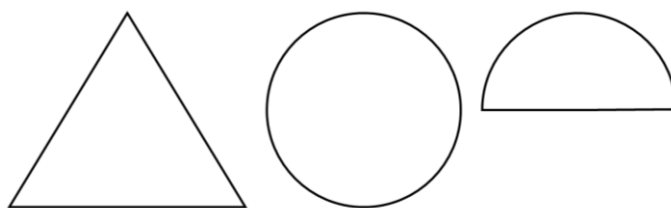


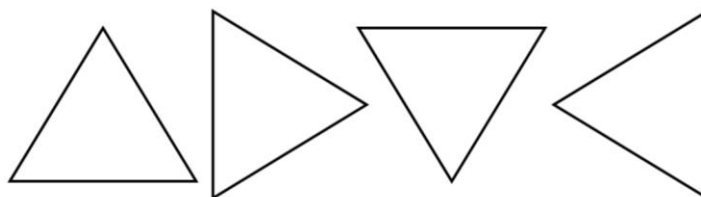
Информатика. 6 класс
Вариант 1

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

Задание 1. В алфавите некоторого племени для записи слов используются следующие геометрические фигуры: равносторонний треугольник, круг, полукруг (рис. 1).



Каждую из этих фигур можно поворачивать на 360 градусов с шагом в 90 градусов. При каждом повороте на 90 градусов может образоваться новая фигура, каждая такая фигура тоже входит в алфавит (для примера см. рис. 2).



Сколько различных слов длины 5 может находиться в языке этого племени? (10 баллов)

Ответ: 9^5 или 59049

При повороте треугольника у нас образуется 4 фигуры при повороте круга у нас образуется только 1 фигура. При повороте полукруга образуется 4 фигуры (см. рис. ниже):



Слово состоит из 5-и букв (под буквами мы понимаем фигуры). В язык входит 9 букв, а значит общее число слов, которые мы можем составить составляет:

$$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^5 = 81 \cdot 81 \cdot 9 = 59049$$

Критерии оценивания:

Верно посчитано число поворотов третьей фигуры	+2 балла
Верно записано число возможных слов с пояснением	+8 баллов
В случае, если ответ представлен в невычисленном до конца виде (оставлен в виде произведения), балл не снижать	
Только записанный ответ без пояснений оценивается в 0 баллов	

Задание 2. Никита работает в области представления информации и ему пришла идея разработать уникальную систему счисления:

$$(\dots x_5 x_4 x_3 x_2 x_1)_N = (\dots + 8 \cdot x_5 + 5 \cdot x_4 + 3 \cdot x_3 + 2 \cdot x_2 + 1 \cdot x_1)_{10}$$

Нижний индекс N обозначает систему счисления Никиты, а нижний индекс 10 десятичную систему счисления. $x_1, \dots, x_5, \dots$ – некоторые цифры от 0, ..., 9. Множители 1, 2, 3, 5, 8, ... это числа Фибоначчи.

Например, $123_N = 10_{10}$. Незначащие нули удаляются.

А) Все ли числа от 1_{10} до 171_{10} можно представить в системе счисления Никиты?

Б) Однозначно ли представление числа в системе Никиты? Если нет, то какие числа имеют не однозначное представление? Достаточно одного примера. (20 баллов)

Ответ:

А) Покажем, как можно последовательно перебрать все числа от 1_{10} до 171_{10} в системе счисления Никиты.

Очевидно, что мы можем получить любое число меньше 8, просто варьируя x_1 от 1 до 8.

Договоримся, когда $x_1 = 8$ мы будем увеличивать x_5 на 1 и обнулять x_1 эти действия мы будем проделывать до тех пор пока x_5 не станет равным 9. Тем самым мы переберем все числа до 72_{10} . Далее мы будем обнулять x_1 на 5, 3, 2 пока не дойдем до случая когда $x_5 = x_4 = x_3 = x_2 = 9$ далее мы варьируем x_1 от 1 до 9. Тем самым мы показали, что можем получить все числа в диапазоне от 1_{10} до

$$99999_N = 171_{10}$$

Б) На самом деле в пункте А) мы уже это показали. Представление не единственное, например

$$10_N = 2_N = 2_{10}$$

Критерии оценивания:

Только записанный ответ без пояснений оценивается в 0 баллов	
В пункте А) показано, как получить все десятки, или присутствует верная идея доказательства без дальнейших продвижений	+10 баллов
Верно решен пункт Б)	+4 балла
Верное обоснованное решение пункта А) и Б)	20 баллов

Задание 3. Слова в некотором алфавите строятся из символов {Б, Л, Г, Е, О, К, А}. В программу “Перестановка” подается строка из этих символов, над которой производятся действия по следующим правилам:

- | | | |
|------------|------------|-------------|
| 1. АБ → БА | 5. КБ → БК | 9. ЛБ → БЛ |
| 2. АЕ → ЕА | 6. КЕ → ЕК | 10. ЕБ → БЕ |
| 3. АЛ → ЛА | 7. КЛ → ЛК | 11. Г → Б |
| 4. АК → КА | 8. ЛЕ → ЕЛ | 12. О → Л |

Шаблон записи правил: <ПОДСТРОКА> → <ЗАМЕНА>

Программа выполняется до тех пор, пока в строке присутствует хотя бы одна из подстрок. Правила применяются в порядке их номера. Каждый раз строка просматривается сначала, просмотр идет слева направо.

Пример Вход: Выход:
 АБАБАБ БББААА

Первые шаги алгоритма: АБАБАБ(Правило1) → БААБАБ(Правило1) → БАБААБ(Правило1) → и т. д.

А) Что выведет программа, если ей на вход подать строку АОЕГК? Запишите все шаги алгоритма и получаемые промежуточные результаты.

Б) Напишите свой набор правил чтобы программа “Перестановка” для любого слова из алфавита {А, Б, В} преобразовывало его в слово из алфавита {Г, Б, В} причем количество букв “Б” и “В” в слове должно оставаться неизменным. Далее сделайте так, чтобы буквы в получившемся слове были отсортированы в лексикографическом порядке, т.е. так, как они расположены в русском алфавите. (25 баллов)

Решение:

А) Приведем последовательное исполнение алгоритма:

$АОЕГК \rightarrow^{Г \rightarrow Б} АОЕБК \rightarrow^{ЕБ \rightarrow БЕ} АОБЕК \rightarrow^{О \rightarrow Л} АЛБЕК \rightarrow^{АЛ \rightarrow ЛА} ЛАБЕК$
 $\rightarrow^{АБ \rightarrow БА} ЛБАЕК \rightarrow^{АЕ \rightarrow ЕА} ЛБЕАК \rightarrow^{АК \rightarrow КА} ЛБЕКА \rightarrow^{ЛБ \rightarrow БЛ} БЛЕКА \rightarrow^{ЛЕ \rightarrow ЕЛ} БЕЛКА$

Б)

Так как число букв “Б” и “В” в словах должно оставаться неизменным, буква А должна переходить в букву Г т.е. пишем правило

$A \rightarrow Г$

Далее мы должны написать правила которые меняют местами буквы, которые стоят в “неправильном” порядке. Для этого рассмотрим все неправильные подстроки длины 2: ГБ, ГВ, ВБ. И все правильные: БВ, БГ, ВГ. Далее соотносим эти пары и записываем правила:

$ГБ \rightarrow БГ; ГВ \rightarrow ВГ; ВБ \rightarrow БВ$

Критерии оценивания:

В пункте А верно применены все правила, причем все в верном порядке и в итоге получилось верное слово/вывод	+15 баллов
В пункте А порядок выполнения правил нарушен, но при этом применялись правила только из списка в итоге получилось верное слово/вывод	+8 баллов
В пункте Б верно замечено, что отображение алфавитов должно быть взаимно-однозначным и правило записано верно	+4 балла
Верно записаны все три правила, которые сортируют последовательность букв	+6 баллов
В записи используется знак = вместо $\rightarrow$	Пункт (А) – 2 балла Пункт (Б) – 3 балла

Задание 4. В машине по расшифровке сообщений имеется три тумблера (А, В, С) которые могут иметь по 5 различных позиции и два тумблера (D, E) по 4 различных позиции. Позиции нумеруются с 1.

