

## Информатика, 10 класс, решения

Вариант 1.

№	Правильный ответ	Балл	Прим
1.	Можно сделать 5 строк, в которых $A \wedge \neg B = 1$ , и ещё 4 строки, в которых $C \wedge B = 1$ , итого 9 единиц. Очевидно, что их можно сделать различными для максимизации количества единиц, ведь других ограничений нет.	16	
2.	<p>Заметим, что если есть только две клетки, то сумма на них равна 3, а если есть хотя бы 3 клетки, то сумма будет 4 или больше, следовательно, нельзя разрезать</p> <p>1) Выигрывает второй игрок, если первый игрок сделает горизонтальный разрез, то второму игроку тоже нужно сделать такой же, если вертикальный, то и ему тоже. Горизонтальных разрезов можно сделать 2, вертикальных 4, чётное число ходов.</p> <p>2) Выигрывает первый игрок, разрезав на две одинаковые части по 20 на 11. Дальше надо действовать симметрично, если второй игрок сделает с одним куском что-то, первый игрок делает то же самое, но со вторым.</p> <p>3) В этом варианте игры все прямоугольники будут размера 1 на n, потому для удобства будем просто писать в таком случае кусочек размера n. Дальше заметим, что куски размером от 3 до 5 нельзя разрезать, а от 6 до 8 разрезать можно разрезать только один раз. Потому если кусочек размером 3, 4 или 5 появляется, его можно выбросить, на игру он не влияет. Первым ходом надо разрезать прямоугольник на куски размером 9 и 10. Возможные ответы второго игрока: (3, 6, 10), (4, 5, 10), (9, 3, 7), (9, 4, 6), (9, 5, 5). В последнем случае надо разрезать 9 и ходы закончатся, в первых 4 можно всегда оставить два кусочка от 6 до 8, и останется чётное число ходов.</p> <p>4) Кусок с чётной стороной можно, как в случае 2, разрезать пополам и повторять действия противника. Кусок со сторонами 1 и 11 же является проигрышным, в нём можно провести только два разреза, и если Полина ходит там, Вера просто дорежет этот кусочек и их позиции не изменятся.</p>	21	
3.	<p>Ответ: 5984. Первая половина должна содержать все цифры от 0 до 3, чтобы во второй половине были все цифры от 4 до 7. Надо выбрать три места в первой половине, с которых начинается 1, 2, и 3. Выбрав эти места, с них будет дальше цифры 1, 2 и 3 вплоть до</p>	18	

	<p>последующего места, либо же до середины. Выбрать можно из 34 мест, потому что на первом месте обязан стоять хотя бы один 0. Итого <math>34 \cdot 33 \cdot 32 / 6</math> и будет ответом.</p>		
4.	<p>Вместо того, чтобы программировать эту функцию и запускать её напрямую, лучше понять, что она делает. Она выдаёт число вида <math>8 \cdot u + 3 \cdot y + 1 \cdot v</math>, где <math>v</math> это число двоек, которые делят число, <math>y</math> число троек, которые делят это число. <math>U</math> же это количество 6, которые мы можем отнять от числа, пока оно не станет меньшим или равным 1. Например, для 5 и 7 это 1, для 11 и 13 это 2. Его можно вычислить по формуле <math>(n+1)//6</math>, где два слэша это целочисленное деление с округлением вниз. Итого если мы хотим получить 8, нам нужно минимальное число 5, если 16, то 11, если 24, то 17. То есть мы делим изначально заданное <math>n</math> на 8, умножаем на 6 и отнимаем 1. Чтобы получить числа, не делящиеся на 8, нам нужно набрать как можно больше 3 для начала, затем двоек в произведении.</p> <pre>n = int(input()) B, ost = n // 8, n % 8 if B &gt; 0:     m1 = B * 6 - 1 else:     m1 = 1 m2 = 3 ** (ost // 3) * 2 ** (ost % 3) print(m1 * m2)</pre> <p>Ответы на тесты: 356, 118782, 396708</p>	20	
5.	<pre>from functools import lru_cache @lru_cache() def f(n, m):     if m == 0:         if 1 &gt; n &gt; -2:             return 1         else:             return 0     return 2*(f(n - 2, m - 1) + f(n - 3, m - 1)) print(f(map(int, input().split())))</pre> <p>Ответы на тесты: 64, 16400384, 423402405888</p>	25	

Вариант 2.

