11)$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение (1)	1 балл
Записаны в явном или не явном виде размерности $[\omega]$, $[\sigma]$ $[\rho]$, $[r]$	2 балла По 0,5 балла за каждую величину
Записано уравнение (2)	2 балла
Записана система уравнений (3), (4), (5)	3 балла По 1 за каждое уравнение
Найдены значения α, β, γ	3 балла По 1 баллу за каждое значение
Получена в явном виде формула (9)	4 балла
Записана отношения частот (10)	3 балла
Получен итоговый результат	1 балл
Итого:	19 баллов

2. Каникулы в деревне (18 баллов). Студент из СФУ ездил на каникулы



к бабушке. У бабушки во дворе находится колодец глубиной H . Студент зачерпнул полное ведро и стал его поднимать. Но, к сожалению, в днище ведра была дырка и в момент подъёма ведра на поверхность земли в ведре осталось γ от первоначального объёма воды. Известно, что среднее усилие, которое прикладывал студент к рукояти $F=20,2$ Н. Определите долю воды γ от первоначального объёма, если радиус

рукояти $R=0,5$ м, радиус ворота $r=10$ см, масса ведра 1,2 кг, объём ведра 14 литров. Плотность воды 1000 кг/м³. Массой веревки пренебречь. Ускорение свободного падения $g=9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Решение:

Силы, приложенные к ведру T' и к вороту T , равны по третьему закону Ньютона:

$$T = T'. \quad (12)$$

По второму закону Ньютона:

$$(m_{\text{вд}} + m_{\text{в}})g = T', \quad (13)$$

где $m_{\text{вд}}$ – масса ведра, $m_{\text{в}}$ масса воды, которая меняется с течением времени линейно от $m_{0\text{в}} = \rho V$ до

$$m_{\text{в}} = \frac{\gamma}{100\%} m_{0\text{в}} = \frac{\gamma}{100\%} \rho V. \quad (14)$$

В начальный момент времени масса ведра и воды

$$m_1 = (m_{\text{вд}} + \rho V), \quad (15)$$

в конце

$$m_2 = \left(m_{\text{вд}} + \frac{\gamma}{100\%} \rho V \right) \quad (16)$$

Работа по подъёму ведра с водой составляет:

$$A = \frac{m_1 + m_2}{2} gH = \left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%} \right) \frac{\rho V}{2} \right) gH. \quad (17)$$

Работа, которую совершает человек:

$$A = M\varphi = FR \frac{H}{\pi d} \cdot 2\pi = FR \frac{H}{r}. \quad (18)$$

Тогда

$$\left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%} \right) \frac{\rho V}{2} \right) gH = FR \frac{H}{r} \quad (19)$$

Доля γ от первоначального объёма воды:

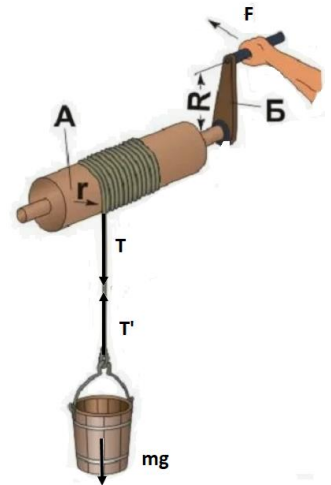
$$\gamma = \left(\left(\frac{FR}{gr} - m_{\text{вд}} \right) \frac{2}{\rho V} - 1 \right) 100\% \quad (20)$$

Подставим значения;

$$\gamma = 0,30 \quad (21)$$

Примечание; задачу можно решать и через моменты сил, предварительно усреднив силу натяжения каната, так как сила натяжения меняется линейно от начальной массы до конечной:

$$T_{\text{ср}} = \left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%} \right) \frac{\rho V}{2} \right) g \quad (22)$$



Тогда по моментам сил:

$$FR = T_{\text{ср}}r. \quad (23)$$

$$\gamma = \left(\left(\frac{FR}{gr} - m_{\text{вд}} \right) \frac{2}{\rho V} - 1 \right) 100\% \quad (24)$$

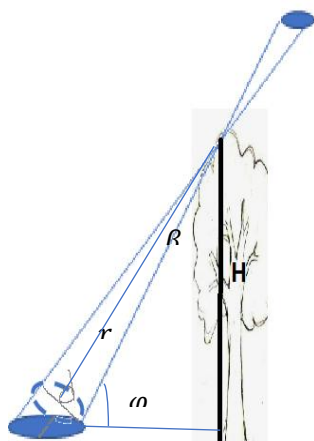
В результате получим ту же формулу.