Если тумблер А находится в позиции 3, то тумблера D и С не могут находиться в позиции 4, а если тумблер А находится в четных позициях,

то тумблер Е может находиться только в нечетных позициях. Сколько всего различных состояний может принимать машина? Состоянием машины считаем последовательность позиций тумблеров в порядке ABCDE.

Например, 11111 одно из возможных состояний машины, а состояние 21112 невозможно, так как тумблер А находится в позиции 2 (четная) и Е тоже. (20 баллов)

Ответ: 1440

Тумблер	А	В	С	Д	Е
Число позиций	5	5	5	4	4

Можно поступить так: найти все позиции тумблера, в том числе и невозможные

$$5^3 \cdot 4^2 = 2000$$

И далее исключаем все невозможные ситуации.

Пусть А находится в позиции 3: 3BCDE тогда можем рассмотреть 3 случая, когда $C = 4$ или $D = 4$ или $C = D = 4$

•3B4DE: В может принимать одно из 5 значений, D может принимать 3 значения и Е может принимать 4 значения: $5 \cdot 3 \cdot 4 = 60$

•3BC4E: В может принимать одно из 5 значений, С может принимать 4 значения и Е может принимать 4 значения: $5 \cdot 4 \cdot 4 = 80$

•3B44E: В может принимать одно из 5 значений и Е может принимать 4 значения: $5 \cdot 4 = 20$

•ABCDE: пусть А – четное (2 или 4), тогда Е не может находиться на позициях (2,4) получаем $2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 = 400$

$$2000 - 400 - (60 + 80 + 20) = 2000 - 400 - 160 = 1440$$

Критерии оценивания:

Верно вычислено число состояний и присутствуют объяснения – 20 баллов
В случае если рассуждения велись от какого-либо из тумблеров, то есть фиксировались возможные положения тумблеров и на основании этого вычислялось число комбинаций, то за каждый верно вычисленный вариант добавлять $\frac{20}{N}$ баллов, где N число положений выделенного тумблера.
В случае если была явно допущена вычислительная ошибка, то балл снижается на половину.
В ином случае ставится 0 баллов.

Задание 5. Программисты Владислав и Александр писали олимпиаду по спортивному программированию. В процессе решения задачи им понадобилось сравнить две строки на “похожесть”. Две строки одинаковой длины будем называть похожей, если число различных символов, находящихся на одной и той же позиции между словами, отличается не более, чем на одну. Например, слова СОВА и ВОВА являются похожими, а ЛЮБОВЬ и АМПЕЛЬ не похожи. Сколько похожих слов длины 4 можно составить для слова СОВА, если разрешено использовать только буквы А, Б, В, Г, Д, О, С. Словом, считается любая последовательность букв. (10 баллов)

Ответ: 25

Определение: *две строки одинаковой длины будем называть похожей если число различных символов, находящихся на одной и той же позиции между словами отличается не более чем на одну.*

Возможны два варианта:

1. Слова одинаковой длины отличаются менее чем на одну букву по позиции. Подходит только слово СОВА.

2. Слова отличаются ровно на одну букву по позиции.

Предположим, что слова отличаются первой буквой тогда вместо этой буквы можно поставить 6 других. Аналогичные рассуждения и для остальных букв. Тем самым мы получаем 6 слов отличных первой буквой, 6 слов второй и так далее. Итого для случая 2 получаем

$$6 \cdot 4 = 24$$

Критерии оценивания:

Представлено полное обоснованное решение	10 баллов
При вычислении ответа не учтены один или два случая, которые входят в определение или, наоборот, учтены один, или два лишних случая.	5 баллов

Задание 6. Перед вами находится алгоритм, написанный Бельчонком. Алгоритму подаются на вход два целых числа a, b далее с ними производятся некоторые действия (см. блок-схему).

Знак $:=$ обозначает операцию присвоения.

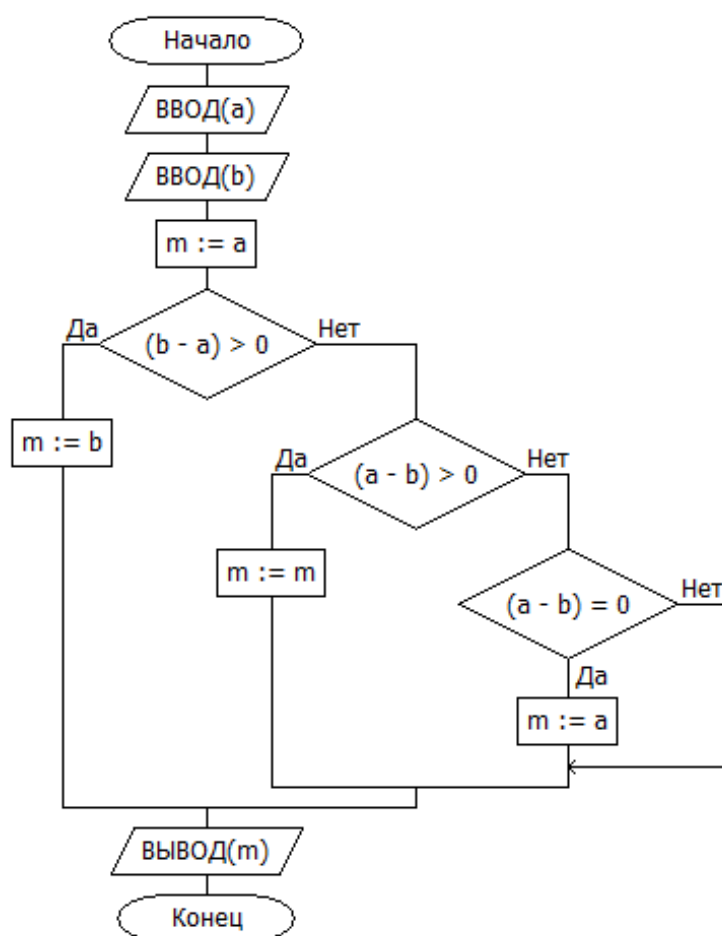
а) Определите, что выведет программа если на вход подать

1. $a = 25 \ b = 46$

2. $a = b = -45$

б) Напишите, для чего предназначен алгоритм. Например «Меняет числа a и b местами», «сортирует элементы массива», «выводит остаток от деления числа a на два» и т.п.)

