

8 КЛАСС

Вариант 1

1. На одну и ту же сумму денег можно купить или 20 зелёных груш, или 12 жёлтых. Сколько в среднем груш можно купить на эту сумму денег?
2. Известно, что $xy = 9$ и $11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$. Найдите $x^3 + y^3$.
3. Белке надо было перенести двух бельчат в соседний лес, находящийся на расстоянии 2,8 км. Белка понесла одного бельчонка, а второй пошёл следом. Когда соседний лес показался, белка ссадила первого бельчонка, который пошёл дальше пешком, а сама вернулась за вторым, и когда встретила, понесла его. Все трое попали в соседний лес в одно и то же время. Белка скачет со скоростью 4 км/час (с бельчонком или без). Бельчата идут со скоростью 1 км/час. Сколько времени им понадобилось, чтобы одновременно попасть в соседний лес?
4. У Матвея есть N квадратных плиток размером 1×1 . Он может выложить из всех плиток прямоугольник, у которого короткая сторона больше 1, а длинная сторона на 11 длиннее короткой стороны. Матвей попробовал выложить из всех плиток квадрат, но у него осталось 8 плиток. Чему может равняться число плиток N ?
5. Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ равна 12 и разделена точками E и F на три равные части. Прямые DE и DF пересекают стороны AB и BC соответственно в точках K и L . Найдите длину KL .

Вариант 2

1. У одного продавца можно купить 6 кг картофеля за 300 рублей, а у другого на ту же сумму денег можно купить 4 кг картофеля. Сколько в среднем картофеля можно купить на 300 рублей?
2. Известно, что $xy = 8$ и $9x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 340$. Найдите $x^2 + y^2$.
3. У бельчонка есть N квадратных плиток размером 1×1 . Он может выложить из всех плиток прямоугольник, у которого короткая сторона больше 2, а длинная сторона на 7 длиннее короткой стороны. Бельчонок попробовал выложить из всех плиток квадрат, но у него осталось 17 плиток. Чему может равняться число плиток N ?
4. Принцессам Эльзе и Жасмин надо было одновременно попасть из Тридевятого королевства в Тридесятое, расстояние между королевствами составляет 80 км. Волк решил им помочь, но возить сразу двух принцесс он не мог. Волк повёз на себе Эльзу, а Жасмин пошла пешком. Через некоторое время волк ссадил Эльзу, которая пошла дальше пешком, а сам вернулся за Жасмин, и когда встретил её, повёз на себе. Все трое попали в Тридесятое королевство в одно и то же время. Волк скакал со скоростью 20 км/час (с принцессой или без). Принцессы пешком шли со скоростью 4 км/час. Сколько времени им понадобилось, чтобы одновременно попасть в Тридесятое королевство?
5. В треугольнике ABC угол $C = 30^\circ$, точка D – середина стороны BC , $\angle BDA = 45^\circ$. Найдите $\angle BAD$.

Вариант 3

1. Федя покупал корм для собаки. В одном магазине он купил 3 кг корма за 400 рублей, а в другом на ту же сумму денег купил 5 кг корма. Сколько в среднем корма можно купить на 400 рублей?

2. Известно, что $xy = 12$ и $6x + 6y - 3xy^2 + 2x^2y = 150$. Найдите $x^2 + y^2$.

3. У бельчонка есть N квадратных плиток размером 1×1 . Он может выложить из всех плиток прямоугольник, у которого короткая сторона больше 2, а длинная сторона на 19 длиннее короткой стороны. Бельчонок попробовал выложить из всех плиток квадрат, но ему не хватило 7 плиток. Чему может равняться число плиток N ?

4. Атосу, Арамису и Портосу надо было добраться до крепости Ля Рошель, которая находилась на расстоянии 63 км, но только у Портоса был конь. Портос с Атосом поехали на коне, а Арамис пошёл следом. Через некоторое время Портос ссадил Атоса, который пошёл дальше пешком, а сам на коне поехал назад, и когда встретил Арамиса, посадил его к себе на коня, и они поскакали в крепость. Все трое попали в крепость в одно и то же время. Портос скакал на коне со скоростью 18 км/час (с пассажиром или без). Мушкетёры шли пешком со скоростью 6 км/час. Сколько времени им понадобилось, чтобы одновременно попасть в крепость?

5. В трапеции $ABCD$ основание AD параллельно BC , $AD > BC$. Середины оснований AD и BC обозначены соответственно K и M , середины диагоналей AC и BD обозначены соответственно L и N . Оказалось, что $KM = LN$. Докажите, что угол $ABD > 90^\circ$.

Вариант 4

1. Квадратная таблица 3×3 заполнена 9 целыми неотрицательными числами (среди которых могут быть равные) так, что все 6 чисел, равные суммам по строкам и столбцам, различны. Какова наименьшая возможная сумма 9 чисел в таблице?

2. Бельчонок Вася нашёл корни уравнения $x^2 - 4x + a = 0$, потом увеличил на 1 свободный член, и нашёл корни нового уравнения. Оказалось, что модуль разности между корнями увеличился на 0,5. Чему равняется a ?

3. Числа a и b – натуральные, и $a < b$. От прямоугольника размером $a \times b$ отрезали квадрат со стороной a . От оставшегося прямоугольника отрезали квадрат со стороной, равной меньшей стороне оставшегося прямоугольника. Эту операцию повторяли до тех пор, пока весь прямоугольник не был разрезан на квадраты с целыми сторонами. Известно, что при разрезании получились квадраты 10 разных размеров. Найдите наименьшие размеры исходного прямоугольника.

4. Жители города участвовали в лыжном забеге. На трассе стояли наблюдатели. Мимо первого наблюдателя пробежал лыжник № 1, через время T – № 2, ещё через время T – № 3. Мимо второго наблюдателя эти лыжники пробежали также через одинаковые промежутки времени T , но в другом порядке: № 1, № 3, № 2. Известно, что у лыжника № 3 скорость 18 км/ч, а у лыжника № 2 скорость 9 км/ч. Найдите скорость лыжника № 1.

5. В прямоугольнике $ABCD$ точка M – середина стороны CD . На стороне BC выбрана точка N так, что AM является биссектрисой угла NAD . Найдите угол AMN .