

Информатика. 10 класс
Вариант 1

Задание 1. Натуральные числа x и y удовлетворяют двум следующим уравнениям

$$\begin{aligned}x \wedge y &= 2594 \\ x \text{ xor } y &= 1420\end{aligned}$$

Здесь $\wedge$ поразрядная конъюнкция, xor поразрядное исключающее или (например, для чисел $12 \wedge 5 = 1100_2 \wedge 0101_2 = 0100_2 = 4$, $12 \text{ xor } 5 = 1100_2 \text{ xor } 0101_2 = 1001_2 = 9$). Ответы на вопросы должны быть аналитически обоснованы, однако все вычисления и переводы в другие системы счисления можно выполнять программой, не упоминая это в решении.

А) Разрешено узнать за один запрос, какая цифра стоит на конкретном месте в двоичной записи в числе x или y . Какое минимальное количество таких запросов нужно, чтобы однозначно узнать числа x и y ?

Б) Стало известно, что $x - y = 1148$. Чему равны x и y в таком случае?

Задание 2. Для передачи сообщений по каналу связи используются последовательности из 0, 1 и 2. Так как при передаче сообщений по этому каналу связи возможны помехи, было решено отправлять последовательности длиной, кратной 4, где цифры объединены в блоки по 4 цифры, где в каждом блоке сумма цифр равна 6 (тогда, если сумма цифр не равна 6, значит, в блоке были помехи и его надо переслать). Пример такой последовательности 2202 1221. Какой длины должны быть последовательности, чтобы можно было передать как минимум 10^9 различных последовательностей именно этой длины?

Пример: если передаются 0 и 1 блоками по две цифры, где каждый блок имеет сумму 1, то последовательностей длины 4 будет 4 (10 10, 10 01, 01 10, 01 01).

Задание 3. Два игрока играют в следующую игру. На доске написано одно или несколько натуральных чисел. В свой ход игрок может стереть одно число на доске и написать вместо него два натуральных числа, которые в сумме дают стёртое. Например, можно стереть 5 и написать 4 и 1, или 3 и 2. 1 стереть уже не получится. Также запрещено стирать число 20, если оно появится на доске. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Какой игрок, первый или второй, победит при правильной игре и какая у него должна быть стратегия в трёх следующих случаях: когда на доске изначально написано число 17, когда на доске написано число 43, когда на доске написано в самом начале два числа, 34 и 47.

Задание 4. В текстовом файле записана последовательность, состоящая из n натуральных чисел. Вася собирает самую большую подпоследовательность чисел из последовательности натуральных чисел. При этом ему нужно, чтобы все числа в этой подпоследовательности были одной чётности и при этом шли по убыванию в изначальной последовательности. Например, в последовательности 10 19 22 12 6 3 1 он может выбрать 22 12 6 или 19 3 1, обе подпоследовательности максимально возможной длины 3. Напишите программу, которая находит эту максимальную длину. На вход программе подаётся в первой строке число n , затем во второй строке n чисел через пробел. В ответ выведите длину самой большой такой подпоследовательности.

Входные данные: подается число n от 1 до 20000, затем n чисел.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
7 10 19 22 12 6 3 1	3
8 1 2 3 4 5 6 7 8	1

Задание 5. Игорь хочет купить одноэтажный дом на одной приглянувшейся ему улице. Эта улица имеет длину n , то есть состоит из n одинаковых идущих подряд участков. Игорь не только не любит жить в многоэтажных домах, он даже не любит жить рядом с ними, так как, по его мнению, они загораживают ему свет. Для Игоря многоэтажным домом считается любой дом, где 5 этажей или больше. Необходимо найти ему такой одноэтажный дом, у которого расстояние до ближайшего многоэтажного дома максимально. Для этого необходимо написать программу. Программа должна выдавать номер места, на котором стоит дом и расстояние до ближайшей многоэтажки. Например, если этажи у домов будут 2 1 1 1 3 8 1, то самый подходящий будет второй дом, его расстояние до ближайшей многоэтажки с 8 этажами будет 4. Если таких домов несколько, то надо выбирать дом с наименьшим номером. Гарантируется, что есть хотя бы один дом с 5 этажами или выше.

Учтите, что программа должна выдавать ответы на все тесты за время, не превышающее время олимпиады. Решения за $O(n^2)$ будут оцениваться неполным количеством баллов.