в) Предложите, как можно уменьшить размер этой блок-схемы т.е. удалите ненужные её части так, чтобы сохранялся результат работы алгоритма. Объясните почему это можно сделать. (15 баллов)



Ответ:

А) 1. $a = 25$ и $b = 46$

1.1. $(b - a) = 21 > 0$ (Да)

$m := 46$

Вывод: 46

2. $a = -45$ и $b = -45$

2.1. $b - a = 0 > 0$ (Нет)

2.2. $a - b = 0 > 0$ (Нет)

2.3. $a - b = 0$ (Да)

$m := -45$

Вывод: -45

Б) Переведем этот алгоритм в естественный язык. Если $b > a$, то мы выводим b , иначе если $a > b$, то мы выводим a иначе, если $a = b$, то мы выводим a .

«Этот алгоритм выводит наибольший элемент из пары чисел a, b »

В) Отметим на рисунке ниже часть блок-схемы, которую можно удалить.

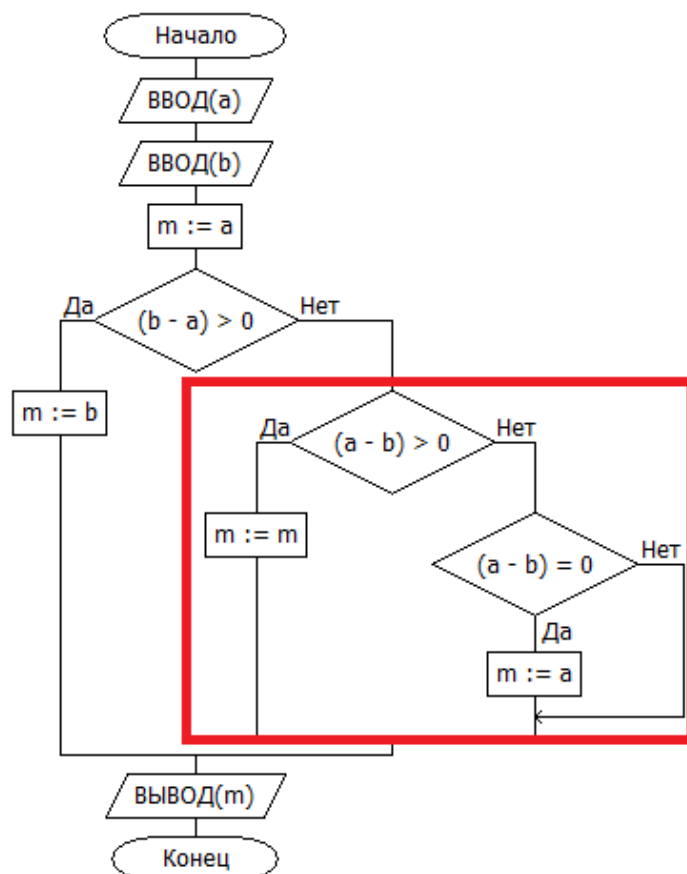
После ввода мы сделали следующее действие $m := a$. Рассмотрим часть $(b - a) > 0$ в случае варианта “Нет”.

Если $(a - b) > 0$ “Да”, то мы $m := m$ или де-факто $m := a$, что было сделано ранее. В случае “Нет”:

$(b - a) > 0$ тоже самое, что $b > a$

$(a - b) > 0$ тоже самое, что $a > b$

Отсюда получаем, что условие $(a - b) = 0$ не несет смысла. Далее заметим, что $m := a$, но сразу после ввода мы делали тоже самое. По сути в любом случае после выполнения этой части мы имеем $m := a$, но раз мы сделали это в самом начале, то можно удалить целиком эту часть, на рисунке ниже показано, что можно удалить:



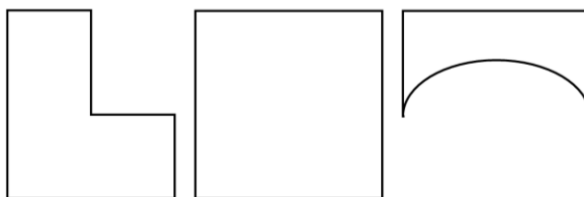
Критерии оценивания:

Пункт А	
Верно записан вывод программы для одного варианта	+2 балла (за каждый подпункт)
Пункт Б	
Верно написано предназначение алгоритма	+3 балла
Пункт В	
Верно записан хотя бы один элемент блок-схемы, который можно удалить и присутствуют пояснения почему это можно сделать.	2 балла
Верно записано от 50% до 75% части блок-схемы, которую можно удалить и присутствуют пояснения почему	4 балла
Верно записано более 75% части блок-схемы которую можно удалить и присутствуют пояснения почему	8 баллов
В случае если в качестве пункта (Б) представлена в точности переписанная блок-схема, то ставится 0 баллов.	
За верный ответ без пояснений в пунктах (Б) и (В) ставить 0 баллов.	

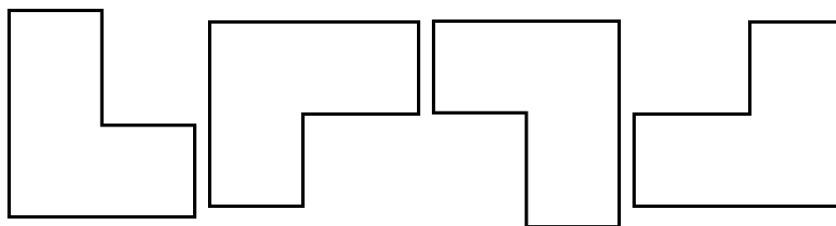
Информатика. 6 класс
Вариант 2

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

Задание 1. В алфавите некоторого племени для записи слов используются следующие фигуры: буква Г, квадрат, половина квадрата с вырезанным полукругом (рис. 1).



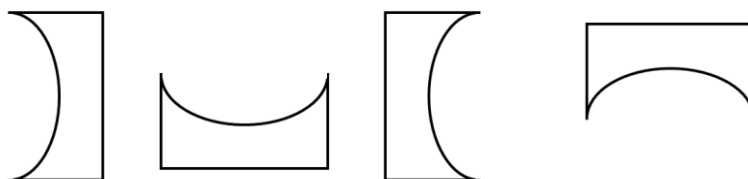
Каждую из этих фигур можно поворачивать на 360 градусов с шагом в 90 градусов. При каждом повороте на 90 градусов может образоваться новая фигура, каждая такая фигура тоже входит в алфавит (для примера см. рис. 2).



Поворот осуществляется вокруг оси симметрии, обозначенной пунктиром. Сколько различных слов длины 5 может находиться в языке этого племени. (10 баллов)

Ответ: 9^5 или 59049

При повороте буквы Г у нас образуется 4 фигуры при повороте квадрата у нас образуется только 1 фигура. При повороте половины квадрата с вырезанным полукругом получаем 4 фигуры (см. рис. ниже)



Слово состоит из 5-и букв (под буквами мы понимаем фигуры). В язык входит 9 букв, а значит общее число слов, которые мы можем составить составляет:

$$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^5 = 81 \cdot 81 \cdot 9 = 59049$$

Критерии оценивания:

Верно посчитано число поворотов третьей фигуры	+2 балла
Верно записано число возможных слов с пояснением	+8 баллов
В случае, если ответ представлен в невычисленном до конца виде (оставлен в виде произведения), балл не снижать	
Только записанный ответ без пояснений оценивается в 0 баллов	

Задание 2. Роман работает в области представления информации и ему пришла идея разработать уникальную систему счисления:

$$(\dots x_5 x_4 x_3 x_2 x_1)_R = (\dots + 11 \cdot x_5 + 7 \cdot x_4 + 5 \cdot x_3 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_1)_{10}$$

Нижний индекс R обозначает систему счисления Романа, а нижний индекс 10 десятичную систему счисления. $x_1, \dots, x_5, \dots$ – некоторые цифры от 0, ..., 9. Множители 2, 3, 5, 7, 11, ... это простые числа.

