

Математика. 11 класс

1 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.

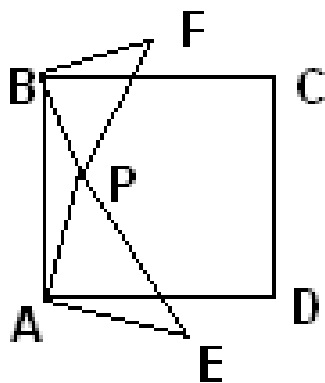
Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Если сегодня плохая погода, то завтра с вероятностью 1 будет хорошая погода. Если сегодня хорошая погода, то завтра хорошая погода будет с вероятностью 0,5. Какова вероятность, что 14 марта будет хорошая погода, если 10 марта плохая и хорошая погоды равновероятны? (Погода одинаковая весь день и может быть только плохой или хорошей).

2. Многочлен $P(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 3$ имеет корни a, b, c, d . Многочлен $Q(x) = x^6 + 2x^5 - 4x^4 - 6x^3 + x^2 - 2x + 7$. Найдите $Q(a) + Q(b) + Q(c) + Q(d)$.

3. Сколько трёхзначных натуральных чисел нельзя представить в виде суммы двух палиндромов? *Палиндром – число, читающееся одинаково слева направо и справа налево. Однозначные числа 0, 1, ..., 9 также считаются палиндромами. Многозначные палиндромы не могут начинаться с 0.*

4. Внутри квадрата $ABCD$ произвольно выбрана точка P , и построены равнобедренные прямоугольные треугольники PAE и PBF , $\angle PAE = \angle PBF = 90^\circ$ (см. рисунок). Прямые ED и FC пересекаются в точке G . Докажите, что GP перпендикулярно AB .



5. Найдите множество всех целых значений суммы $\frac{x}{y} + \frac{y}{2} + \frac{2}{x}$, где x и y – произвольные натуральные числа.

Математика. 11 класс

2 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Если сегодня плохая погода, то завтра с вероятностью 1 будет хорошая погода. Если сегодня хорошая погода, то завтра хорошая погода будет с вероятностью 0,4. Какова вероятность, что 7 марта будет хорошая погода, если 3 марта плохая и хорошая погоды равновероятны? (Погода одинаковая весь день и может быть только плохой или хорошей).

2. Многочлен $P(x) = x^4 - x^3 - x^2 - 1$ имеет корни a, b, c, d . Многочлен $Q(x) = x^6 - x^5 - 2x^4 + x^3 + x^2 - x + 3$. Найдите $Q(a) + Q(b) + Q(c) + Q(d)$.

3. Сколько двузначных натуральных чисел нельзя представить в виде суммы двух палиндромов? *Палиндром – число, читающееся одинаково слева направо и справа налево. Однозначные числа 0, 1, ..., 9 также считаются палиндромами. Многозначные палиндромы не могут начинаться с 0.*

4. Окружности w_1 и w_2 пересекаются в точках A и B . Прямая l расположена ближе к A , чем к B , и является общей касательной окружностей w_1 и w_2 , касаясь их соответственно в точках T и R . Через точку A проведена параллельно касательной l прямая, пересекающая w_1 в точке C , w_2 в точке D . Прямые TC и RD пересекаются в точке E , прямые TB и CD пересекаются в точке M ; прямые RB и CD пересекаются в точке N . Докажите, что $TBRE$ вписанный четырехугольник.

5. Найдите множество всех целых значений суммы $\frac{x}{y} + \frac{y}{3} + \frac{3}{x}$, где x и y – произвольные натуральные числа.

Математика. 11 класс

3 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Если сегодня плохая погода, то завтра с вероятностью 1 будет хорошая погода. Если сегодня хорошая погода, то завтра хорошая погода будет с вероятностью 0,8. Какова вероятность, что 5 марта будет хорошая погода, если 1 марта плохая и хорошая погоды равновероятны? (Погода одинаковая весь день и может быть только плохой или хорошей).

2. Многочлен $P(x) = x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 1$ имеет корни a, b, c, d . Многочлен $Q(x) = x^6 - 3x^5 + 2x^4 + 12x^3 - 6x^2 - 4$. Найдите $Q(a) + Q(b) + Q(c) + Q(d)$.

3. Сколько среди натуральных чисел от 50 до 250 включительно таких, которые нельзя представить в виде суммы двух палиндромов? *Палиндром – число, читающееся одинаково слева направо и справа налево. Однозначные числа 0, 1, ..., 9 также считаются палиндромами. Многозначные палиндромы не могут начинаться с 0.*

4. Окружности w_1 и w_2 пересекаются в точках A и B . Прямая l расположена ближе к A , чем к B , и является общей касательной окружностей w_1 и w_2 , касаясь их соответственно в точках T и R . Через точку A проведена параллельно касательной l прямая, пересекающая w_1 в точке C , w_2 в точке D . Прямые TC и RD пересекаются в точке E . Докажите, что BE – биссектриса угла CBD .

5. Найдите множество всех целых значений суммы $\frac{x}{y} + \frac{y}{5} + \frac{5}{x}$, где x и y – произвольные натуральные числа.

Математика. 11 класс

4 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Три человека независимо задумали по одному целому числу от 1 до 9. Какова вероятность, что произведение этих трёх чисел делится на 10?
2. Известно, что числа $a, b, c, \frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{bc}{a}$ – целые. Обязательно ли являются целыми все три числа $\frac{ab}{c}, \frac{ac}{b}, \frac{bc}{a}$?
3. По кругу растёт шесть деревьев. Утром на каждом дереве сидел один бельчонок. Вечером опять на каждом дереве сидел один из тех же шести бельчат, но ни один бельчонок не сидел на том же самом дереве, и не сидел на дереве, которое было соседним с тем, которое он занимал утром. Сколькими способами это можно было сделать?
4. На окружности по часовой стрелке поставлены точки A, B, C, D, E . Известно, что $AE = DE$. Пересечение отрезков AC и BD обозначим P . На продолжении отрезка AB за точку A выбрали точку Q так, что $AQ = DP$. На продолжении отрезка CD за точку D выбрали точку R так, что $AP = DR$. Докажите, что прямые PE и QR перпендикулярны.
5. Найдите все пары (a, b) натуральных чисел, для которых $27ab + (1 - a + b)^3 = 0$.