Критерий	Баллы
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение (17)	3 балла
Записано уравнение (18)	3 балла
Сделан вывод уравнения (20)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	18 баллов
2 способ	
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл

Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение для моментов сил (23)	1 балл
Указано в явном виде, что силу натяжения можно усреднить	3 балла
Записано уравнение (22)	2 балла
Сделан вывод уравнения (24)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	18 баллов

3. Угловой размер Солнца (9 баллов). В июне высота Солнца над поверхностью Земли в Санкт-Петербурге составляет $\varphi = 53,4^\circ$. Угловой размер Солнца $\beta = 9,3 \cdot 10^{-3}$ рад. От маленьких отверстий в листьях березы высотой $H=20$ м образуются светлые пятна в виде эллипсов. Оцените величину самых больших эллипсов, т.е. величины большой и малой полуосей эллипса.

Решение:

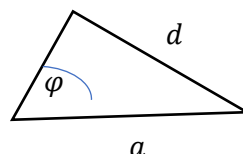
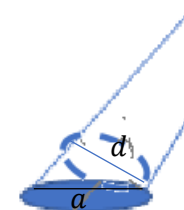


Отверстия в листьях играют роль камеры-обскуры. Эллипсы на поверхности образуются из-за проекции солнечного круга диаметра d на землю.

Расстояние от вершины дерева до круглого пятна

$$r = \frac{H}{\sin \varphi}. \quad (24)$$

Диаметр светового круга, он же равен



меньшей полуоси пятна с одной стороны, с учетом малости угла равен:

$$d = 2r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \approx r\beta = \frac{H}{\sin \varphi} \beta = 0,232 \text{ м} \quad (25)$$

С другой стороны:

$$d = a \sin \varphi \quad (26)$$

Получаем большую полуось:

$$a = \frac{d}{\sin \varphi}. \quad (27)$$

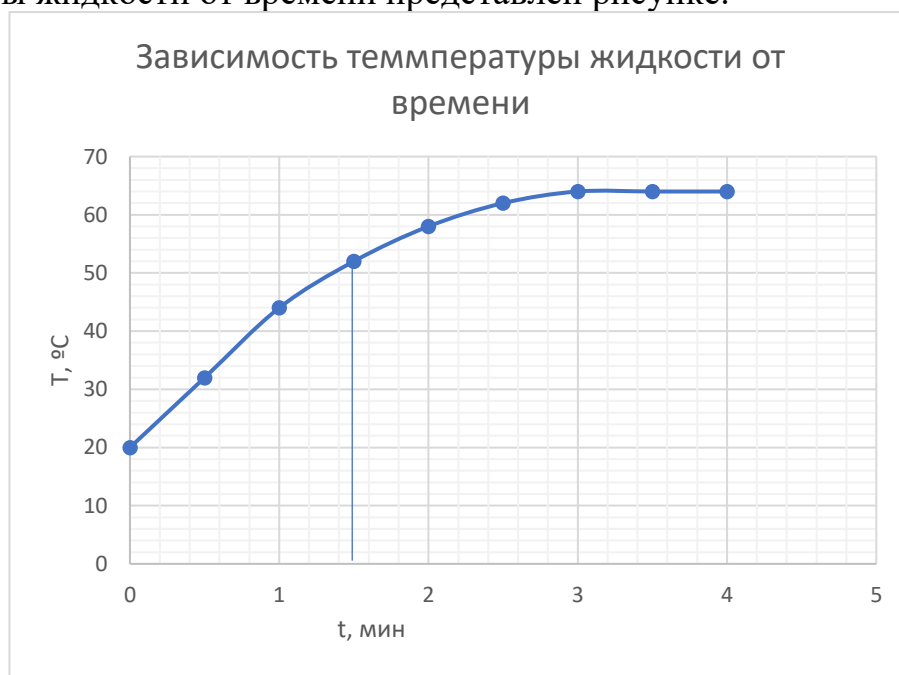
Отсюда:

$$a = 0,289 \text{ м.}$$

(28)

Критерий	Баллы
Сделан рисунок образования эллипсов	3 балла
Записано уравнение 24	1 балл
Уравнение 25	1 балл
Уравнение 26	1 балл
Получена формула 27	2 балла
Получены значения, по 0,5 балла за каждое	1 балл
Итого	9 баллов

4. Жидкость в стакане (25 баллов). В стакане на плитке греется жидкость. Мощность плитки составляет $P_0 = 1000 \text{ Вт}$. График зависимости температуры жидкости от времени представлен рисунке.



Определите для момента времени $t = 1,5$ мин долю потери энергии. А также рассчитайте массу жидкости, если удельная теплоёмкость составляет $4200 \text{ Дж/(кг·град)}$. Теплоёмкостью сосуда пренебречь.

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса:

$$P_{\Delta} t = Cm\Delta T + \alpha(T - T_0)\Delta t, \quad (29)$$

где $P_{\Delta} t$ – подводимая энергия для нагрева,

$cm\Delta T$ - количество теплоты, идущее на нагрев жидкости,

$\alpha(T - T_0)\Delta t$ - потери энергии.

Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева:

$$P_H = cm \frac{\Delta T}{\Delta t} = cm k \quad (30)$$

Поскольку на начальном этапе потери не существенны, то график линейный.

В этот момент времени угловой коэффициент равен:

$$k_0 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_0 = \frac{40}{1,5} \text{ град/мин.} \quad (31)$$

В момент времени $t=2$ минуты угловой коэффициент равен:

$$\text{графика } k_1 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_{1,5} = \frac{40}{2,8} = 8 \text{ град/мин.} \quad (32)$$

Отношение мощностей, идущих на нагрев в начальный момент времени и в момент времени $t=2$ минуты равно:

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{k_0}{k_1} = \frac{40 \cdot 2,8}{1,5 \cdot 40} = \frac{28}{15} \quad (33)$$

$$P_1 = \frac{15}{28} \cdot P_0$$

Значит мощность потерь в этот момент времени составляет:

$$P_{\text{п}} = P_0 - P_1 = \frac{13}{28} P_0 \quad (34)$$

Доля потери $\beta = 13/28 = 0,46$

Найдем массу жидкости, предварительно переведа начальный коэффициент

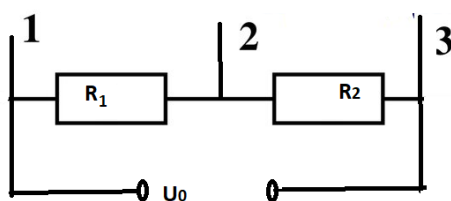
$$\text{в } k_0 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_0 = \frac{40}{90} \text{ град/секунду}$$

$$m = \frac{P_0}{c k_0} = 0,536 \text{ кг} \quad (35)$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение теплового баланса (29)	2 балла
В уравнении (29) описан каждый член	3 балла (по 1 баллу за каждый комментарий)
На графике указаны касательные в начальный момент времени и в момент времени 2 минуты	2 балла
Указано, Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева	1 балл
Записана формула для мощности нагрева (30)	2 балла

Указано, что на начальном этапе потери не существенны, то график линейный	2 балла
Показано как найти угловой коэффициент $k_0 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right _0$	1 балл
Найдено значение k_0	1 балл
Показано как найти угловой коэффициент $k_1 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right _2$	1 балл
Найдено значение k_1	1 балл
Записано уравнение (33)	2 балла
Найдена доля потерь в момент 2 минуты	3 балла
Коэффициент k_0 переведен в град/с	1 балл
Записана формула для расчета массы (35)	2 балла
Обоснованно Найдено значение массы	1 балл
Итого	25 баллов

5. Бельчонок и вольтметр (29 баллов). У бельчонка сломался вольтметр.



«Не беда» - подумал он и сделал его из амперметра и последовательно присоединённого к нему $R=9$ Ом. В качестве шкалы напряжений приклеил на прибор шкалу, равную произведению силы тока, текущего через амперметр на сопротивление R . Бельчонок решил проверить свой прибор,

представленный на схеме. При подключении к контактам 1,2 и к контактам 2,3 прибор показал $U_{1,2} = U_{2,3}$, а при подключении к контактам 1, 3 $U_{1,3} = 54\text{В}$. Известно, что источник напряжения выдает $U_0 = 60\text{В}$.

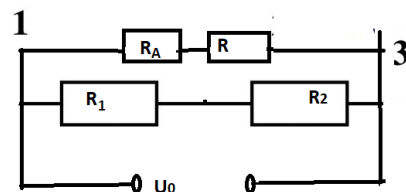
- 1) Определите сопротивление амперметра R_A и R_1 и R_2 ;
- 2) Что показывал прибор при подключении к контактам 1,2.

Решение:

Поскольку $U_{1,2}$ и $U_{2,3}$ равны, то и $R_1 = R_2$.

Обозначим $U_{1,2}^A$ и $U_{1,3}^A$ как действительные напряжения при подключениях к контактам 1,2 и 1,3.

При подключении к контактам 1,3 схема представлена на рисунке, действительное падение напряжения будет



$$U_{1,3}^A = I'_A(R_A + R) = \frac{U_{1,3}}{R}(R_A + R) = U_{1,3} \left(1 + \frac{R_A}{R}\right) = U_0 \quad (36)$$

и оно же равно U_0 .

Видно, что действительное напряжение $U_{1,3}^A$ не равно тому, что показывает собственный вольтметр Бельчонка, т.к. амперметр не идеальный.