№	Правильный ответ	Балл	Прим
1.	<p>Если <math>B \rightarrow A = 1</math> в 10 строках из 16 (их 16 так как переменных 4), то только в оставшихся 6 строках будет <math>\neg A \wedge B = 1</math>. Далее, есть только 5 строк, где <math>C</math> равна единице. Эти 5 и 6 строк можно сделать различными, и тогда будет 11 строк, где функция равна 1.</p>	16	
2.	<p>Заметим, что если есть только две клетки, то сумма на них равна 3, а если есть хотя бы 3 клетки, то сумма будет 4 или больше, следовательно, нельзя разрезать</p> <p>1) Выигрывает второй игрок, если первый игрок сделает горизонтальный разрез, то второму игроку тоже нужно сделать такой же, если вертикальный, то и ему тоже. Горизонтальных разрезов можно сделать 2, вертикальных 4, чётное число ходов.</p> <p>2) Выигрывает первый игрок, разрезав на две одинаковые части по 13 на 18. Далее надо действовать симметрично, если второй игрок сделает с одним куском что-то, первый игрок делает то же самое, но со вторым.</p> <p>3) В этом варианте игры все прямоугольники будут размера 1 на <math>n</math>, потому для удобства будем просто писать в таком случае кусочек размера <math>n</math>. Далее заметим, что куски размером от 3 до 5 нельзя разрезать, а от 6 до 8 разрезать можно разрезать только один раз. Потому если кусочек размером 3, 4 или 5 появляется, его можно выбросить, на игру он не влияет. Первым ходом надо разрезать прямоугольник на куски размером 9 и 10. Возможные ответы второго игрока: (3, 6, 10), (4, 5, 10), (9, 3, 7), (9, 4, 6), (9, 5, 5). В последнем случае надо разрезать 9 и ходы закончатся, в первых 4 можно всегда оставить два кусочка от 6 до 8, и останется чётное число ходов.</p> <p>4) Кусок с чётной стороной можно, как в случае 2, разрезать пополам и повторять действия противника. Кусок со сторонами 1 и 11 же является проигрышным, в нём можно провести только два разреза, и если Полина ходит там, Вера просто дорежет этот кусочек и их позиции не изменятся.</p>	20	
3.	<p>Ответ: 9139. Первая половина должна содержать все цифры от 6 до 3, чтобы во второй половине были все цифры от 3 до 0. Надо выбрать три места в первой половине, с которых начинается 5, 4, и 3. Выбрав эти места, с них будет дальше цифры 5, 4 и 3 вплоть до последующего места, либо же до середины. Выбрать можно из 39 мест, потому что на первом месте обязана</p>	18	

	стоять хотя бы одна 6. Итого $39 \cdot 38 \cdot 37 / 6$ и будет ответом.		
4.	<p>Вместо того, чтобы программировать эту функцию и запускать её напрямую, лучше понять, что она делает. Она выдаёт число вида <math>7 \cdot u + 3 \cdot y + 1 \cdot v</math>, где <math>v</math> это число двоек, которые делят число, <math>y</math> число троек, которые делят это число. У же это количество 6, которые мы можем отнять от числа, пока оно не станет меньшим или равным 1. Например, для 5 и 7 это 1, для 11 и 13 это 2. Его можно вычислить по формуле <math>(n+1)//6</math>, где два слэша это целочисленное деление с округлением вниз. Итого если мы хотим получить 7, нам нужно минимальное число 5, если 14, то 11, если 21, то 17. То есть мы делим изначально заданное <math>n</math> на 7, умножаем на 6 и отнимаем 1. Чтобы получить числа, не делящиеся на 7, нам нужно набрать как можно больше 3 для начала, затем двоек в произведении.</p> <pre>n = int(input()) B, ost = n // 7, n % 7 if B &gt; 0:     m1 = B * 6 - 1 else:     m1 = 1 m2 = 3 ** (ost // 3) * 2 ** (ost % 3) print(m1 * m2)</pre> <p>Ответы на тесты: 570, 24980, 479943</p>	21	
5.	<pre>from functools import lru_cache @lru_cache() def f(n, m):     if m == 0:         if 1 &gt; n &gt; -2:             return 1         else:             return 0     return 2*(f(n - 2, m - 1) + f(n - 3, m - 1)) print(f(map(int, input().split())))</pre> <p>Ответы на тесты: 64, 16400384, 423402405888</p>	25	

### Вариант 3.

№	Правильный ответ	Балл	Прим
1.	Если $A \rightarrow B = 1$ в 13 строках из 16 (их 16 так как переменных 4), то только в оставшихся 3 строках будет $A \wedge \neg B = 1$ . Дальше, есть только 5 строк, где $C$ равна	16	