Например, $123_R = 17_{10}$. Незначащие нули удаляются.

А) Все ли числа от 4_{10} до 60_{10} можно представить в системе счисления Романа?

Б) Однозначно ли представление числа в системе Романа? Если нет, то какие числа имеют не однозначное представление? Достаточно одного примера. (20 баллов)

Ответ:

А) Рассмотрим x_1, x_2, x_3 . Будем варьировать x_1 от 1 до 3. Если $x_1 = 3$ то добавляем к x_2 2 и обнуляем x_1 . Когда x_2 станет равным 8, мы добавляем к x_3 1 и приравниваем x_2 к 3. Тем самым мы можем дойти до x_3 равной 9 и x_3 равной 8. Т.е. тем самым мы получим все четные числа в этом диапазоне.

Как получить все нечетные числа в этом диапазоне? Для получения всех нечетных чисел мы можем варьировать x_2 только по нечетным значениям.

Т.е. пусть $x_2 = 1$ и соответственно перебираем x_1 от 1 до 9. Имеем

$$3 + 2k$$

где $k = 1, \dots, 9$ или $1 + 2(k + 1)$.

Т.е. если использовать только x_2 , то мы можем получить любое нечетное число от 5 до 45. Далее полагаем $x_3 = 1$ и опять перебираем x_1 от 1 до 7.

Б) На самом деле в пункте **А)** мы уже это показали. Представление не единственное, например $20_R = 3_R = 6_{10}$.

Критерии оценивания:

Только записанный ответ без пояснений оценивается в 0 баллов	
В пункте А) показано, как получить все десятки, или присутствует верная идея доказательства без дальнейших продвижений	+10 баллов
Верно решен пункт Б)	+4 балла
Верное обоснованное решение пункта А) и Б)	20 баллов

Задание 3. Слова в некотором алфавите строятся из символов {Ы, В, Т, Е, Ш, К, А}. В программу “Шифратор” подается строка из этих символов, над которой производятся действия по следующим правилам:

- | | | |
|------------|------------|-------------|
| 1. АК → КА | 5. KB → BK | 9. ТВ → BT |
| 2. AE → EA | 6. KE → EK | 10. EB → BE |
| 3. AT → TA | 7. KT → TK | 11. Ы → В |
| 4. AV → VA | 8. TE → ET | 12. Ш → Е |

Шаблон записи правил: $\langle \text{ПОДСТРОКА} \rangle \rightarrow \langle \text{ЗАМЕНА} \rangle$

Программа выполняется до тех пор, пока в строке присутствует хотя бы одна из подстрок. Правила применяются в порядке их номера. Каждый раз строка просматривается сначала, просмотр идет слева направо.

Пример	Вход:	Выход:
	BEVEBE	BBVEEE

Первые шаги алгоритма: АБАБАБ(Правило10) → BBEEBE(Правило10) → BBVEEE(Правило10) → и т.д.

А) Что выведет программа, если ей на вход подать строку АШТЫК? Запишите все шаги алгоритма и получаемые промежуточные результаты.

Б) Напишите свой набор правил чтобы программа “Перестановка” для любого слова из алфавита {Б, В, Г} преобразовывало его в слово

из алфавита {Д, В, Г} причем количество букв “В” и “Г” в слове должно оставаться неизменным. Далее сделайте так, чтобы буквы в получившемся слове были отсортированы в лексикографическом порядке, т.е. так, как они расположены в русском алфавите. (25 баллов)

Ответ:

А) Приведем последовательное исполнение алгоритма:

$\text{АШТЫК} \xrightarrow{\text{Ы} \rightarrow \text{В}} \text{АШТВК} \xrightarrow{\text{ТВ} \rightarrow \text{ТВ}} \text{АШТВК} \xrightarrow{\text{ТВ} \rightarrow \text{ТВ}} \dots$

Как несложно заметить в данном случае вывод будет пуст так как программа зациклилась из-за того, что условие выхода не выполнится никогда.

Б) Так как число букв “В” и “Г” в словах должно оставаться неизменным, буква В должна переходить в букву Д т.е. пишем правило

$\text{В} \rightarrow \text{Д}$

Далее мы должны написать правила которые меняют местами буквы, которые стоят в “неправильном” порядке. Для этого рассмотрим все неправильные подстроки длины 2: ДГ, ДВ, ГВ. И все правильные: ГД, ВД, ВГ. Далее соотносим эти пары и записываем правила:

$\text{ДГ} \rightarrow \text{ГД}; \text{ДВ} \rightarrow \text{ВД}; \text{ГВ} \rightarrow \text{ВГ}$

Критерии оценивания:

В пункте А верно применены все правила причем все в верном порядке и в итоге получилось верное слово/вывод	+15 баллов
В пункте А порядок выполнения правил нарушен но при этом применялись правила только из списка в итоге получилось верное слово/вывод	+8 баллов
В пункте Б верно замечено что отображение алфавитов должно быть взаимно-однозначным и правило записано верно	+4 балла
Верно записаны все три правила которые сортируют последовательность букв	+6 баллов

В записи используется знак = вместо →	Пункт (А) –2 балла Пункт (Б) –3 балла
--	--

Задание 4. В машине по расшифровке сообщений имеется три тумблера (I, Y, C) которые могут иметь по 5 различных позиции и два тумблера (D, E) по 4 различных позиции. Позиции нумеруются с 1.

Если тумблер I находится в позиции 3, то тумблеры D и C не могут находиться в позиции 4, а если тумблер I находится в четных позициях, то тумблер E может находиться только в нечетных позициях. Сколько всего различных состояний может принимать машина? Состоянием машины считаем последовательность позиций тумблеров в порядке IY CDE.

Например, 11111 одно из возможных состояний машины, а состояние 21112 невозможно, так как тумблер I находится в позиции 2 (четная) и E тоже. (20 баллов)

Ответ: 1440

Тумблер	I	Y	C	D	E
Число позиций	5	5	5	4	4

Можно поступить так: найти все позиции тумблера в том числе и невозможные:

$$5^3 \cdot 4^2 = 2000$$

И далее исключаем все невозможные ситуации.

Пусть I находится в позиции 3: 3Y CDE тогда можем рассмотреть 3 случая, когда $C = 4$ или $D = 4$ или $C = D = 4$

•3Y4DE: Y может принимать одно из 5 значений, D может принимать 3 значения и E может принимать 4 значения: $5 \cdot 3 \cdot 4 = 60$

•3YC4E: Y может принимать одно из 5 значений, C может принимать 4 значения и e может принимать 4 значения: $5 \cdot 4 \cdot 4 = 80$

•3Y44E: Y может принимать одно из 5 значений и E может принимать 4 значения: $5 \cdot 4 = 20$

•IY CDE: пусть I – четное (2 или 4), тогда E не может находиться на позициях (2,4) получаем: $2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 = 400$

$$2000 - 400 - (60 + 80 + 20) = 2000 - 400 - 160 = 1440$$

Критерии оценивания:

Верно вычислено число состояний и присутствуют объяснения – 20 баллов
В случае если рассуждения велись от какого-либо из тумблеров, то есть фиксировались возможные положения тумблеров и на основании этого вычислялось число комбинаций, то за каждый верно вычисленный вариант добавлять $\frac{20}{N}$ баллов, где N число положений выделенного тумблера.
В случае если была явно допущена вычислительная ошибка, то балл снижается на половину.
В ином случае ставится 0 баллов.