Входные данные: подается натуральное число n от 1 до 6000000, затем n чисел во второй строке, каждое от 1 до 9.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
7 2 1 1 1 3 8 1	2 4
10 1 9 1 1 2 1 1 9 2 1	4 2

Информатика. 10 класс

Вариант 2

Задание 1. Натуральные числа x и y удовлетворяют двум следующим уравнениям

$$x \wedge y = 2049$$

$$x \text{ xor } y = 5928$$

Здесь $\wedge$ поразрядная конъюнкция, xor поразрядное исключающее или (например, для чисел $12 \wedge 5 = 1100_2 \wedge 0101_2 = 0100_2 = 4$, $12 \text{ xor } 5 = 1100_2 \text{ xor } 0101_2 = 1001_2 = 9$). Ответы на вопросы должны быть аналитически обоснованы, однако все вычисления и переводы в другие системы счисления можно выполнять программой, не упоминая это в решении.

А) Разрешено узнать за один запрос, какая цифра стоит в двоичной записи на конкретном месте в числе x или y . Какое минимальное количество таких запросов нужно, чтобы однозначно узнать числа x и y ?

Б) Стало известно, что $x - y = 3816$. Чему равны x и y в таком случае?

Задание 2. Для передачи сообщений по каналу связи используются последовательности из 0, 1, 2 и 3. Так как при передаче сообщений по этому каналу связи возможны помехи, было решено отправлять последовательности длиной, кратной 4, где цифры объединены в блоки по 4 цифры, где в каждом блоке сумма цифр равна 10 (тогда, если сумма цифр не равна 10, значит, в блоке были помехи и его надо переслать). Пример такой последовательности 3232 3133. Какой длины должны быть последовательности, чтобы можно было передать как минимум 10^{10} различных последовательностей именно этой длины?

Пример: если передаются 0 и 1 блоками по две цифры, где каждый блок имеет сумму 1, то последовательностей длины 4 будет 4 (10 10, 10 01, 01 10, 01 01).

Задание 3. Два игрока играют в следующую игру. На доске написано одно или несколько натуральных чисел. В свой ход игрок может стереть одно число на доске и написать вместо него два натуральных числа, которые в сумме дают стёртое. Например, можно стереть 5 и написать 4 и 1, или 3 и 2. 1 стереть уже не получится. Также запрещено стирать число 30, если оно появится на доске. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Какой игрок, первый или второй, победит при правильной игре и какая у него должна быть стратегия в трёх следующих случаях: когда на доске изначально написано число 21, когда на доске написано число 61, когда на доске написано в самом начале два числа, 42 и 47.

Задание 4. В текстовом файле записана последовательность, состоящая из n натуральных чисел. Вася собирает самую большую подпоследовательность чисел из последовательности натуральных чисел. При этом ему нужно, чтобы все числа в этой подпоследовательности имели одинаковый остаток при делении на 3 и при этом шли по убыванию в исходной последовательности. Например, в последовательности 10 19 21 13 6 3 1 он может выбрать 21 6 3 или 19 13 1, обе подпоследовательности максимально возможной длины 3. Напишите программу, которая находит эту максимальную длину. На вход программе подаётся в первой строке число n , затем во второй строке n чисел через пробел. В ответ выведите длину самой большой такой подпоследовательности.

Входные данные: подается число n от 1 до 20000, затем n чисел.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
7 10 19 21 13 6 3 1	3
8 1 2 3 4 5 6 7 8	1

Задание 5. Игорь хочет купить одноэтажный дом на одной приглянувшейся ему улице. Эта улица имеет длину n , то есть состоит из n одинаковых идущих подряд участков. Игорь не только не любит жить в многоэтажных домах, он даже не любит жить рядом с ними, так как, по его мнению, они загораживают ему свет. Для Игоря многоэтажным домом считается любой дом, где 6 этажей или больше. Необходимо найти ему такой одноэтажный дом, у которого расстояние до ближайшего многоэтажного дома максимально. Для этого необходимо написать программу. Программа должна выдавать номер места, на котором стоит дом и расстояние до ближайшей многоэтажки. Например, если этажи у домов будут 2 1 1 1 3 8 1, то самый подходящий будет второй дом, его расстояние до ближайшей многоэтажки с 8 этажами будет 4. Если таких домов несколько, то надо выбирать дом с наименьшим номером. Гарантируется, что есть хотя бы один дом с 6 этажами или выше.

Учтите, что программа должна выдавать ответы на все тесты за время, не превышающее время олимпиады. Решения за $O(n^2)$ будут оцениваться неполным количеством баллов.

