

Информатика. 9 класс

1 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Дано арифметическое выражение: $(11_3^N + 1_3)(22_3^N + 10_3)$. Его перевели в двоичную систему счисления, и оказалось, что в ней 900000 нулей.

Для какого минимального числа N такое возможно?

(16 баллов)

2. Полина и Вера играют в следующую игру. Есть клетчатая бумага размером m на n . Первой ходит Полина. Каждый игрок в свой ход должен разрезать бумагу вертикально или горизонтально прямо по линии, после чего получается два прямоугольных кусочка клетчатой бумаги. После этого следующий игрок берёт любой из имеющихся кусочков бумаги и разрезает его точно таким же образом. При этом нельзя разрезать так, чтобы получился кусок бумаги размером 1 на 1. Например, кусок бумаги размером 4 на 3 можно разрезать следующими способами: 1 на 3 и 3 на 3, 2 на 3 и 2 на 3, 4 на 2 и 4 на 1. Кто выиграет при правильной игре и какая для этого игрока будет выигрышная стратегия в следующих случаях: 3 на 3, 6 на 13, 1 на 11, в случае, если изначально была бумага 11 на 43 и первый игрок разрезал её на куски 1 на 11 и 11 на 42.

(21 балл)

3. Две логические функции четырех переменных будем считать различными, если существует хотя бы одна комбинация значений переменных x, y, z и w , для которых логические функции принимают различные значения.

Сколько существует различных логических функций от четырех переменных $F(x, y, z, w)$ таких, что будут одновременно истинны два логических выражения:

$$((x \wedge y) \vee (z \wedge \neg w)) \rightarrow F(x, y, z, w)$$

$$((x \wedge w) \vee (\neg z \wedge y)) \rightarrow F(x, y, z, w)$$

(18 баллов)

4. Рекурсивная функция устроена следующим образом:

$$f(n) = 0, \text{ если } n \leq 1$$

$$f(n) = f(n/2) + 1, \text{ если } n - \text{ чётное}$$

$$f(n) = f(n - 4) + 5, \text{ если } n - \text{ нечётное}$$

По заданному натуральному числу нужно определить, для какого минимального n эта функция даст в ответ это число.

Входные данные: подается число n от 1 до 50000.

Выходные данные: минимальное число, для которого функция даёт такой ответ.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
1	2
5	3
12	28

(20 баллов)

5. Бабушка ставит в погребе банки с огурцами и помидорами. Стоять они должны в один ряд из n банок. Банок из огурцов должно быть хотя бы две и при этом никакие две банки с огурцами не должны стоять через одну (например, если на третьем месте в ряду стоит банка с огурцами, банки с огурцами не могут стоять на первом и пятом месте). Ограничений на количество и размещений банок помидор нет. На вход программе подаётся натуральное число $1 < n < 100$. Надо вывести количество возможных размещений.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
4	4
5	9

(25 баллов)

Информатика. 9 класс

2 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Дано арифметическое выражение: $(4_5^N + 1_5)(13_5^N + 3_5)$. Его перевели в двоичную систему счисления, и оказалось, что в ней больше 800000 нулей.

Для какого минимального числа N такое возможно?

(16 баллов)

2. Полина и Вера играют в следующую игру. Есть клетчатая бумага размером m на n . Первой ходит Полина. Каждый игрок в свой ход должен разрезать бумагу вертикально или горизонтально прямо по линии, после чего получается два прямоугольных кусочка клетчатой бумаги. После этого следующий игрок берёт любой из имеющихся кусочков бумаги и разрезает его точно таким же образом. При этом нельзя разрезать так, чтобы получился кусок бумаги размером 1 на 1. Например, кусок бумаги размером 4 на 3 можно разрезать следующими способами: 1 на 3 и 3 на 3, 2 на 3 и 2 на 3, 4 на 2 и 4 на 1. Кто выиграет при правильной игре и какая для этого игрока будет выигрышная стратегия в следующих случаях: 3 на 5, 8 на 11, 1 на 11, в случае, если изначально была бумага 11 на 43 и первый игрок разрезал её на куски 1 на 11 и 11 на 42.