Задание 5. Программисты Николай и Константин писали олимпиаду по спортивному программированию. В процессе решения задачи им понадобилось сравнить две строки на “похожесть”. Две строки одинаковой длины будем называть похожими, если число различных символов, находящихся на одной и той же позиции между словами, отличается не более, чем на один. Например, слова СОВА и ВОВА являются похожими, а ЛЮБОВЬ и АМПЕЛЬ не похожи. Сколько похожих слов длины 4 можно составить для слова БЕЛКА, если разрешено использовать только буквы А, Б, В, К, Д, Е, Л. Словом, считается любая последовательность букв. (10 баллов)

Ответ: 0

Определение: две строки одинаковой длины будем называть похожими если число различных символов, находящихся на одной и той же позиции между словами отличается не более чем на один.

Возможны два варианта:

1. Слова отличаются менее чем на одну букву по позиции. Подходит только слово БЕЛКА.
2. Слова отличаются ровно на одну букву по позиции.

Заметим, что по условию задачи, мы должны составить слово длины 4, но раз БЕЛКА длины 5, то такие строки мы назвать похожими не можем, и как следствие получаем 0.

Критерии оценивания:

Представлено полное обоснованное решение	10 баллов
При вычислении ответа не учтены один или два случая, которые входят в определение или, наоборот,	5 баллов

учтены один, или два лишних случая.	
-------------------------------------	--

Задание 6. Перед вами находится алгоритм, написанный Бельчонком. Алгоритму подаются на вход два целых числа a, b и далее с ними производятся некоторые действия (см. блок-схему).

Знак $:=$ обозначает операцию присвоения.

А) определите, что выведет алгоритм, если на вход подать

1. $a = 25, b = 46$
2. $a = b = -45$

Б) Напишите, для чего предназначен алгоритм. Например «Меняет числа a и b местами», «сортирует элементы массива», «выводит остаток от деления числа a на два» и т.п.)

В) Предложите, как можно уменьшить размер этой блок-схемы т.е. удалите ненужные её части так, чтобы сохранялся результат работы алгоритма. Объясните, почему это можно сделать. (15 баллов)

Ответ:

А) 1. $a < b$ ($25 < 46$) (Да)

1.1. $result := 25$

1.2. $result > a$ (Нет)

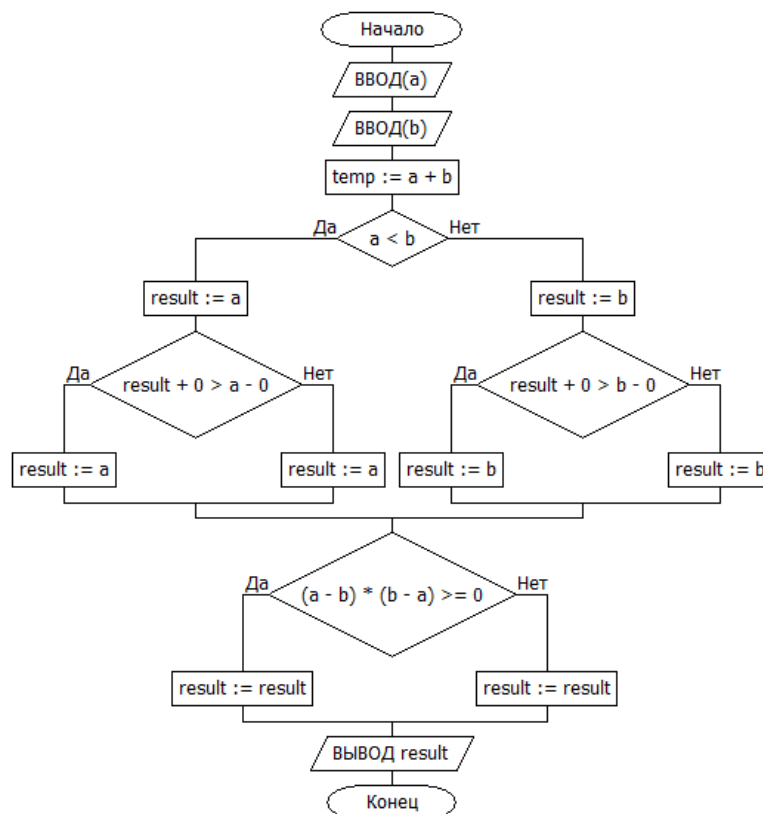
1.3. $result := 25$

1.4. $(25 - 46)(46 - 25) \geq 0$ (Нет)

$result := 25$

Вывод: 25

2. $a < b$ ($-45 < -45$) (Нет)



2.1. $result := -45$

2.2. $result > b$ (Нет)

2.3. $result := -45$

2.4. $(-45 + 45)(-45 + 45) \geq 0$ (Да)

$result := -45$

Вывод: -45

Б) Заметим, что внутри всех условий кроме первого, выполняются одни и те же присваивания. По первому условию: Если a меньше b то вывод a иначе вывод b

«Этот алгоритм выводит наименьший элемент из пары чисел a, b »

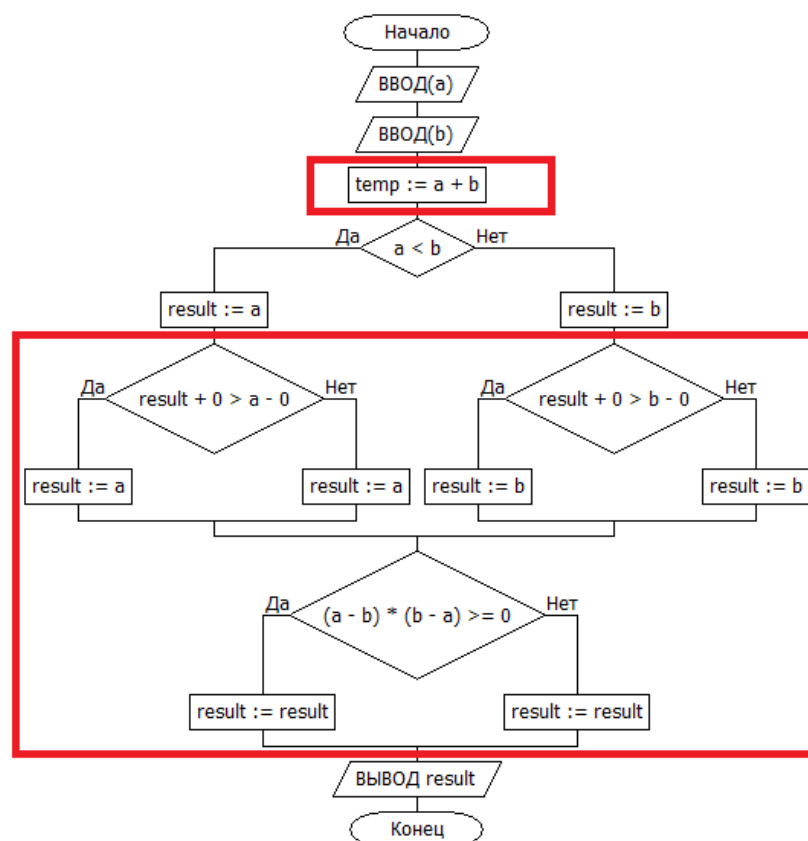
В)

1. Заметим, что переменная $temp$ нигде не используется.