Входные данные: подается натуральное число n от 1 до 6000000, затем n чисел во второй строке, каждое от 1 до 9.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
7 2 1 1 1 3 8 1	2 4
10 1 9 1 1 2 1 1 9 2 1	4 2

Информатика. 10 класс

Вариант 3

Задание 1. Натуральные числа x и y , такие, что $x > y$, удовлетворяют двум следующим уравнениям

$$x \wedge y = 2594$$

$$x \text{ xor } y = 1420$$

Здесь $\wedge$ поразрядная конъюнкция, xor поразрядное исключающее или (например, для чисел $12 \wedge 5 = 1100_2 \wedge 0101_2 = 0100_2 = 4$, $12 \text{ xor } 5 = 1100_2 \text{ xor } 0101_2 = 1001_2 = 9$). Ответы на вопросы должны быть аналитически обоснованы, однако все вычисления и переводы в другие системы счисления можно выполнять программой, не упоминая это в решении.

А) Разрешено узнать за один запрос, какая цифра стоит в двоичной записи на конкретном месте в числе x или y . Какое минимальное количество таких запросов нужно, чтобы однозначно узнать числа x и y ?

Б) Стало известно, что $x - y = 908$. Чему равны x и y в таком случае?

Задание 2. Для передачи сообщений по каналу связи используются последовательности из 0, 1, 2 и 3. Так как при передаче сообщений по этому каналу связи возможны помехи, было решено отправлять последовательности длиной, кратной 4, где цифры объединены в блоки по 4 цифры, где в каждом блоке сумма цифр равна 3 (тогда, если сумма цифр не равна 3, значит, в блоке были помехи и его надо переслать). Пример такой последовательности 1011 1020 3000. Какой длины должны быть последовательности, чтобы можно было передать как минимум 10^{14} различных последовательностей именно этой длины?

Пример: если передаются 0 и 1 блоками по две цифры, где каждый блок имеет сумму 1, то последовательностей длины 4 будет 4 (10 10, 10 01, 01 10, 01 01).

Задание 3. Два игрока играют в следующую игру. На доске написано одно или несколько натуральных чисел. В свой ход игрок может стереть одно число на доске и написать вместо него два натуральных числа, которые в сумме дают стёртое. Например, можно стереть 5 и написать 4 и 1, или 3 и 2. 1 стереть уже не получится. Также запрещено стирать число 40, если оно появится на доске. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Какой игрок, первый или второй, победит при правильной игре и какая у него должна быть стратегия в трёх следующих случаях: когда на доске изначально написано число 27, когда на доске написано число 81, когда на доске написано в самом начале два числа, 55 и 68.

Задание 4. В текстовом файле записана последовательность, состоящая из n натуральных чисел. Вася собирает самую большую подпоследовательность чисел из последовательности натуральных чисел. При этом ему нужно, чтобы все числа в этой подпоследовательности были одной чётности и при этом шли по убыванию в исходной последовательности. Например, в последовательности 10 19 22 12 6 3 1 он может выбрать 22 12 6 или 19 3 1, обе подпоследовательности максимально возможной длины 3. Напишите программу, которая находит эту максимальную длину. На вход программе подаётся в первой строке число n , затем во второй строке n чисел через пробел. В ответ выведите длину самой большой такой подпоследовательности.

Входные данные: подается число n от 1 до 20000, затем n чисел.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
7 10 19 22 12 6 3 1	3
8 1 2 3 4 5 6 7 8	1

Задание 5. Игорь хочет купить одноэтажный дом на одной приглянувшейся ему улице. Эта улица имеет длину n , то есть состоит из n одинаковых идущих подряд участков. Игорь не только не любит жить в многоэтажных домах, он даже не любит жить рядом с ними, так как, по его мнению, они загораживают ему свет. Для Игоря многоэтажным домом считается любой дом, где 4 этажа или больше. Необходимо найти ему такой одноэтажный дом, у которого расстояние до ближайшего многоэтажного дома максимально. Для этого необходимо написать программу. Программа должна выдавать номер места, на котором стоит дом и расстояние до ближайшей многоэтажки. Например, если этажи у домов будут 2 1 1 1 3 8 1, то самый подходящий будет второй дом, его расстояние до ближайшей многоэтажки с 8 этажами будет 4. Если таких домов несколько, то надо выбирать дом с наименьшим номером. Гарантируется, что есть хотя бы один дом с 4 этажами или выше.

Учтите, что программа должна выдавать ответы на все тесты за время, не превышающее время олимпиады. Решения за $O(n^2)$ будут оцениваться неполным количеством баллов.

Входные данные: подается натуральное число n от 1 до 6000000, затем n чисел во второй строке, каждое от 1 до 9.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
7 2 1 1 1 3 8 1	2 4
10 1 9 1 1 2 1 1 9 2 1	4 2

Информатика. 10 класс

Вариант 4

Задание 1. Натуральные числа x и y , такие что $x > y$, удовлетворяют двум следующим уравнениям

$$x \wedge y = 327$$

$$x \text{ xor } y = 3720$$

Здесь $\wedge$ поразрядная конъюнкция, xor поразрядное исключающее или (например, для чисел $12 \wedge 5 = 1100_2 \wedge 0101_2 = 0100_2 = 4$, $12 \text{ xor } 5 = 1100_2 \text{ xor } 0101_2 = 1001_2 = 9$). Ответы на вопросы должны быть аналитически обоснованы, однако все вычисления и переводы в другие системы счисления можно выполнять программой, не упоминая это в решении.

