

10 КЛАСС

На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

1) У Тимофея и Лены одинаковые наборы чисел, среднее которых равняется a . Тимофей добавил к своему набору число 100, и среднее уменьшилось на 12. Лена добавила к своему набору число 1000, и среднее увеличилось на 18. Чему равно a ?

Правильный ответ: 460.

2) Сколько существует пар натуральных чисел m и n , таких, что уравнения $x^2 + mx + n = 0$ и $x^2 + nx + m = 0$ оба не имеют различных действительных решений? Пары (m, n) и (n, m) считаются за одну пару.

Правильный ответ: 5.

3) В прямоугольнике $ABCD$ периметр на 34 больше стороны AB . Точка K – середина стороны CD , $AK = 13$. Чему равна площадь прямоугольника?

Правильный ответ: 120.

4) Сколько существует целых положительных чисел, не превышающих 1771, которые не являются делителями числа 1771, но имеют с этим числом общий множитель, больший 1?

Правильный ответ: 444.

5) В треугольнике со сторонами 6, 7, 8, через центр вписанной окружности проведена прямая, параллельная стороне длины 6. Эта прямая пересекает две другие стороны треугольника в точках A и B . Найдите длину отрезка AB , представьте длину в виде несократимой дроби $\frac{m}{n}$, и запишите в ответ число $m + n$.

Правильный ответ: 37.

6) Сколько существует натуральных чисел n таких, что $\frac{n}{1000-n}$ является квадратом целого числа?

Правильный ответ: 4.

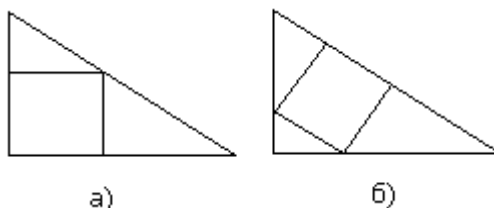
7) Известно, что $a + b + c = 0$ и $ab + bc + ac = -49$. Найдите величину $a^3b + b^3c + c^3a$.

Правильный ответ: -2401 .

8) По кругу расставлены в случайном порядке все 10 цифр. Начиная с цифры 1, по часовой стрелке цифры группируются по 2. Таким образом образуются 5 двузначных чисел, и находится их сумма (число, начинающееся с 0, тоже рассматривается как двузначное, $\overline{0a} = a$). Если начать не с 1, а с цифры, следующей за 1, то получится другая сумма. Какова наименьшая возможная разность между этими суммами (по абсолютной величине)?

Правильный ответ: 9.

9) В прямоугольный треугольник вписали квадрат двумя способами (см. рисунок). В случае а) площадь квадрата равна 529, а в случае б) площадь квадрата равна 528. Чему равен квадрат длины гипотенузы прямоугольного треугольника?



Правильный ответ: 279312.

10) В классном журнале записаны по алфавиту фамилии 18 учеников. Когда учитель проводит опрос, он вызывает некоторых учеников. Учитель никогда не вызывает двух учеников, чьи фамилии записаны подряд. Но среди невызванных не бывает больше двух учеников, чьи фамилии записаны подряд. Сколько разных вариантов существует для проведения опроса?

Правильный ответ: 265.