2. В условии $result + 0 > a - 0$ при ответе “Да” или “Нет” имеем $result := a$. Т.е. это условие бессмысленно.

3. В условии $result + 0 > b - 0$ при ответе “Да” или “Нет” имеем $result := b$. Т.е. это условие бессмысленно.

4. В условии $(a - b) * (b - a) \geq 0$ при ответе “Да” или “Нет” имеем $result := result$. Т.е. это условие бессмысленно.



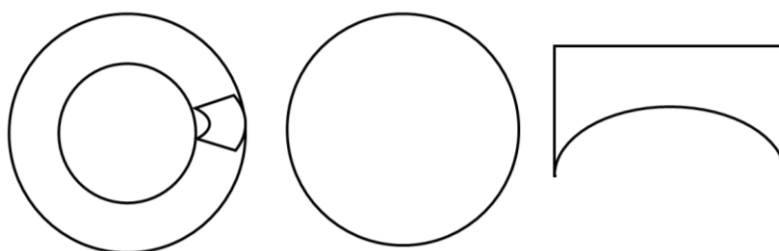
Критерии оценивания:

Пункт А	
Верно записан вывод программы для одного варианта	+2 балла (за каждый подпункт)
Пункт Б	
Верно написано предназначение алгоритма	+3 балла
Пункт В	
Верно записан хотя бы один элемент блок-схемы, который можно удалить и присутствуют пояснения почему это можно сделать.	2 балла
Верно записано от 50% до 75% части блок-схемы, которую можно удалить и присутствуют пояснения почему	4 балла
Верно записано более 75% части блок-схемы которую можно удалить и присутствуют пояснения почему	8 баллов
В случае если в качестве пункта (Б) представлена в точности переписанная блок-схема, то ставится 0 баллов.	
За верный ответ без пояснений в пунктах (Б) и (В) ставить 0 баллов.	

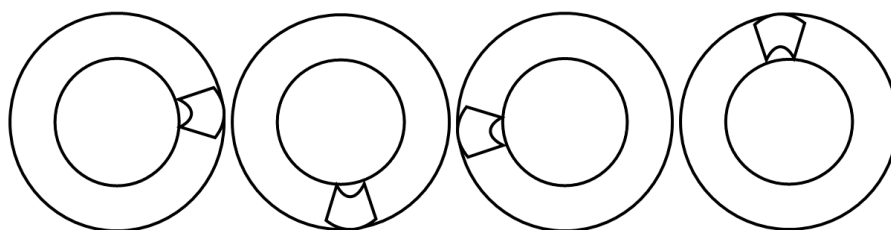
Информатика. 6 класс
Вариант 3

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

Задание 1. В алфавите некоторого племени для записи слов используются следующие фигуры (рис. 1).



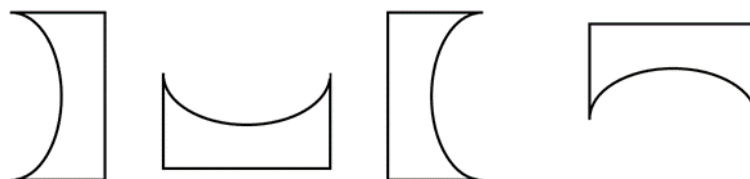
Каждую из этих фигур можно поворачивать на 360 градусов с шагом в 90 градусов. При каждом повороте на 90 градусов может образоваться новая фигура, каждая такая фигура тоже входит в алфавит (для примера см. рис. 2).



Сколько различных слов длины 5 может находиться в языке этого племени? (10 баллов)

Ответ: 9^5 или 59049

При повороте первой фигуры у нас образуется 4 фигуры при повороте круга у нас образуется только 1 фигура. При повороте половины квадрата с вырезанным полукругом получаем 4 фигуры (см. рис. ниже):



Слово состоит из 5-и букв (под буквами мы понимаем фигуры). В язык входит 9 букв, а значит общее число слов, которые мы можем составить составляет:

$$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^5 = 81 \cdot 81 \cdot 9 = 59049$$

Критерии оценивания:

Верно посчитано число поворотов третьей фигуры	+2 балла
Верно записано число возможных слов с пояснением	+8 баллов
В случае, если ответ представлен в невычисленном до конца виде (оставлен в виде произведения), балл не снижать	
Только записанный ответ без пояснений оценивается в 0 баллов	

Задание 2. Кирилл работает в области представления информации и ему пришла идея разработать уникальную систему счисления:

$$(\dots x_5 x_4 x_3 x_2 x_1)_K = (\dots + 31 \cdot x_5 + 15 \cdot x_4 + 7 \cdot x_3 + 3 \cdot x_2 + 1 \cdot x_1)_{10}$$

Нижний индекс К обозначает систему счисления Кирилла, а нижний индекс 10 десятичную систему счисления. $x_1, \dots, x_5, \dots$ – некоторые цифры от 0, ..., 9. Множители 1, 3, 7, 15, 31, 63, ... это числа Мерсенна.

Например, $123_K = 16_{10}$. Незначащие нули удаляются.

А) Все ли числа от 0_{10} до 100_{10} можно представить в системе счисления Кирилла?

Б) Однозначно ли представление числа в системе Кирилла? Если нет, то какие числа имеют не однозначное представление? Достаточно одного примера. (20 баллов)

Ответ:

А) Покажем, как можно последовательно перебрать все числа от 0_{10} до 100_{10} в системе счисления Кирилла.

Очевидно, что мы можем получить любое число меньше 7 просто варьируя x_1 от 0 до 7.

Договоримся, когда $x_1 = 7$ мы будем увеличивать x_3 на 7 и обнулять x_1 эти действия мы будем проделывать до тех пор пока x_3 не станет равным 9, тем самым мы переберем все числа до 63_{10} .

Далее мы будем обнулять x_1 на 3 пока не дойдем до случая когда $x_3 = x_2 = 9$ далее мы варьируем x_1 от 1 до 9. Тем самым мы показали, что можем получить все числа в диапазоне от 1_{10} до $999_K = 99_{10}$.

Осталось показать, что мы можем получить 100_{10} :

$$1957_K = 100_{10}$$

Б) На самом деле в пункте **А)** мы уже это показали. Представление не единственное, например

$$10_K = 3_K = 3_{10}$$

Критерии оценивания:

Только записанный ответ без пояснений оценивается в 0 баллов	
В пункте А) показано, как получить все десятки, или присутствует верная идея доказательства без дальнейших продвижений	+10 баллов
Верно решен пункт Б)	+4 балла
Верное обоснованное решение пункта А) и Б)	20 баллов

Задание 3. Слова в некотором алфавите строятся из символов {Б, Л, Г, Е, О, И, Н}. В программу “Перестановка” подается строка из этих символов, над которой производятся действия по следующим правилам:

- | | | |
|------------|------------|-------------|
| 1. НГ → ГН | 5. ИГ → ГИ | 9. ГЛ → ЛГ |
| 2. НИ → ИН | 6. ИО → ОИ | 10. ОЛ → ЛО |
| 3. НЛ → ЛН | 7. ИЛ → ЛИ | 11. Б → Г |
| 4. НО → ОН | 8. ГО → ОГ | 12. Е → Л |

Шаблон записи правил: $\langle \text{ПОДСТРОКА} \rangle \rightarrow \langle \text{ЗАМЕНА} \rangle$

Программа выполняется до тех пор, пока в строке присутствует хотя бы одна из подстрок. Правила применяются в порядке их номера.