	единице. Эти 5 и 3 строки можно сделать различными, и тогда будет 8 строк, где функция равна 1.		
2.	<p>Заметим, что если есть только две клетки, то сумма на них равна 3, а если есть хотя бы 3 клетки, то сумма будет 4 или больше, следовательно, нельзя разрезать</p> <p>1) Выигрывает второй игрок, если первый игрок сделает горизонтальный разрез, то второму игроку тоже нужно сделать такой же, если вертикальный, то и ему тоже. Горизонтальных разрезов можно сделать 2, вертикальных 4, чётное число ходов.</p> <p>2) Выигрывает первый игрок, разрезав на две одинаковые части по 13 на 18. Дальше надо действовать симметрично, если второй игрок сделает с одним куском что-то, первый игрок делает то же самое, но со вторым.</p> <p>3) В этом варианте игры все прямоугольники будут размера 1 на n, потому для удобства будем просто писать в таком случае кусочек размера n. Дальше заметим, что куски размером от 3 до 5 нельзя разрезать, а от 6 до 8 разрезать можно разрезать только один раз. Потому если кусочек размером 3, 4 или 5 появляется, его можно выбросить, на игру он не влияет. Первым ходом надо могут получиться следующие варианты: (14), (13), (12), (6, 11), (7, 10), (8, 9). Любой из них Вера может привести к тому, что будут, по сути, только два кусочка размером от 6 до 8, то есть останется ровно два разреза, и таким образом Вера выигрывает.</p> <p>4) Кусок с чётной стороной можно, как в случае 2, разрезать пополам и повторять действия противника. Кусок со сторонами 1 и 11 же является проигрышным, в нём можно провести только два разреза, и если Полина ходит там, Вера просто дорежет этот кусочек и их позиции не изменяться.</p>	21	
3.	<p>Ответ: 1176. Первая половина должна содержать все цифры от 0 до 2, чтобы во второй половине были все цифры от 2 до 4. Надо выбрать два места в первой половине, с которых начинается 1 и 2. Выбрав эти места, с них будет дальше цифры 1 и 2 вплоть до последующего места, либо же до середины. Выбрать можно из 49 мест, потому что на первом месте обязан стоять хотя бы один 0. Итого <math>49 \cdot 48 / 2</math> и будет ответом.</p>	18	
4.	<p>Вместо того, чтобы программировать эту функцию и запускать её напрямую, лучше понять, что она делает. Она выдаёт число вида <math>9 \cdot u + 4 \cdot y + 1 \cdot v</math>, где v это число</p>	20	

	<p>двоек, которые делят число, у число троек, которые делят это число. У же это количество 6, которые мы можем отнять от числа, пока оно не станет меньшим или равным 1. Например, для 5 и 7 это 1, для 11 и 13 это 2. Его можно вычислить по формуле <math>(n+1)//6</math>, где два слэша это целочисленное деление с округлением вниз. Итого если мы хотим получить 9, нам нужно минимальное число 5, если 18, то 11, если 27, то 17. То есть мы делим изначально заданное <math>n</math> на 9, умножаем на 6 и отнимаем 1. Чтобы получить числа, не делящиеся на 9, нам нужно набрать как можно больше 3 для начала, затем двоек в произведении.</p> <pre>n = int(input()) B, ost = n // 9, n % 9 if B &gt; 0:     m1 = B * 6 - 1 else:     m1 = 1 m2 = 3 ** (ost // 4) * 2 ** (ost % 4) print(m1 * m2)</pre> <p>Ответы на тесты: 616, 88392, 335944</p>		
5.	<pre>from functools import lru_cache @lru_cache() def f(n, m):     if m == 0:         if 1 &gt; n &gt; -2:             return 1         else:             return 0     return 2*(f(n - 2, m - 1) + f(n - 3, m - 1)) print(f(map(int, input().split())))</pre> <p>Ответы на тесты: 64, 16400384, 423402405888</p>	25	

#### Вариант 4

№	Правильный ответ	Балл	Прим
1.	Если $(A \rightarrow B) \wedge C = 1$ в 11 строках из 16 (их 16 так как переменных 4), то только в оставшихся 5 строках будет $A \wedge \neg B = 1$ . Дальше, есть только 4 строки, где $B$ равна единице. Эти 5 и 4 строки можно сделать различными, и тогда будет 9 строк, где функция равна 1.	16	
2.	1) Выигрывает второй игрок, у первого игрока есть возможность разрезать только на прямоугольники 1 на 3 и 2 на 3. После этого второй игрок разрезает 2 на 3 на две одинаковые части. Больше ходов сделать нельзя, так	21	