Определим сопротивлением амперметра:

$$R_A = R \left(\frac{U_0}{U_{1,3}} - 1 \right) = 1 \text{ Ом}. \quad (37)$$

Ток, бегущий по верхней ветке:

$$I'_A = \frac{U_{1,3}}{R} = 6 \text{ А} \quad (38)$$

Найдём полную силу тока, бегущую через всю цепь из соотношения:

$$\frac{I'_A}{I_{R_1}} = \frac{I'_A}{I_0 - I'_A} = \frac{R_A + R}{2R_1} \quad (39)$$

$$I_0 = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1 \right) I'_A = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1 \right) \frac{U_{1,3}}{R} \quad (40)$$

С другой стороны, полная сила тока между контактами через

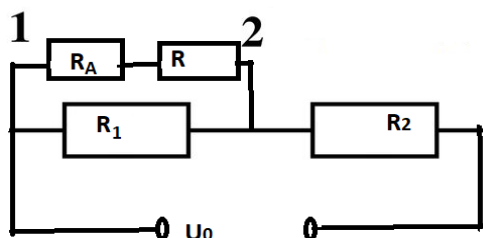
$$I_0 = \frac{U_0}{R_{1,3}} = \frac{U_0 (2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} \quad (41)$$

$$\frac{U_0 (2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} = \left(\frac{2R_1 + R_A + R}{R_A + R} \right) \frac{U_{1,3}}{R}$$

$$\frac{U_0}{2R_1(R_A + R)} = \left(\frac{1}{R_A + R} \right) \frac{U_{1,3}}{R}$$

$$R_1 = \frac{U_0 R(R_A + R)}{2U_{1,3}(R_A + R)} = 9 \text{ Ом} \quad (42)$$

С другой стороны



При подключении к контактам 1,2 (схема представлена на рисунке:

$$R_{1,2} = \frac{(R_A + R)R_1}{R_A + R + R_1} = 5,33 \text{ Ом} \quad (43)$$

Падение напряжения в этом случае:

$$U_{1,2}^A = \frac{U_0 R_{1,2}}{R_{1,2} + R_1} = 20 \text{ В}. \quad (44)$$

С другой стороны, действительное напряжение будет равно

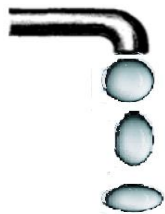
$$U_{1,2}^A = I_A(R_A + R) = \frac{U_{1,2}}{R}(R_A + R). \quad (45)$$

Видно, что

$$U_{1,2} = R \frac{U_{1,2}^A}{(R_A + R)} = 18 \text{ В} \quad (46)$$

Критерий	Баллы
Указано, что $R_1 = R_2$, так как и $U_{2,3} = U_{1,2}$	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,2	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,3	2 балла
Указано, что амперметр не идеальный, так как действительное напряжение и напряжение, показанное на вольтметре при подключении к контактам 1, 3 не равны	1 балл
Записано уравнение 36	2 балла
Записана формула 37	2 балла
Найдено значение сопротивления амперметра	2 балла
Записаны уравнения для поиска сопротивления R_1	6 баллов
Получена формула для расчета R_1	2 балла
Найдено значение R_1	1 балл
Выведена формула для расчета действительно напряжения $U_{1,3}^A$	3 балла
Выведена формула для расчета того, что показывал вольтметр $U_{1,2}$	3 балла
Найдено значение $U_{1,2}$	1 балл
Итого	29 баллов

Физика. 9 класс. 4 вариант.



1. Капелька металла (19 баллов). Известно, что всякая система стремится к минимуму энергии, поэтому даже малые деформации капли расплавленного металла, отрывающейся от эталонного отверстия, например, крана, приведут к тому, что силы поверхностного натяжения заставят каплю пульсировать. Для мелких капель влиянием g на циклическую частоту ω можно пренебречь по сравнению с влиянием сил поверхностного натяжения σ . Таким образом, считайте, что частота пульсации зависит от величины поверхностного натяжения расплавленного металла σ , радиуса капли r , плотности жидкости ρ . Оцените, как изменится частота пульсации капли металла при замене галия с $\sigma_1 = \frac{735\text{Н}}{\text{м}}$, $\rho_1 = 6,095 \text{ г / см}^3$ на ртуть с $\sigma_2 = 484 \text{ Н/м}$, $\rho_2 = 13,6 \text{ г / см}^3$. Радиус капель считайте одинаковыми.

Решение:

Запишем зависимость частоты пульсации как функцию $\omega = f(\sigma, \rho, r)$.