Пример Вход: Выход:
 НГНГНГ ГГГННН
 Первые шаги алгоритма: НГНГНГ(Правило1) →
 ГННГНГ(Правило1) → ГНГННГ(Правило1) → и т. д.

А) Что выведет программа, если ей на вход подать строку БЕНИО? Запишите все шаги алгоритма и получаемые промежуточные результаты.

Б) Напишите свой набор правил, чтобы программа “Перестановка” для любого слова из алфавита {Д, Е, Ж} преобразовывало его в слово из алфавита {Д, Е, Я} причем количество букв “Д” и “Е” в слове должно оставаться неизменным. Далее сделайте так, чтобы буквы в получившемся слове были отсортированы в лексикографическом порядке, т.е. так, как они расположены в русском алфавите. (25 баллов)

Ответ:

А) Приведем последовательное исполнение алгоритма:

БЕНИО $\rightarrow_{\text{НИ} \rightarrow \text{ИН}}$ БЕИНО $\rightarrow_{\text{НО} \rightarrow \text{ОН}}$ БЕИОН $\rightarrow_{\text{ИО} \rightarrow \text{ОИ}}$ БЕОИН $\rightarrow_{\text{Б} \rightarrow \text{Г}}$ ГЕОИН
 $\rightarrow_{\text{Е} \rightarrow \text{Л}}$ ГЛОИН $\rightarrow_{\text{ГЛ} \rightarrow \text{ЛГ}}$ ЛГОИН $\rightarrow_{\text{ГО} \rightarrow \text{ОГ}}$ ЛОГИН

Б) Так как число букв “Д” и “Е” в словах должно оставаться неизменным, буква Ж должна переходить в букву Я т.е. пишем правило:

$\text{Ж} \rightarrow \text{Я}$

Далее мы должны написать правила которые меняют местами буквы, которые стоят в “неправильном” порядке. Для этого рассмотрим все неправильные подстроки длины 2: ЕД, ЯД, ЯЕ. И все правильные: ДЕ, ДЯ, ЕЯ. Далее соотносим эти пары и записываем правила:

$\text{ЕД} \rightarrow \text{ДЕ}; \text{ЯД} \rightarrow \text{ДЯ}; \text{ЯЕ} \rightarrow \text{ЕЯ}$

Критерии оценивания:

В пункте А верно применены все правила причем все в верном порядке и в итоге получилось верное слово/вывод	+15 баллов
В пункте А порядок выполнения правил нарушен но при этом применялись правила только из списка в итоге получилось верное слово/вывод	+8 баллов
В пункте Б верно замечено что отображение алфавитов должно быть взаимно-однозначным и правило записано верно	+4 балла
Верно записаны все три правила которые сортируют последовательность букв	+6 баллов

В записи используется знак = вместо →	Пункт (А) –2 балла Пункт (Б) –3 балла
--	--

Задание 4. В машине по расшифровке сообщений имеется три тумблера (А, В, С), которые могут иметь по 5 различных позиции и два тумблера (D, E) по 4 различных позиции. Позиции нумеруются с 1.

Если тумблер А находится в позиции 3, то тумблеры D и С не могут находиться в позиции 4, а если тумблер А находится в четных позициях, то тумблер Е может находиться только в нечетных позициях. Сколько всего различных состояний может принимать машина? Состоянием машины считаем последовательность позиций тумблеров в порядке ABCDE.

Например, 11111 одно из возможных состояний машины, а состояние 21112 невозможно, так как тумблер А находится в позиции 2 (четная) и Е тоже. (20 баллов)

Ответ: 1440

Тумблер	А	В	С	D	E
Число позиций	5	5	5	4	4

Рассмотрим вариант когда тумблер А находится в четной позиции (2,4), тогда Е может находиться в позициях (1,3), тогда

$$2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 = 400$$

Если А находится в нечетной позиции и не в позиции 3 (1,5), тогда

$$2 \cdot 5^2 \cdot 4^2 = 800$$

Если А находится в позиции 3, то получаем

$$1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 = 240$$

$$400 + 800 + 240 = 1440$$

Критерии оценивания:

Верно вычислено число состояний и присутствуют объяснения – 20 баллов
В случае если рассуждения велись от какого-либо из тумблеров, то есть фиксировались возможные положения тумблеров и на основании этого вычислялось число комбинаций, то за каждый верно вычисленный вариант добавлять $\frac{20}{N}$ баллов, где N число положений выделенного тумблера.

В случае если была явно допущена вычислительная ошибка, то балл снижается на половину.
--

В ином случае ставится 0 баллов.

Задание 5. Программисты Владислав и Александр писали олимпиаду по спортивному программированию. В процессе решения задачи им понадобилось сравнить две строки на “похожесть”. Две строки одинаковой длины будем называть похожей если число различных символов, находящихся на одной и тоже позиции между словами, отличается не более чем на одну. Например, слова СОВА и ВОВА являются похожими, а ЛЮБОВЬ и АМПЕЛЬ не похожи. Сколько похожих слов длины 4 можно составить для слова СОВА, если разрешено использовать только буквы А, Б, В, Г, Д, О, С. Словом, считается любая последовательность букв. (10 баллов)

Ответ: 25

Определение: *две строки одинаковой длины будем называть похожими если число различных символов, находящихся на одной и тоже позиции между словами отличается не более чем на один.*

Возможны два варианта:

1. Слова отличаются менее чем на одну букву по позиции. Подходит только слово СОВА.
2. Слова отличаются ровно на одну букву по позиции.

Предположим, что слова отличаются первой буквой тогда вместо этой буквы можно поставить 6 других. Аналогичные рассуждения и для остальных букв. Тем самым мы получаем 6 слов отличных первой буквой, 6 слов второй и так далее. Итого получаем $6 \cdot 4 = 24$

Критерии оценивания:

Представлено полное обоснованное решение	10 Баллов
При вычислении ответа не учтены один или два случая, которые входят в определение или, наоборот, учтены один, или два лишних случая.	5 баллов

Задание 6. Перед вами находится алгоритм, написанный Бельчонком. Алгоритму подается на вход целое число *num* и далее с ними производятся некоторые действия (см. блок-схему).

Знак `:=` обозначает операцию присвоения.

А) определите, что выведет программа если на вход подать

1. *num* = 25
2. *num* = 46

Б) Напишите, для чего предназначен алгоритм. Например «Меняет числа *a* и *b* местами», «сортирует элементы массива», «выводит остаток от деления числа *a* на два» и т.п.)

В) Предложите, как можно уменьшить размер этой блок-схемы

т.е. удалите ненужные её части и объясните почему это можно сделать.