	<p>как разрезать прямоугольник 1 на 3, не нарушив правило.</p> <p>2) Выигрывает первый игрок, разрезав на две одинаковые части по 7 на 7. Дальше надо действовать симметрично, если второй игрок сделает с одним куском что-то, первый игрок делает то же самое, но со вторым.</p> <p>3) В этом варианте игры все прямоугольники будут размера 1 на n, потому для удобства будем просто писать в таком случае кусочек размера n. Дальше заметим, что куски размером 2 и 3 нельзя разрезать, а 4 и 5 разрезать можно разрезать только один раз. Кусок размера 6 можно разрезать 1 или 2 раза, а кусок размера 7 ровно 2 раза и никак иначе. Потому если кусочек размером 2 и 3 появляется, его можно выбросить, на игру он не влияет. Первый игрок должен разрезать так (5, 10). Дальше возможны следующие ходы: (10), (5, 8), (5, 7), (5, 4, 6), (5, 5, 5). Любую из этих ситуаций можно свести к (5, 5) или (5, 4). Тогда остаётся всего лишь два разреза, и второй игрок выигрывает, потому что именно он делает последний разрез.</p> <p>4) Кусок с чётной стороной можно, как в случае 2, разрезать пополам и повторять действия противника. Кусок со сторонами 1 и 11 же является проигрышным, в нём можно провести только два разреза, и если Полина ходит там, Вера просто дорежет этот кусочек и их позиции не изменяться.</p>		
3.	<p>Ответ: 66045. Первая половина должна содержать все цифры от 0 до 4, чтобы во второй половине были все цифры от 4 до 8. При этом первая половина полностью задаёт вторую. Отдельное внимание надо обратить на 38 цифру, по условию она может быть только 4. Надо выбрать 4 места в первой половине, с которых начинается 1, 2, 3 и 4. Выбрав эти места, с них будет дальше цифры 1, 2, 3 и 4 вплоть до последующего места, либо же до середины. Выбрать можно из 37 мест, потому что на первом месте обязан стоять хотя бы один 0, но 4 могут начинаться прямо с 38 места. Итого <math>37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 / 24</math> и будет ответом.</p>	18	
4.	<p>Вместо того, чтобы программировать эту функцию и запускать её напрямую, лучше понять, что она делает. Она выдаёт число вида <math>8 \cdot u + 2 \cdot y + 1 \cdot v</math>, где v это число двоек, которые делят число, y число троек, которые делят это число. U же это количество 6, которые мы можем отнять от числа, пока оно не станет меньшим или равным 1. Например, для 5 и 7 это 1, для 11 и 13 это 2.</p>	20	

	<p>Его можно вычислить по формуле <math>(n+1)//6</math>, где два слэша это целочисленное деление с округлением вниз. Итого если мы хотим получить 8, нам нужно минимальное число 5, если 16, то 11, если 24, то 17. То есть мы делим изначально заданное <math>n</math> на 8, умножаем на 6 и отнимаем 1. Чтобы получить числа, не делящиеся на 8, нам нужно набрать как можно больше 3 для начала, затем двоек в произведении.</p> <pre>n = int(input()) B, ost = n // 8, n % 8 if B &gt; 0:     m1 = B * 6 - 1 else:     m1 = 1 m2 = 3 ** (ost // 2) * 2 ** (ost % 2) print(m1 * m2)</pre> <p>Ответы на тесты: 4158, 26019, 278778</p>		
5.	<pre>from functools import lru_cache @lru_cache() def f(n, m):     if m == 0:         if 1 &gt; n &gt; -2:             return 1         else:             return 0     return 2*(f(n - 2, m - 1) + f(n - 3, m - 1)) print(f(map(int, input().split())))</pre> <p>Ответы на тесты: 64, 16400384, 423402405888</p>	25	

### Информатика, 10 класс, критерии

1. Приведено полное обоснованное решение - 16 баллов  
Получено, что есть всего 16 (64) возможных значений функции, 2 балла.
2. Рассмотрены все 4 случая, приведено полное описание выигрышной стратегии - 21 балл  
Рассмотрены и подробно описаны только 3 случая выигрышной стратегии – 16 баллов  
Рассмотрены и подробно описаны только 2 случая выигрышной стратегии – 11 баллов  
Рассмотрены и подробно описаны только 1 случай выигрышной стратегии – 5 баллов  
За неполное описание выигрышной стратегии баллы пропорционально снижаются.
3. Приведено полное решение и посчитан ответ – 18 баллов.  
За правильное решение с ошибками при подсчёте (упущена деталь, что на первом месте обязательно ноль или же не до конца проведены расчёты и оставлены в виде ряда) – 14 баллов.  
Обоснованное доказательство того, что шифр определяется лишь первой половиной без дальнейших продвижений – 4 балла.
4. На все тесты программа выдает верный ответ – 20 баллов.  
Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 – 14 баллов.  
Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 – 7 баллов.
5. На все тесты программа выдает верный ответ – 25 баллов.  
Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 – 16 баллов.  
Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 – 8 баллов.