

Информатика. 11 класс

1 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Каждое из логических выражений A , B и C зависит от одного и того же набора из 5 переменных. В таблицах истинности функции $A \rightarrow B$ содержится 27 единиц. В таблице истинности функции $\neg C$ содержится 28 единиц.

Каково максимально возможное число единиц в столбце значений таблицы истинности выражения $(A \wedge \neg B) \vee (C \wedge B)$?

(16 баллов)

2. Полина и Вера играют в следующую игру. На клетчатой бумаге размером m на n клеток в каждой клетке написана либо 3, либо 2. Написаны они в шахматном порядке, в левом верхнем углу 3, затем 2 и так далее.

Для примера доска размером 3 на 6:

323232

232323

323232

У них есть ножницы. В свой ход они могут сделать один вертикальный или горизонтальный разрез бумаги (при этом разрезав её на два отдельных прямоугольника), но только таким образом, что на каждом из двух оставшихся прямоугольников сумма чисел в клетках должна быть не меньше 7. После первого хода получается два отдельных прямоугольных листка бумаги, и на следующий ход второй игрок может взять любой из них и также разрезать, и так далее. Кто не сможет сделать ход, тот проиграл.

Первой ходит Полина. Кто выиграет при правильной игре в следующих 3 случаях: бумага 3 на 5, бумага 11 на 40, бумага 1 на 19, и в случае, если с бумагой 11 на 51 первый игрок уже сделал ход и получил 1 на 11 и 50 на 11. Требуется не только указать, кто выиграет, но и стратегию для побеждающего игрока.

(20 баллов)

3. Шифр состоит из чисел в восьмеричной системе счисления и имеет длину в 70 символов. Цифры в шифре должны стоять в порядке неубывания. К тому же, у любых двух цифр с номерами i и $70 - i + 1$ сумма этих цифр равна 7.

Сколько таких шифров существует?

(18 баллов)

4. В файле вводится последовательность из заглавных букв латинского алфавита A, B, C, D, E, F. Назовём подстроку достаточно хаотичной, если в ней ни одна двухбуквенная комбинация не встречается более двух раз. Например, DDEFADDE достаточно хаотична, а вот DEFFEDDEFFDE уже нет (в ней DE встречается трижды).

Найдите наибольшую достаточно хаотичную подстроку и выведите её длину. Учтите, что комбинации вроде FFF содержат в себе две комбинации FF (одна как первая и вторая буква и одна как вторая и третья).

(21 балл)

5. На доске размером 3 на n нужно расставить m императоров таким образом, чтобы никакие два императора не били друг друга и при этом на поле не осталось бы места, чтобы поставить ещё одного императора. Программа должна вывести количество этих расстановок либо 0, если никаким образом m королей расставить нельзя. Императоры бьют на одну или две клетки по вертикали, горизонтали и диагонали и могут бить как шахматный конь (сразу на две клетки по горизонтали и одну по вертикали и наоборот). В программу вводятся два числа n и m через пробел в одной строке.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
4 2	9
5 3	0

(25 баллов)

Информатика. 11 класс

2 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Каждое из логических выражений A , B и C зависит от одного и того же набора из 5 переменных. В таблицах истинности функции $B \rightarrow A$ содержится 26 единиц. В таблице истинности функции $\neg C$ содержится 27 единиц.

Каково максимально возможное число единиц в столбце значений таблицы истинности выражения $(\neg A \wedge B) \vee (C \wedge \neg B)$?

(16 баллов)

2. Полина и Вера играют в следующую игру. На клетчатой бумаге размером m на n клеток в каждой клетке написана либо 3, либо 2. Написаны они в шахматном порядке, в левом верхнем углу 3, затем 2 и так далее.

Для примера доска размером 3 на 6:

323232

232323

323232

У них есть ножницы. В свой ход они могут сделать один вертикальный или горизонтальный разрез бумаги (при этом разрезав её на два отдельных прямоугольника), но только таким образом, что на каждом из двух оставшихся прямоугольников сумма чисел в клетках должна быть не меньше 7. После первого хода получается два отдельных прямоугольных листка бумаги, и на следующий ход второй игрок может взять любой из них и также разрезать, и так далее. Кто не сможет сделать ход, тот проиграл.