$\langle \text{Число1} \rangle \bmod \langle \text{Число2} \rangle$ - взятие остатка при делении $\langle \text{Число1} \rangle$ на $\langle \text{Число2} \rangle$, например $7 \bmod 3 = 1$, $16 \bmod 10 = 6$ (15 баллов)

Ответ:

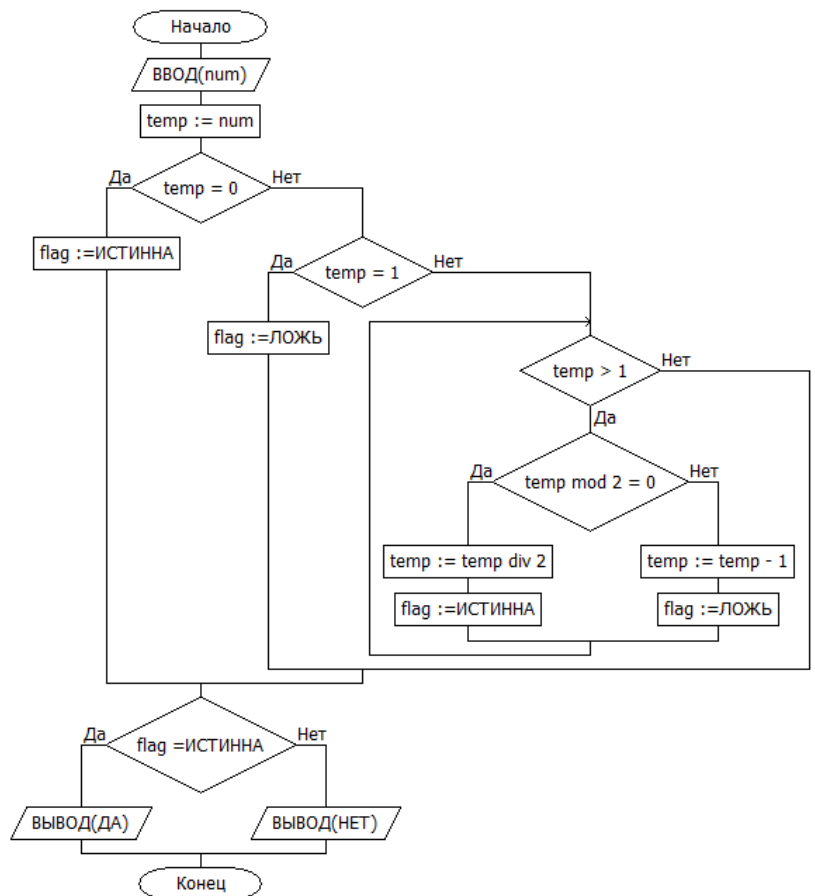
А) 1. $25 > 1$ тогда посмотрим на условия $temp \bmod 2$. При делении на 2 число 25 имеет остаток 1 ($25 = 12 \cdot 2 + 1$)

Тогда $flag := \text{Ложь}$ и $temp := 24$ теперь число четное $flag := \text{True}$ и мы переходим к выбору для случая “Да”. $temp := 12$ и так далее пока мы не дойдем, до 3. Далее опять $flag := \text{Ложь}$ и $temp := 2$ и $flag := \text{True}$.

Вывод: Да

2. $1. 46 > 1$ тогда посмотрим на условия $temp \bmod 2$. При делении на 2 число 46 имеет остаток 0 ($46 = 23 \cdot 2 + 0$) Тогда $flag := \text{Истинна}$. И мы повторяем ту же последовательность, что и в (1).

Вывод: Да



Б) Заметим, что $0 \bmod 2 = 0$ и $1 \bmod 2 = 1$. Далее посмотрим на условие $temp \bmod 2 = 0$ по сути оно говорит о том делится ли число на 2 или нет. Если оно делится на два, то $flag := \text{Истинна}$ и мы уменьшаем $temp$ в 2 раза. Иначе мы уменьшаем $temp$ на 1, поэтому для всех чисел больших 1 в данном случае мы будем получать $flag := \text{Истинна}$.

В случае если num неотрицательное целое число, то алгоритм выводит ответ на следующий вопрос: «Отлично ли num от 1»

Если мы положим, что num может быть отрицательным, что по условию не оговорено, то ответ может быть, например, таким:

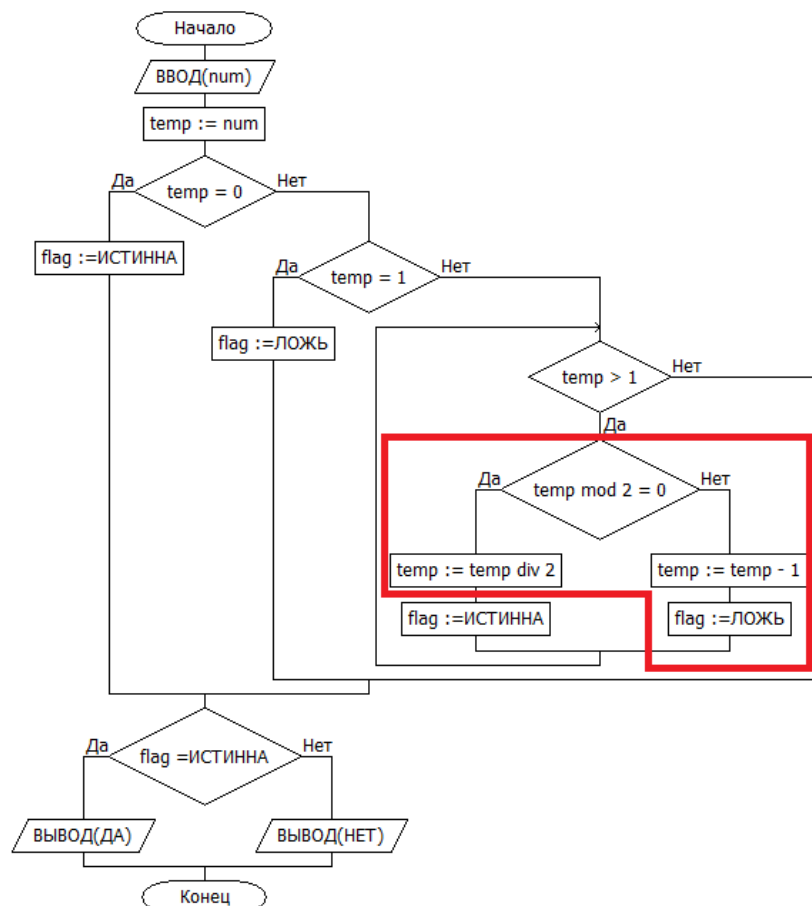
«Определяет является ли num неотрицательным числом отличным от 1»

В) Заметим, что в случае $temp > 1$. Если $temp$ четно то мы уменьшаем число в 2 раза иначе добавляем 1 и уменьшаем число в 2 раза. Т.е. мы можем получить по итогу либо 1 перед этим уменьшив его в два раза и $flag := \text{ИСТИННА}$, иначе уменьшим его в 2 раз и выйдем из цикла и

$flag := \text{ИСТИННА}$

Т.е. в любом случае $flag := \text{ИСТИННА}$.

Отметим на рисунке ниже часть блок-схемы которую можно удалить.



Критерии оценивания:

Пункт А	
Верно записан вывод программы для одного варианта	+2 балла (за каждый подпункт)
Пункт Б	
Верно написано предназначение алгоритма	+3 балла
Пункт В	
Верно записан хотя бы один элемент блок-схемы, который можно удалить и присутствуют пояснения почему это можно сделать.	2 балла
Верно записано от 50% до 75% части блок-схемы, которую можно удалить и присутствуют пояснения почему	4 балла
Верно записано более 75% части блок-схемы которую можно удалить и присутствуют пояснения почему	8 баллов
В случае если в качестве пункта (Б) представлена в точности переписанная блок-схема, то ставится 0 баллов.	
За верный ответ без пояснений в пунктах (Б) и (В) ставить 0 баллов.	