В нашем случае получаем:

$$\omega = A\sigma^\alpha \rho^\beta r^\gamma \quad (1)$$

Имеем четыре величины, имеющие следующие размерности:

$$[\omega] = \text{с}^{-1};$$

$$[\sigma] = \text{кг} \cdot \text{с}^{-2};$$

$$[\rho] = \text{кг} \cdot \text{м}^{-3};$$

$$[r] = \text{м}.$$

$$\text{с}^{-1} = (\text{кг} \cdot \text{с}^{-2})^\alpha \cdot (\text{кг} \cdot \text{м}^{-3})^\beta \cdot \text{м}^\gamma \quad (2)$$

Получаем систему уравнений:

$$-2\alpha = -1 \quad (3)$$

$$\alpha + \beta = 0 \quad (4)$$

$$-3\beta + \gamma = 0 \quad (5)$$

Решая совместно (3), (4), (5) получаем:

$$\alpha = 1/2 \quad (6)$$

$$\beta = -\alpha = -1/2 \quad (7)$$

$$\gamma = 3\beta = -3/2 \quad (8)$$

$$\omega = A\sigma^{1/2}\rho^{-1/2}r^{-\frac{3}{2}} = A\sqrt{\frac{\sigma}{\rho r^3}} \quad (9)$$

$$B \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{\sigma_2 \rho_1}{\rho_2 \sigma_1}} \quad (10)$$

Воспользовавшись уравнениями (9) и (10), получаем, что

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 0,543 \quad (11)$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение (1)	1 балл
Записаны в явном или не явном виде размерности $[\omega]$, $[\sigma]$ $[\rho]$, $[r]$	2 балла По 0,5 балла за каждую величину
Записано уравнение (2)	2 балла
Записана система уравнений (3), (4), (5)	3 балла По 1 за каждое уравнение
Найдены значения α , β , γ	3 балла По 1 баллу за каждое значение
Получена в явном виде формула (9)	4 балла
Записана отношения частот (10)	3 балл
Получен итоговый результат	1 балл
Итого:	19 баллов

2. Каникулы в деревне (18 баллов). Студент из СФУ ездил на каникулы



к бабушке. У бабушки во дворе находится колодец глубиной H . Студент зачерпнул полное ведро и стал его поднимать. Но, к сожалению, в днище ведра была дырка и в момент подъёма ведра на поверхность земли в ведре осталось γ от первоначального объёма воды. Известно, что среднее усилие, которое прикладывал студент к рукояти $F=15,68$ Н. Определите долю воды

γ от первоначального объёма, если радиус рукояти $R=0,6$ м, радиус ворота $r=0,1$ м, масса ведра 1,2 кг, объём ведра 12 литров. Плотность воды 1000 кг/м^3 . Массой веревки пренебречь. Ускорение свободного падения $g=9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Решение:

Силы, приложенные к ведру T' и к вороту T , равны по третьему закону Ньютона:

$$T = T'. \quad (12)$$

По второму закону Ньютона:

$$(m_{\text{вд}} + m_{\text{в}})g = T', \quad (13)$$

где $m_{\text{вд}}$ – масса ведра, $m_{\text{в}}$ масса воды, которая меняется с течением времени линейно от $m_{0\text{в}} = \rho V$ до

$$m_{\text{в}} = \frac{\gamma}{100\%} m_{0\text{в}} = \frac{\gamma}{100\%} \rho V. \quad (14)$$

В начальный момент времени масса ведра и воды

$$m_1 = (m_{\text{вд}} + \rho V), \quad (15)$$

в конце

$$m_2 = \left(m_{\text{вд}} + \frac{\gamma}{100\%} \rho V \right) \quad (16)$$

Работа по подъёму ведра с водой составляет:

$$A = \frac{m_1 + m_2}{2} gH = \left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%} \right) \frac{\rho V}{2} \right) gH. \quad (17)$$

Работа, которую совершает человек:

$$A = M\varphi = FR \frac{H}{\pi d} \cdot 2\pi = FR \frac{H}{r}. \quad (18)$$

Тогда

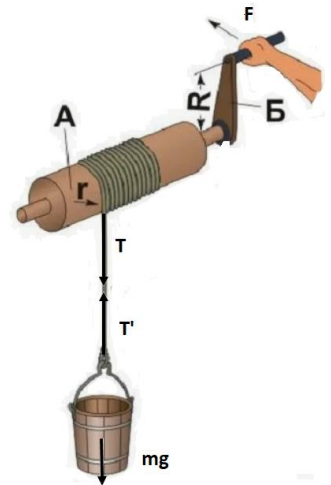
$$\left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%} \right) \frac{\rho V}{2} \right) gH = FR \frac{H}{r} \quad (19)$$

Доля γ от первоначального объёма воды:

$$\gamma = \left(\left(\frac{FR}{gr} - m_{\text{вд}} \right) \frac{2}{\rho V} - 1 \right) 100\% \quad (20)$$

Подставим значения;

$$\gamma = 0,60 \quad (21)$$



Примечание; задачу можно решать и через моменты сил, предварительно усреднив силу натяжения каната, так как сила натяжения меняется линейно от начальной массы до конечной:

$$T_{\text{ср}} = \left(m_{\text{вд}} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%} \right) \frac{\rho V}{2} \right) g \quad (22)$$

Тогда по моментам сил:

$$FR = T_{\text{ср}} r. \quad (23)$$

$$\gamma = \left(\left(\frac{FR}{gr} - m_{\text{вд}} \right) \frac{2}{\rho V} - 1 \right) 100\% \quad (24)$$

В результате получим ту же формулу.