А) Разрешено узнать за один запрос, какая цифра стоит в двоичной записи на конкретном месте в числе x или y . Какое минимальное количество таких запросов нужно, чтобы однозначно узнать числа x и y ?

Б) Стало известно, что $x - y = 1400$. Чему равны x и y в таком случае?

Задание 2. Для передачи сообщений по каналу связи используются последовательности из 0, 2 и 3 (без единицы). Так как при передаче сообщений по этому каналу связи возможны помехи, было решено отправлять последовательности длиной, кратной 5, где цифры объединены в блоки по 5 цифр, где в каждом блоке сумма цифр равна 9 (тогда, если сумма цифр не равна 9, значит, в блоке были помехи и его надо переслать). Пример такой последовательности 33003 23022. Какой длины должны быть последовательности, чтобы можно было передать как минимум 10^8 различных последовательностей именно этой длины?

Пример: если передаются 0 и 1 блоками по две цифры, где каждый блок имеет сумму 1, то последовательностей длины 4 будет 4 (10 10, 10 01, 01 10, 01 01).

Задание 3. Два игрока играют в следующую игру. На доске написано одно или несколько натуральных чисел. В свой ход игрок может стереть одно число на доске и написать вместо него два натуральных числа, которые в сумме дают стёртое. Например, можно стереть 5 и написать 4 и 1, или 3 и 2. 1 стереть уже не получится. Также запрещено стирать число и писать вместо него два одинаковых числа, например вместо 6 нельзя писать 3 и 3. Так как 2 можно представить только как 1 и 1, её стирать тоже нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Какой игрок, первый или второй, победит при правильной игре и какая у него должна быть стратегия в трёх следующих случаях: когда на доске изначально написано число 10, когда на доске изначально написаны числа 30 и 34, когда на доске написано в самом начале два числа, 17 и 7.

Задание 4. В текстовом файле записана последовательность, состоящая из n натуральных чисел. Вася собирает самую большую быстро падающую подпоследовательность чисел из последовательности натуральных чисел. Быстро падающей последовательностью Вася считает, в которой каждый следующий член меньше предыдущего хотя бы на 3 (то есть для любого $i > 1$, $a_i + 2 < a_{i-1}$). Например, в последовательности 18 19 16 5 14 10 он может выбрать 18 14 10 или 19 16 5, обе подпоследовательности максимально возможной длины 3. Напишите программу, которая находит эту максимальную длину. На вход программе подаётся в первой строке число n , затем во второй строке n чисел через пробел. В ответ выведите длину самой большой такой подпоследовательности.

Входные данные: подается число n от 1 до 20000, затем n чисел.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
6 18 19 16 5 14 10	3
8 1 2 3 4 5 6 7 8	1

Задание 5. Игорь хочет купить одноэтажный дом на одной приглянувшейся ему улице. Эта улица имеет длину n , то есть состоит из n одинаковых идущих подряд участков. Игорь не только не любит жить в многоэтажных домах, он даже не любит жить рядом с ними, так как, по его мнению, они загораживают ему свет. Для Игоря многоэтажным домом считается любой дом, где 5 этажей или больше. Необходимо найти ему такой одноэтажный дом, у которого расстояние до ближайшего многоэтажного дома максимально. Кроме того, его ближайшие соседи (левый и правый дом, если они есть), должны быть не более 2 этажей в высоту. Гарантируется, что хотя бы один такой дом, подходящий под условия Игоря, есть. Для решения необходимо написать программу. Программа должна выдавать номер места, на котором стоит дом и расстояние до ближайшей многоэтажки. Например, если этажи у домов будут 2 1 1 1 3 8 1, то самый подходящий будет второй

дом, его расстояние до ближайшей многоэтажки с 8 этажами будет 4. Если таких домов несколько, то надо выбирать дом с наименьшим номером.

Учтите, что программа должна выдавать ответы на все тесты за время, не превышающее время олимпиады. Решения за $O(n^2)$ будут оцениваться неполным количеством баллов.

Входные данные: подается число n от 1 до 6000000, затем n чисел от 1 до 9 во второй строке.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
7 2 1 1 1 3 8 1	2 4
10 1 9 1 1 2 1 1 9 2 1	4 2