Первой ходит Полина. Кто выиграет при правильной игре в следующих 3 случаях: бумага 5 на 3, бумага 13 на 36, бумага 1 на 19, и в случае, если с бумагой 11 на 51 первый игрок уже сделал ход и получил 1 на 11 и 50 на 11. Требуется не только указать, кто выиграет, но и стратегию для побеждающего игрока.

(20 баллов)

3. Шифр состоит из чисел в семеричной системе счисления и имеет длину в 80 символов. Цифры в шифре должны стоять в порядке невозрастания. При этом сумма цифр с номерами i и $80 - i + 1$ равна 6.

Сколько таких шифров существует?

(18 баллов)

4. В файле вводится последовательность из заглавных букв латинского алфавита A, B, C, D, E, F, G длины не более 100000. Назовём подстроку достаточно хаотичной, если в ней ни одна двухбуквенная комбинация не встречается более двух раз. Например, DDEFADDE достаточно хаотична, а вот DEFFEDDEFFDE уже нет (в ней DE встречается трижды).

Найдите наибольшую достаточно хаотичную подстроку и выведите её длину. Учтите, что комбинации вроде FFF содержат в себе две комбинации FF (одна как первая и вторая буква и одна как вторая и третья).

(21 балл)

5. На доске размером 3 на n нужно расставить m императоров таким образом, чтобы никакие два императора не били друг друга и при этом на поле не осталось бы места, чтобы поставить ещё одного императора. Программа должна вывести количество этих расстановок либо 0, если никаким образом m королей расставить нельзя. Императоры бьют на одну или две клетки по вертикали, горизонтали и диагонали и могут бить как шахматный конь (сразу на две клетки по горизонтали и одну по вертикали и наоборот). В программу вводятся два числа n и m через пробел в одной строке.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
4 2	9
5 3	0

(25 баллов)

Информатика. 11 класс

3 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Каждое из логических выражений A , B и C зависит от одного и того же набора из 5 переменных. В таблицах истинности функции $A \rightarrow B$ содержится 29 единиц. В таблице истинности функции $\neg C$ содержится 26 единиц.

Каково максимально возможное число единиц в столбце значений таблицы истинности выражения $(A \wedge \neg B) \vee (C \wedge B)$?

(16 баллов)

2. Полина и Вера играют в следующую игру. На клетчатой бумаге размером m на n клеток в каждой клетке написана либо 3, либо 2. Написаны они в шахматном порядке, в левом верхнем углу 3, затем 2 и так далее.

Для примера доска размером 3 на 6:

323232

232323

323232

У них есть ножницы. В свой ход они могут сделать один вертикальный или горизонтальный разрез бумаги (при этом разрезав её на два отдельных прямоугольника), но только таким образом, что на каждом из двух оставшихся прямоугольников сумма чисел в клетках должна быть не меньше 7. После первого хода получается два отдельных прямоугольных листка бумаги, и на следующий ход второй игрок может взять любой из них и также разрезать, и так далее. Кто не сможет сделать ход, тот проиграл.

Первой ходит Полина. Кто выиграет при правильной игре в следующих 3 случаях: бумага 3 на 5, бумага 20 на 59, бумага 1 на 17, и в случае, если с бумагой 11 на 51 первый игрок уже сделал ход и получил 1 на 11 и 50 на 11. Требуется не только указать, кто выиграет, но и стратегию для побеждающего игрока.

(20 баллов)

3. Шифр состоит из чисел в пятеричной системе счисления и имеет длину в 100 символов. Цифры должны стоять в порядке неубывания. Кроме того, сумма любых двух цифр с номерами i и $100 - i + 1$ равна 4.

Сколько таких шифров существует?

(18 баллов)

4. В файле вводится последовательность из заглавных букв латинского алфавита С, D, E, F, G, H длины не более 100000. Назовём подстроку достаточно хаотичной, если в ней ни одна двухбуквенная комбинация не встречается более трёх раз. Например, DDEFHDE достаточно хаотична, а вот DEFFEDDEDEDE уже нет (в ней DE встречается 4 раза).

