

Информатика. 10 класс

1 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Каждое из логических выражений A , B и C зависит от одного и того же набора из 4 переменных. В таблицах истинности функции $A \rightarrow B$ содержится 11 единиц. В таблице истинности функции $\neg C$ содержится 12 единиц. Каково максимально возможное число единиц в столбце значений таблицы истинности выражения $(A \wedge \neg B) \vee (C \wedge B)$?

(16 баллов)

2. Полина и Вера играют в следующую игру. На клетчатой бумаге размером m на n клеток в каждой клетке написана либо 1, либо 2. Написаны они в шахматном порядке, в левом верхнем углу 1, затем 2 и так далее.

Для примера доска размером 3 на 6:

121212

212121

121212

У них есть ножницы. В свой ход они могут сделать один вертикальный или горизонтальный разрез бумаги (при этом разрезав её на два отдельных прямоугольника с целочисленными сторонами), но только таким образом, что на каждом из двух оставшихся прямоугольников сумма чисел в клетках должна быть не меньше 4. После первого хода получается два отдельных прямоугольных листка бумаги, и на следующий ход второй игрок может взять любой из них и также разрезать, и так далее. Кто не сможет сделать ход, тот проиграл.

Первой ходит Полина. Кто выиграет при правильной игре в следующих 3 случаях: бумага 3 на 5, бумага 11 на 40, бумага 1 на 19, и в случае, если с бумагой 11 на 51 первый игрок уже сделал ход и получил 1 на 11 и 50 на 11. Требуется не только указать, кто выиграет, но и стратегию для побеждающего игрока.

(21 балл)

3. Шифр состоит из чисел в восьмеричной системе счисления и имеет длину в 70 символов. Шифр обязан содержать все цифры из восьмеричной системы счисления от 0 до 7, и при этом они должны стоять в порядке неубывания (то есть сначала все 0, потом все 1 и так далее). К тому же, у любых двух цифр с номерами i и $70 - i + 1$ сумма этих цифр равна 7.

Сколько таких шифров существует?

(18 баллов)

4. Рекурсивная функция устроена следующим образом:

$$f(n) = 0, \text{ если } n \leq 1$$

$$f(n) = f(n/2) + 1, \text{ если } n - \text{чётное}$$

$$f(n) = f(n/3) + 3, \text{ если } n - \text{нечётное и делится на } 3$$

$$f(n) = f(n-6) + 8 \text{ во всех остальных случаях}$$

По заданному натуральному числу нужно определить, для какого минимального n эта функция даст в ответ это число.

Входные данные: подается число n от 1 до 70000.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
1	2
7	18
12	30

(20 баллов)

5. На доске размером 2 на n нужно расставить m шахматных королей таким образом, чтобы никакие два короля не били друг друга и при этом на поле не осталось бы места, чтобы поставить ещё одного короля. Программа должна вывести количество этих расстановок либо 0, если никаким образом m королей расставить нельзя. Шахматные короли бьют друг друга, если стоят на соседних клетках, в том числе и по диагонали. В программу вводятся два числа n и m через пробел в одной строке.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
3 2	4
4 3	0

(25 баллов)

Информатика. 10 класс

2 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Каждое из логических выражений A , B и C зависит от одного и того же набора из 4 переменных. В таблицах истинности функции $B \rightarrow A$ содержится 10 единиц. В таблице истинности функции $\neg C$ содержится 11 единиц. Каково максимально возможное число единиц в столбце значений таблицы истинности выражения $(\neg A \wedge B) \vee (C \wedge \neg B)$?

(16 баллов)

2. Полина и Вера играют в следующую игру. На клетчатой бумаге размером m на n клеток в каждой клетке написана либо 1, либо 2. Написаны они в шахматном порядке, в левом верхнем углу 1, затем 2 и так далее.

Для примера доска размером 3 на 6:

121212

212121

121212

У них есть ножницы. В свой ход они могут сделать один вертикальный или горизонтальный разрез бумаги (при этом разрезав её на два отдельных прямоугольника), но только таким образом, что на каждом из двух оставшихся прямоугольников сумма чисел в клетках должна быть не меньше 4. После первого хода получается два отдельных прямоугольных листка бумаги, и на следующий ход второй игрок может взять любой из них и также разрезать, и так далее. Кто не сможет сделать ход, тот проиграл.

Первой ходит Полина. Кто выиграет при правильной игре в следующих 3 случаях: бумага 5 на 3, бумага 13 на 36, бумага 1 на 19 и в случае, если с бумагой 11 на 51 первый игрок уже сделал ход и получил 1 на 11 и 50 на 11. Требуется не только указать, кто выиграет, но и стратегию для побеждающего игрока.

