

11 КЛАСС

На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

1) При каком наибольшем натуральном m число $m^8 + m^6 + m^4 + m^2 + 100$ делится на $m + 1$?

Правильный ответ: 103.

2) В описанном пятиугольнике $KLMNP$ даны длины сторон $KL = 10$, $LM = 9$, $MN = 11$, $NP = 8$, $PK = 12$. Диагонали KM и LP пересекаются в точке X . Найдите отношение площадей треугольников KXN и LXN .

Правильный ответ: 4.

3) Известно, что $1 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{100} \leq 2^{50}$. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_3}{x_4} + \dots + \frac{x_{99}}{x_{100}}$.

Правильный ответ: 25.

4) На хоккейный турнир съехались 12 команд. Каждая с каждой должна сыграть не более чем по одному разу. Сколькими способами можно составить расписание первых двух туров? (В каждом туре все команды разбиваются на пары и все матчи проходят одновременно; важно, в каком именно туре команды встречаются.)

Правильный ответ: 62785800.

5) В выражении $(a + b + c)^{2026} + (a - b - c)^{2026}$ раскрыли скобки и привели подобные члены. Сколько получилось одночленов $a^k b^m c^n$ с коэффициентами отличным от нуля?

Правильный ответ: 1028196.

6) Найдите число ожерелий без застёжки, составленных из 101 синей и 4 красных бусин, где красные бусины не находятся рядом.

Правильный ответ: 40425.

7) Последовательность $\{x_n\}$ строится следующим образом: $x_0 = 0$, $x_n = x_{n-1} + 1$, если частное от деления n на максимальную степень тройки, входящую в его разложение, сравнимо с 1 по модулю 3 и $x_n = x_{n-1} - 1$ в противном случае. Найдите x_{2030} .

Правильный ответ: 2.

8) Даны два натуральных числа $a > b$, причем $a = (a - b)^2$, $b = 6 \cdot \text{НОД}(a, b)$. Найдите $\text{НОК}(a, b)$. Если ответов несколько, в ответ запишите наибольшее из полученных чисел.

Правильный ответ: 294.

9) Точка M с абсциссой (-2) принадлежит гиперболе $y = \frac{1}{x}$. Через M проведены две прямые с угловыми коэффициентами 2 и $\frac{1}{2}$, пересекающие гиперболу в точках K и L (отличных от точки M) соответственно. Найдите координаты центра описанной окружности треугольника KLM . В ответ запишите сумму координат полученной точки.

Правильный ответ: 0,625.

10) Две окружности касаются друг друга внутренним образом в точке K . Хорда PQ большей окружности касается меньшей окружности в точке R . Отрезки PK и QK пересекают меньшую окружность в точках P_1 и Q_1 соответственно. Найдите площадь треугольника PQK , если $PR = 7$, $QR = 5$, $P_1Q_1 = 9$. В ответ укажите квадрат полученной величины.

Правильный ответ: 3456.