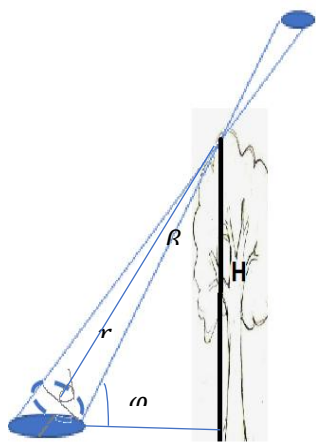
Критерий	Баллы
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение (17)	3 балла
Записано уравнение (18)	3 балла
Сделан вывод уравнения (20)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	18 баллов
2 способ	
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл

Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение для моментов сил (23)	1 балл
Указано в явном виде, что силу натяжения можно усреднить	3 балла
Записано уравнение (22)	2 балла
Сделан вывод уравнения (24)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	18 баллов

3. Угловой размер Солнца (9 баллов). В жаркий солнечный день в Санкт-Петербурге от маленьких отверстий в листьях березы высотой $H=20$ м образуются светлые пятна в виде эллипсов, величина большой полуоси которых $a = 0,289$ м. Угловой размер Солнца $\beta = 9,3 \cdot 10^{-3}$ рад .

Определите угловую высоту φ Солнца над поверхностью Земли в Санкт-Петербурге, а также величину малой полуоси.

Решение:



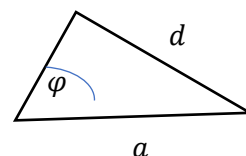
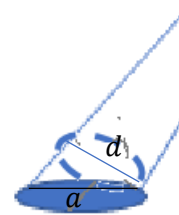
Отверстия в листьях играют роль камеры-обскуры. Эллипсы

на поверхности образуются из-за проекции солнечного круга диаметра d на землю.

Расстояние от вершины дерева до круглого пятна

$$r = \frac{H}{\sin \varphi}. \quad (24)$$

Диаметр светового круга, он же равен



меньшей полуоси пятна с одной стороны, с учетом малости угла равен:

$$d = b = 2r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \approx r\beta = \frac{H}{\sin \varphi} \beta \quad (25)$$

С другой стороны:

$$d = a \sin \varphi \quad (26)$$

Решая совместно (25) и (26) Получаем значение синуса угла φ :

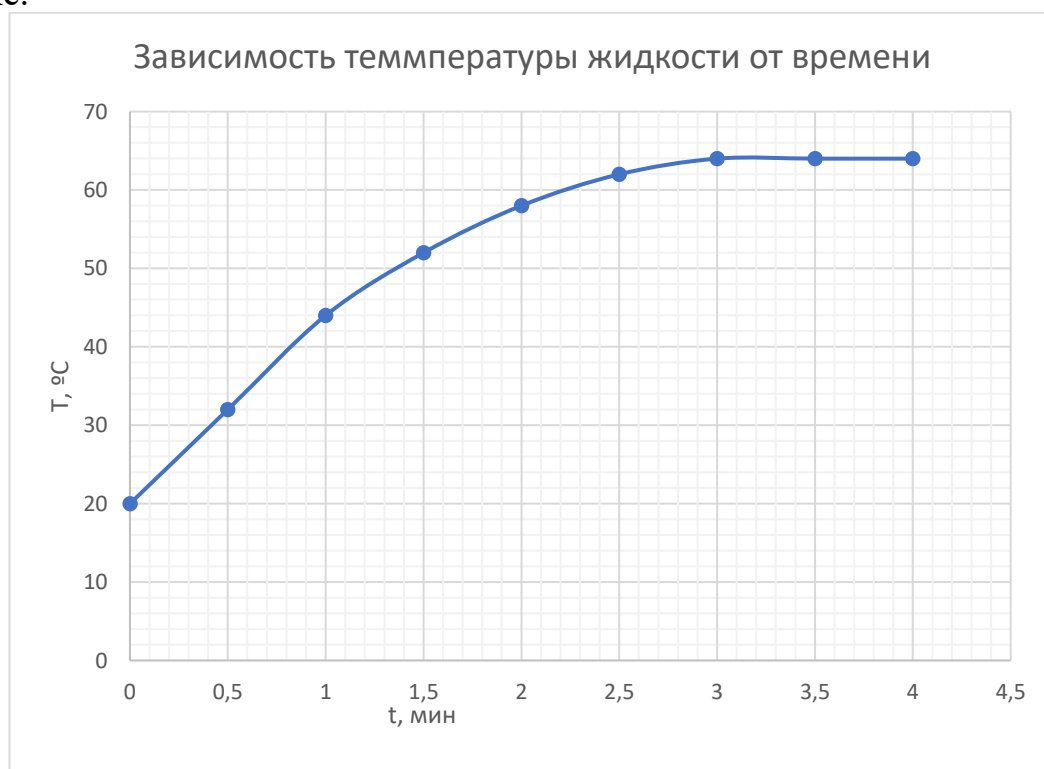
$$\sin \varphi = \sqrt{\frac{H\beta}{a}} = 0,8022, \quad \varphi = 53,34^\circ \quad (27)$$