(21 балл)

3. Две логические функции четырех переменных будем считать различными, если существует хотя бы одна комбинация значений переменных x, y, z и w , для которых логические функции принимают различные значения. Сколько существует различных логических функций от четырех переменных $F(x, y, z, w)$ таких, что будут одновременно истинны два логических выражения:

$$((x \wedge \neg y) \vee (z \wedge \neg w)) \rightarrow F(x, y, z, w)$$

$$((x \wedge w) \vee (\neg z \wedge y)) \rightarrow F(x, y, z, w)$$

(18 баллов)

4. Рекурсивная функция устроена следующим образом:

$$f(n) = 0, \text{ если } n \leq 1$$

$$f(n) = f(n/2) + 1, \text{ если } n - \text{ чётное}$$

$$f(n) = f(n - 4) + 3, \text{ если } n - \text{ нечётное}$$

По заданному натуральному числу нужно определить, для какого минимального n эта функция даст в ответ это число.

Входные данные: подается число n от 1 до 50000.

Выходные данные: минимальное число, для которого функция даёт такой ответ.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
1	2
5	12
12	15

(20 баллов)

5. Бабушка ставит в погребе банки с огурцами и помидорами. Стоять они должны в один ряд из n банок. Банок из огурцов должно быть хотя бы две, и при этом никакие две банки с огурцами не должны стоять через одну (например, если на третьем месте в ряду стоит банка с огурцами, банки с огурцами не могут стоять на первом и пятом месте). Ограничений на количество и размещений банок помидор нет. На вход программе подаётся натуральное число $1 < n < 100$. Надо вывести количество возможных размещений.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
4	4
5	9

(25 баллов)

Информатика. 9 класс

3 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Дано арифметическое выражение: $(11_3^N + 1_3)(22_3^N + 10_3)$. Его перевели в двоичную систему счисления, и оказалось, что в ней есть последовательность из 799 нулей подряд.

Для какого минимального числа N такое возможно?

(16 баллов)

2. Полина и Вера играют в следующую игру. Есть клетчатая бумага размером m на n . Первой ходит Полина. Каждый игрок в свой ход должен разрезать бумагу вертикально или горизонтально прямо по линии, после чего получается два прямоугольных кусочка клетчатой бумаги. После этого следующий игрок берёт любой из имеющихся кусочков бумаги и разрезает его точно таким же образом. При этом нельзя разрезать так, чтобы получился кусок бумаги размером 1 на 1. Например, кусок бумаги размером 4 на 3 можно разрезать следующими способами: 1 на 3 и 3 на 3, 2 на 3 и 2 на 3, 4 на 2 и 4 на 1. Кто выиграет при правильной игре и какая для этого игрока будет выигрышная стратегия в следующих случаях: 3 на 3, 7 на 14, 1 на 13, в случае, если изначально была бумага 11 на 43 и первый игрок разрезал её на куски 1 на 11 и 11 на 42.

(21 балл)

3. Две логические функции четырех переменных будем считать различными, если существует хотя бы одна комбинация значений переменных x , y , z и w , для которых логические функции принимают различные значения. Сколько существует различных логических функций от четырех переменных $F(x, y, z, w)$ таких, что будут одновременно истинны два логических выражения:

$$((x \wedge y \wedge \neg z) \vee (z \wedge \neg w)) \rightarrow F(x, y, z, w)$$

$$((x \wedge w) \vee (\neg z \wedge y)) \rightarrow F(x, y, z, w)$$

(18 баллов)

4. Рекурсивная функция устроена следующим образом:

$$f(n) = 0, \text{ если } n \leq 1$$

$$f(n) = f(n/2) + 1, \text{ если } n - \text{ чётное}$$

$$f(n) = f(n - 6) + f(16) - f(2), \text{ если } n - \text{ нечётное}$$

По заданному натуральному числу нужно определить, для какого минимального n эта функция даст в ответ это число.

