

**Математика. 8 класс**

1 вариант

*Работа рассчитана на 240 минут.*

*Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.*

*Все решения должны быть полными и обоснованными.*

1. На доске написаны числа 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Вася стёр одно или несколько чисел так, что оставшиеся на доске числа нельзя разбить на несколько групп с равной суммой. Найдите максимальное значение суммы чисел, которые остались на доске.
2. Дан равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB = BC$ ), в котором проведена высота  $АН$ . Из точки  $M$  – середины стороны  $AB$ , опущен перпендикуляр  $MK$  на сторону  $AC$ . Найдите периметр треугольника, если известно, что  $MK = AN$  и  $AK = 10$ .
3. Квадратная таблица размером  $10 \times 10$  заполнена натуральными числами от 103 до 202. В каждой строке таблицы посчитали произведение чисел и получили набор  $\{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$ . Далее в каждом столбце также посчитали произведение чисел и получили набор  $\{b_1, b_2, \dots, b_{10}\}$ . Могут ли полученные наборы оказаться одинаковыми?
4. В алфавите языка бельчат ровно 5 букв: А, Б, В, И, О, а в каждом слове ровно две гласные, они стоят не рядом, а согласных может быть сколько угодно, но не бывает тройки согласных подряд. Вождь бельчат повелел считать словами все строки букв, удовлетворяющих этим условиям, и выпустить полный словарь. Сколько в нём будет слов?
5. Натуральные числа  $x$  и  $y$  таковы, что  $x^3 + y^3 + xy$  делится на  $xy(x - y)$ . Докажите, что наименьшее общее кратное чисел  $x$  и  $y$  является точным квадратом.

**Математика. 8 класс**

2 вариант

*Работа рассчитана на 240 минут.*

*Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.*

*Все решения должны быть полными и обоснованными.*

1. На доске написаны числа 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16. Петя стёр одно или несколько чисел так, что оставшиеся на доске числа нельзя разбить на несколько групп с равной суммой. Найдите максимальное значение суммы чисел, которые остались на доске.
2. Дан равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB = BC$ ), в котором проведена высота  $АН$ . Из точки  $M$  – середины стороны  $AB$ , опущен перпендикуляр  $MK$  на сторону  $AC$ . Найдите периметр треугольника, если известно, что  $MK = AN$  и  $AK = 12$ .
3. Квадратная таблица размером  $10 \times 10$  заполнена натуральными числами от 104 до 203. В каждой строке таблицы посчитали произведение чисел и получили набор  $\{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$ . Далее в каждом столбце также посчитали произведение чисел и получили набор  $\{b_1, b_2, \dots, b_{10}\}$ . Могут ли полученные наборы оказаться одинаковыми?
4. В алфавите языка бельчат ровно 5 букв: Е, Г, Д, У, Ю, а в каждом слове ровно две гласные, они стоят не рядом, а согласных может быть сколько угодно, но не бывает тройки согласных подряд. Вождь бельчат повелел считать словами все строки букв, удовлетворяющих этим условиям, и выпустить полный словарь. Сколько в нём будет слов?
5. Целые числа  $k$ ,  $m$  и  $n$  удовлетворяют равенству
$$(k - 5)^2 + (m - 12)^2 - (n - 13)^2 = k^2 + m^2 - n^2.$$
Докажите, что обе части равенства являются точными квадратами.

**Математика. 8 класс**

3 вариант

*Работа рассчитана на 240 минут.*

*Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.*

*Все решения должны быть полными и обоснованными.*

1. На доске написаны числа 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17. Саша стёр одно или несколько чисел так, что оставшиеся на доске числа нельзя разбить на несколько групп с равной суммой. Найдите максимальное значение суммы чисел, которые остались на доске.
2. Дан равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB = BC$ ), в котором проведена высота  $АН$ . Из точки  $M$  – середины стороны  $AB$ , опущен перпендикуляр  $MK$  на сторону  $AC$ . Найдите периметр треугольника, если известно, что  $MK = AN$  и  $AK = 14$ .
3. Квадратная таблица размером  $10 \times 10$  заполнена натуральными числами от 105 до 204. В каждой строке таблицы посчитали произведение чисел и получили набор  $\{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$ . Далее в каждом столбце также посчитали произведение чисел и получили набор  $\{b_1, b_2, \dots, b_{10}\}$ . Могут ли полученные наборы оказаться одинаковыми?
4. В алфавите языка бельчат ровно 5 букв: О, К, М, Е, Я, а в каждом слове ровно две гласные, они стоят не рядом, а согласных может быть сколько угодно, но не бывает тройки согласных подряд. Вождь бельчат повелел считать словами все строки букв, удовлетворяющих этим условиям, и выпустить полный словарь. Сколько в нём будет слов?
5. Целые числа  $k$ ,  $m$  и  $n$  удовлетворяют равенству
$$(k + 3)^2 + (m + 4)^2 - (n + 5)^2 = k^2 + m^2 - n^2.$$
Докажите, что обе части равенства являются точными квадратами.

**Математика. 8 класс**

4 вариант

*Работа рассчитана на 240 минут.*

*Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.*

*Все решения должны быть полными и обоснованными.*

1. Две неубывающие последовательности неотрицательных целых чисел начинаются с разных чисел, и каждый член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих. Десятые члены этих последовательностей совпадают. Найдите наименьшее возможное значение десятого члена.
2. Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом при вершине  $C$ . На катете  $BC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $\angle CAM = \angle MAN = \angle NAB$ . Пусть  $E$  и  $F$  – точки пересечения прямой, проходящей через точку  $M$  и отрезков  $AN$  и  $AB$  соответственно. Найдите  $AB$ , если известно, что  $AE = 10$ ,  $\angle ANB = 130^\circ$  и  $\angle BFM = 110^\circ$ .
3. Вася придумал новую шахматную фигуру  $X$ , которая может бить фигуру, которая находится на расстоянии 5 сантиметров от неё (расстояние между фигурами – это расстояние между центрами клеток, в которых находятся фигуры). Какое наибольшее количество не бьющих друг друга фигур  $X$  можно расставить на квадратной клетчатой доске  $8 \times 8$  со стороной клетки, равной одному сантиметру?
4. На клетчатой доске  $21 \times 21$  фишку двигали из одного угла в другой, делая ходы только вправо, вверх или право-вверх по диагонали. Ходов в каждом направлении было поровну. Найдите число возможных маршрутов, если известно, что фишку не могли двигать два хода подряд по диагонали.
5. Натуральные числа  $k$ ,  $m$  и  $n$  таковы, что  $(k - m)$  – простое число и  $3n^2 = n(k + m) + km$ . Докажите, что число  $8n + 1$  является точным квадратом.