Отсюда:

$$d = b = 0,231\text{м}. \quad (28)$$

Критерий	Баллы
Сделан рисунок образования эллипсов	3 балла
Записано уравнение (24)	1 балл
Уравнение (25)	1 балл
Уравнение (26)	1 балл
Получена формула (27)	2 балла
Получены значения, по 0,5 балла за каждое	1 балл
Итого	9 баллов

4. Жидкость в стакане (25 баллов). В стакане на плитке греется жидкость. График зависимости температуры жидкости от времени представлен рисунке.



Определите для момента времени $t = 2,0$ мин долю потери энергии.

А также рассчитайте мощность плитки P_0 , если масса жидкости $m = 0,600$ кг, её удельная теплоёмкость составляет 4200 Дж/(кг·град). Теплоёмкостью сосуда пренебречь.

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса:

$$P_{\Delta}t = Cm\Delta T + \alpha(T - T_0)\Delta t, \quad (29)$$

где $P_{\Delta}t$ – подводимая энергия для нагрева,

$Cm\Delta T$ - количество теплоты, идущее на нагрев жидкости,

$\alpha(T - T_0)\Delta t$ - потери энергии.

Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева:

$$P_H = cm \frac{\Delta T}{\Delta t} = cm k \quad (30)$$

Поскольку на начальном этапе потери не существенны, то график линейный.

В этот момент времени угловой коэффициент равен:

$$k_0 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_0 = \frac{40}{1,5} \text{ град/мин} = \frac{40}{90} \text{ град/секунду}. \quad (31)$$

В момент времени $t=2,0$ минуты угловой коэффициент равен:

$$\text{графика } k_1 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_{2,0} = \frac{24}{3,1} = 7,74 \text{ град/мин}. \quad (32)$$

Отношение мощностей, идущих на нагрев в начальный момент времени и в момент времени $t=2$ минуты равно:

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{k_0}{k_1} = \frac{40 \cdot 3,1}{1,5 \cdot 24} = \frac{15,5}{4,5} \quad (33)$$

$$P_1 = \frac{9}{31} P_0 .$$

Значит мощность потерь в этот момент времени составляет:

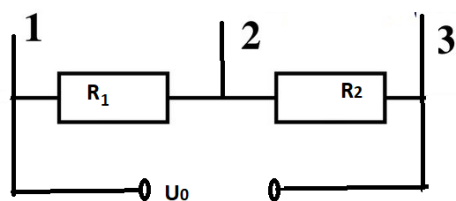
$$P_{\pi} = P_0 - P_1 = \frac{22}{31} P_0 \quad (34)$$

Определим мощность плитки;

$$P_0 = c k_0 m = 1120 \text{ Вт} \quad (35)$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение теплового баланса (29)	2 балла
В уравнении (29) описан каждый член	3 балла (по 1 баллу за каждый комментарий)
На графике указаны касательные в начальный момент времени и в момент времени 2 минуты	2 балла
Указано, Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева	1 балл
Записана формула для мощности нагрева (30)	2 балла
Указано, что на начальном этапе потери не существенны, то график линейный	2 балла
Показано как найти угловой коэффициент $k_0 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right _0$	1 балл
Найдено значение k_0	1 балл
Показано как найти угловой коэффициент $k_1 = \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right _2$	1 балл
Найдено значение k_1	1 балл
Записано уравнение (33)	2 балла
Найдена доля потерь в момент 2 минуты	3 балла
Коэффициент k_0 переведен в град/с	1 балл
Записана формула для мощности плитки (35)	2 балла
найден значение мощности	1 балл
Итого	25 баллов

5. Бельчонок и вольтметр (29 баллов). У бельчонка сломался вольтметр.



«Не беда» - подумал он и сделал его из амперметра и последовательно присоединённого к нему сопротивления $R=18 \text{ Ом}$. В качестве шкалы напряжений приклеил на прибор шкалу, равную произведению силы тока, текущего через амперметр на сопротивление R .