Найдите наибольшую достаточно хаотичную подстроку и выведите её длину. Учтите, что комбинации вроде FFF содержат в себе две комбинации FF (одна как первая и вторая буква и одна как вторая и третья).

5. На доске размером 3 на n нужно расставить m императоров таким образом, чтобы никакие два императора не били друг друга и при этом на поле не осталось бы места, чтобы поставить ещё одного императора. Программа должна вывести количество этих расстановок либо 0, если никаким образом m королей расставить нельзя. Императоры бьют на одну или две клетки по вертикали, горизонтали и диагонали и могут бить как шахматный конь (сразу на две клетки по горизонтали и одну по вертикали и наоборот). В программу вводятся два числа n и m через пробел в одной строке. Пример:

Входные данные	Выходные данные
4 2	9
5 3	0

Информатика. 11 класс

4 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Каждое из логических выражений A , B и C зависит от одного и того же набора из 6 переменных. В таблицах истинности функции $A \rightarrow B$ содержится 49 единиц. В таблице истинности функции $\neg C$ содержится 41 единица.

Каково максимально возможное число единиц в столбце значений таблицы истинности выражения $(A \wedge \neg B) \vee (C \wedge B)$?

(16 баллов)

2. Полина и Вера играют в следующую игру. На клетчатой бумаге размером m на n клеток в каждой клетке написана либо 3, либо 2. Написаны они в шахматном порядке, в левом верхнем углу 3, затем 2 и так далее.

Для примера доска размером 3 на 6:

323232

232323

323232

У них есть ножницы. В свой ход они могут сделать один вертикальный или горизонтальный разрез бумаги (при этом разрезав её на два отдельных прямоугольника), но только таким образом, что на каждом из двух оставшихся прямоугольников сумма чисел в клетках должна быть не меньше 7. После первого хода получается два отдельных прямоугольных листка бумаги, и на следующий ход второй игрок может взять любой из них и также разрезать, и так далее. Кто не сможет сделать ход, тот проиграл.

Первой ходит Полина. Кто выиграет при правильной игре в следующих 3 случаях: бумага 3 на 5, бумага 11 на 40, бумага 1 на 25, и в случае, если с бумагой 11 на 51 первый игрок уже сделал ход и получил 1 на 11 и 50 на 11. Требуется не только указать, кто выиграет, но и стратегию для побеждающего игрока.

(20 баллов)

3. Шифр состоит из чисел в восьмеричной системе счисления и имеет длину в 75 символов. Цифры в шифре при этом должны стоять в порядке неубывания (то есть сначала все 0, потом все 1 и так далее). К тому же, у любых двух цифр с номерами i и $75 - i + 1$ сумма этих цифр равна 7.

Сколько таких шифров существует?

(18 баллов)

4. В файле вводится последовательность из заглавных букв латинского алфавита длины не более 100000. Назовём подстроку достаточно хаотичной, если в ней ни одна трёхбуквенная комбинация не встречается более одного раза. Например, DDEFADЕ достаточно хаотична, а вот DEFFEDEFFF уже нет (в ней DEF встречается дважды).

Найдите наибольшую достаточно хаотичную подстроку и выведите её длину. Учтите, что комбинации вроде FFFF содержат в себе две комбинации FFF (одна как первая, вторая и третья буква и одна как вторая, третья и четвёртая).

(21 балл)

5. На шахматной доске размером 3 на n необходимо так разместить m королевских стражей, чтобы они не атаковали друг друга и при этом не оставалось ни одной свободной клетки для дополнительной фигуры. Ваша программа должна определить количество возможных вариантов расстановок этих фигур или вывести 0, если нет способа удовлетворить условия. Стражи могут атаковать на одну или две клетки по вертикали, горизонтали и диагонали, а также двигаться с использованием ходов, аналогичных ходам шахматного коня (сразу на две клетки по горизонтали и одну по вертикали и наоборот). Введите два числа n и m через пробел в одной строке для начала выполнения программы.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
3 1	9
4 3	0

(25 баллов)