Входные данные: подается число n от 1 до 50000.

Выходные данные: минимальное число, для которого функция даёт такой ответ.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
1	2
5	12
12	21

(20 баллов)

5. Бабушка ставит в погребе банки с огурцами и помидорами. Стоять они должны в один ряд из n банок. Банок из огурцов должно быть хотя бы три и при этом между двумя банками с огурцами должно быть минимум две банки (например, если на третьем месте в ряду стоит банка с огурцами, банки с огурцами не могут стоять на 1, 2, 4 и 5 месте). Ограничений на количество и размещений банок помидор нет. На вход программе подаётся натуральное число $2 < n < 100$. Надо вывести количество возможных размещений.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
4	0
8	4

(25 баллов)

Информатика. 9 класс

4 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1. Дано арифметическое выражение: $(100_2^N - 1_2)(10_2^N + 1_2)$ Его перевели в двоичную систему счисления, и оказалось, что в ней строго больше 600 единиц.

Для какого минимального числа N такое возможно?

(16 баллов)

2. Полина и Вера играют в следующую игру. Есть клетчатая бумага размером m на n . Первой ходит Полина. Каждый игрок в свой ход должен разрезать бумагу вертикально или горизонтально прямо по линии, после чего получается два прямоугольных кусочка клетчатой бумаги. После этого следующий игрок берёт любой из имеющихся кусочков бумаги и разрезает его точно таким же образом. При этом нельзя разрезать так, чтобы получился кусок бумаги размером 1 на 1. Например, кусок бумаги размером 4 на 3 можно разрезать следующими способами: 1 на 3 и 3 на 3, 2 на 3 и 2 на 3, 4 на 2 и 4 на 1. Кто выиграет при правильной игре и какая для этого игрока будет выигрышная стратегия в следующих случаях: 3 на 3, 8 на 22, 1 на 15, в случае, если изначально была бумага 11 на 43 и первый игрок разрезал её на куски 1 на 11 и 11 на 42.

(21 балл)

3. Две логические функции четырех переменных будем считать различными, если существует хотя бы одна комбинация значений переменных x , y , z и w , для которых логические функции принимают различные значения. Сколько существует различных логических функций от четырех переменных $F(x, y, z, w)$ таких, что будут одновременно истинны два логических выражения:

$$((x \wedge y) \vee (z \wedge \neg w)) \rightarrow F(x, y, z, w)$$

$$F(x, y, z, w) \rightarrow ((x \wedge w) \vee (\neg z \wedge y))$$

(18 баллов)

4. Рекурсивная функция устроена следующим образом:

$$f(n) = 0, \text{ если } n \leq 1$$

$$f(n) = f(n/3) + 1, \text{ если } n \text{ делится на } 3 \text{ и больше } 1$$

$$f(n) = f(n - 3) + f(243), \text{ если } n \text{ не делится на } 3 \text{ и больше } 1$$

По заданному натуральному числу нужно определить, для какого минимального n эта функция даст в ответ это число.

Входные данные: подается число n от 1 до 50000.

Выходные данные: минимальное число, для которого функция даёт такой ответ.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
1	3
5	2
12	45

(20 баллов)

5. Бабушка расставляет в погребе кабачки и тыквы. Стоять они должны в один ряд из n штук. Кабачков должно быть хотя бы три и при этом между двумя любыми кабачками не должен лежать ровно один другой овощ (например, если на третьем месте в ряду лежит кабачок, кабачки не могут лежать на первом и пятом месте). Ограничений на количество и размещений тыкв нет. На вход программе подаётся натуральное число $3 < n < 100$. Надо вывести количество возможных размещений.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
4	0
5	2

(25 баллов)