Бельчонок решил проверить свой прибор, представленный на схеме. При подключении к контактам 1,2 и к контактам 2,3 прибор показал $U_{1,2} = U_{2,3}$, а при подключении к контактам 1, 3 $U_{1,3} = 54 \text{ В}$. Известно, что источник напряжения выдает $U_0 = 60 \text{ В}$.

- 1) Определите сопротивление амперметра R_A и R_1 и R_2 ;

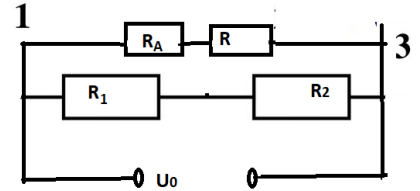
2) Что показывал прибор при подключении к контактам 1, 2.

Решение:

Поскольку $U_{1,2}$ и $U_{2,3}$ равны, то и $R_1 = R_2$.

Обозначим $U_{1,2}^d$ и $U_{1,3}^d$ как действительные напряжения при подключениях к контактам 1,2 и 1,3.

При подключении к контактам 1,3 схема представлена на рисунке, действительное падение напряжения будет



$$U_{1,3}^d = I'_A (R_A + R) = \frac{U_{1,3}}{R} (R_A + R) = U_{1,3} \left(1 + \frac{R_A}{R} \right) = U_0 \quad (36)$$

и оно же равно U_0 .

Видно, что действительное напряжение $U_{1,3}^d$ не равно тому, что показывает собственный вольтметр Бельчонка, т.к. амперметр не идеальный.

Определим сопротивлением амперметра:

$$R_A = R \left(\frac{U_0}{U_{1,3}} - 1 \right) = 2 \text{ Ом}. \quad (37)$$

Ток, бегущий по верхней ветке:

$$I'_A = \frac{U_{1,3}}{R} = 3 \text{ А} \quad (38)$$

Найдём полную силу тока, бегущую через всю цепь из соотношения:

$$\frac{I'_A}{I_{R_1}} = \frac{I'_A}{I_0 - I'_A} = \frac{R_A + R}{2R_1} \quad (39)$$

$$I_0 = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1 \right) I'_A = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1 \right) \frac{U_{1,3}}{R} \quad (40)$$

С другой стороны, полная сила тока между контактами через

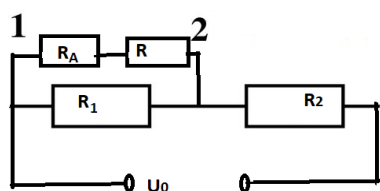
$$I_0 = \frac{U_0}{R_{1,3}} = \frac{U_0 (2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} \quad (41)$$

$$\frac{U_0 (2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} = \left(\frac{2R_1 + R_A + R}{R_A + R} \right) \frac{U_{1,3}}{R}$$

$$\frac{U_0}{2R_1(R_A + R)} = \left(\frac{1}{R_A + R} \right) \frac{U_{1,3}}{R}$$

$$R_1 = \frac{U_0 R (R_A + R)}{2U_{1,3} (R_A + R)} = 10 \text{ Ом} \quad (42)$$

С другой стороны



При подключении к контактам 1,2 (схема представлена на рисунке):

$$R_{1,2} = \frac{(R_A + R)R_1}{R_A + R + R_1} = \frac{20}{3} \text{ Ом.} \quad (43)$$

Падение напряжения в этом случае:

$$U_{1,2}^A = \frac{U_0 R_{1,2}}{R_{1,2} + R_1} = 24 \text{ В.} \quad (44)$$

С другой стороны, действительное напряжение будет равно

$$U_{1,2}^A = I_A (R_A + R) = \frac{U_{1,2}}{R} (R_A + R). \quad (45)$$

Видно, что напряжение, которое показывает вольтметр Бельчонка, равно

$$U_{1,2} = R \frac{U_{1,2}^A}{(R_A + R)} = 21,6 \text{ В} \quad (46)$$

Критерий	Баллы
Указано, что $R_1 = R_2$, так как и $U_{2,3} = U_{1,2}$	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,2	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,3	2 балла
Указано, что амперметр не идеальный, так как действительное напряжение и напряжение, показанное на вольтметре при подключении к контактам 1, 3 не равны	1 балл
Записано уравнение (36)	2 балла
Записана формула (37)	2 балла
Найдено значение сопротивления амперметра	2 балла
Записаны уравнения для поиска сопротивления R_1	6 баллов
Получена формула для расчета R_1	2 балла
Найдено значение R_1	1 балл
Выведена формула для расчета действительно напряжения $U_{1,3}^A$	3 балла
Выведена формула для расчета того, что показывал вольтметр $U_{1,2}$	3 балла
Найдено значение $U_{1,2}$	1 балл
Итого	29 баллов