(21 балл)

3. Шифр состоит из чисел в семеричной системе счисления и имеет длину в 80 символов. Шифр обязан содержать все цифры из шестеричной системы счисления от 0 до 6 и при этом они должны стоять в порядке невозрастания (то есть сначала все 6, потом все 5 и так далее). К тому же, у любых двух цифр с номерами i и $80 - i + 1$ сумма этих цифр равна 6.

Сколько таких шифров существует?

(18 баллов)

4. Рекурсивная функция устроена следующим образом:

$$f(n) = 0, \text{ если } n \leq 1$$

$$f(n) = f(n/2) + 1, \text{ если } n - \text{чётное}$$

$$f(n) = f(n/3) + 3, \text{ если } n - \text{нечётное и делится на } 3$$

$$f(n) = f(n-6) + 7 \text{ во всех остальных случаях}$$

По заданному натуральному числу нужно определить, для какого минимального n эта функция даст в ответ это число.

Входные данные: подается число n от 1 до 70000.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
1	2
6	9
12	60

(20 баллов)

5. На доске размером 2 на n нужно расставить m шахматных королей таким образом, чтобы никакие два короля не били друг друга и при этом на поле не осталось бы места, чтобы поставить ещё одного короля. Программа должна вывести количество этих расстановок либо 0, если никаким образом m королей расставить нельзя. Шахматные короли бьют друг друга, если стоят на соседних клетках, в том числе и по диагонали. В программу вводятся два числа n и m через пробел в одной строке.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
3 2	4
4 3	0

(25 баллов)

Информатика. 10 класс

3 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Каждое из логических выражений A , B и C зависит от одного и того же набора из 4 переменных. В таблицах истинности функции $A \rightarrow B$ содержится 13 единиц. В таблице истинности функции $\neg C$ содержится 11 единиц. Каково максимально возможное число единиц в столбце значений таблицы истинности выражения $(A \wedge \neg B) \vee (C \wedge B)$?

(16 баллов)

2. Полина и Вера играют в следующую игру. На клетчатой бумаге размером m на n клеток в каждой клетке написана либо 1, либо 2. Написаны они в шахматном порядке, в левом верхнем углу 1, затем 2 и так далее.

Для примера доска размером 3 на 6:

121212

212121

121212

У них есть ножницы. В свой ход они могут сделать один вертикальный или горизонтальный разрез бумаги (при этом разрезав её на два отдельных прямоугольника), но только таким образом, что на каждом из двух оставшихся прямоугольников сумма чисел в клетках должна быть не меньше 4. После первого хода получается два отдельных прямоугольных листка бумаги, и на следующий ход второй игрок может взять любой из них и также разрезать, и так далее. Кто не сможет сделать ход, тот проиграл.

Первой ходит Полина. Кто выиграет при правильной игре в следующих 3 случаях: бумага 3 на 5, бумага 20 на 59, бумага 1 на 17 и в случае, если с бумагой 11 на 51 первый игрок уже сделал ход и получил 1 на 11 и 50 на 11. Требуется не только указать, кто выиграет, но и стратегию для побеждающего игрока.

(21 балл)

3. Шифр состоит из чисел в пятеричной системе счисления и имеет длину в 100 символов. Шифр обязан содержать все цифры из пятеричной системы счисления от 0 до 4 и при этом должны стоять в порядке возрастания (то есть сначала все 0, потом все 1 и так далее). К тому же, у любых двух цифр с номерами i и $100 - i + 1$ сумма этих цифр равна 4.

Сколько таких шифров существует?

(18 баллов)

4. Рекурсивная функция устроена следующим образом:

$$f(n) = 0, \text{ если } n \leq 1$$

$$f(n) = f(n/2) + 1, \text{ если } n - \text{чётное}$$

$$f(n) = f(n/3) + 4, \text{ если } n - \text{нечётное и делится на } 3$$

$$f(n) = f(n-6) + 9 \text{ во всех остальных случаях}$$

По заданному натуральному числу нужно определить, для какого минимального n эта функция даст в ответ это число.

Входные данные: подается число n от 1 до 70000.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
1	2
7	24
12	40

(20 баллов)

5. На доске размером 2 на n нужно расставить m шахматных королей таким образом, чтобы никакие два короля не били друг друга и при этом на поле не осталось бы места, чтобы поставить ещё одного короля. Программа должна вывести количество этих расстановок либо 0, если никаким образом m королей расставить нельзя. Шахматные короли бьют друг друга, если стоят на соседних клетках, в том числе и по диагонали. В программу вводятся два числа n и m через пробел в одной строке.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
3 2	4
4 3	0

(25 баллов)