

Информатика. 11 класс

Вариант 1

Задание 1. Натуральные числа x , y , z и w удовлетворяют четырём следующим уравнениям

$$x \wedge y = 1057$$

$$x \text{ xor } y = 2566$$

$$(x + y) \text{ xor } z = 716$$

$$z \vee w = 4239$$

Здесь $\wedge$ поразрядная конъюнкция, xor поразрядное исключающее или, $\vee$ поразрядная дизъюнкция (например, для чисел $12 \wedge 5 = 1100_2 \wedge 0101_2 = 0100_2 = 4$, $12 \text{ xor } 5 = 1100_2 \text{ xor } 0101_2 = 1001_2 = 9$).). Ответы на вопросы должны быть аналитически обоснованы, однако все вычисления и переводы в другие системы счисления можно выполнять программой, не упоминая это в решении. Сколько различных четвёрок чисел будут являться решениями этой системы уравнений?

Задание 2. Для передачи сообщений по каналу связи используются последовательности из цифр от 0 до 9. Так как при передаче сообщений по этому каналу связи возможны помехи, было решено отправлять последовательности длиной, кратной 3, где цифры объединены в блоки по 3 цифры, где в каждом блоке сумма цифр чётная (тогда, если сумма цифр нечётная, значит, в блоке были помехи и его надо переслать). Пример такой последовательности 947 037 282. Какой длины должны быть последовательности, чтобы можно было передать как минимум 10^{15} различных последовательностей именно этой длины?

Пример: если передаются 0 и 1 блоками по две цифры, где каждый блок имеет сумму 1, то последовательностей длины 4 будет 4 (10 10, 10 01, 01 10, 01 01).

Задание 3. Два игрока играют в следующую игру. На доске написано одно или несколько натуральных чисел. В свой ход игрок может стереть одно число на доске и написать вместо него три различных натуральных числа, которые в сумме дают стёртое. Например, можно стереть 8 и написать 4 3 1, или 5 2 1. Если число не представляется в виде суммы трёх различных натуральных чисел, то с ним никакой ход сделать нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Какой игрок, первый или второй, победит при правильной игре и какая у него должна быть стратегия в трёх следующих случаях: когда на доске изначально написано число 13, когда на доске написаны числа 30 и 39, когда на доске написано в самом начале два числа, 9 и 24.

Задание 4. В текстовом файле записана последовательность, состоящая из n натуральных чисел. Вася собирает самую большую подпоследовательность чисел из последовательности натуральных чисел. При этом ему нужно, чтобы каждое следующее число в этой подпоследовательности либо делило предыдущее нацело, либо делилось на предыдущее нацело. Например, в последовательности 10 3 5 17 24 8 25 он может выбрать 10 5 25 или 3 24 8, обе подпоследовательности максимально возможной длины 3. Напишите программу, которая находит эту максимальную длину. На вход программе подаётся в первой строке число n , затем во второй строке n чисел через пробел. В ответ выведите длину самой большой такой подпоследовательности.

Входные данные: подается число n от 1 до 20000, затем n чисел.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
7 10 3 5 17 24 8 25	3
8 2 3 5 7 11 13 17 19	1

Задание 5. Бельчонок хочет взобраться на дерево, высотой от 2 до 5 метров включительно, на одной приглянувшейся ему аллее. Эта аллея имеет длину n , то есть состоит из n идущих на одинаковом друг от друга

расстоянии деревьев. При этом Бельчонок хочет, чтобы его дерево было строго выше левого и правого дерева, если они есть. К тому же, чтобы не загромождать ему вид, расстояние до ближайшего дерева с строго большей высотой должно быть максимально. В ответ надо записать номер места, на котором стоит дерево и расстояние до ближайшего большего дерева. Например, если высоты у деревьев будут 1 3 3 4 2 2 5 3 6 6, то самым подходящим будет четвёртое дерево, его расстояние до ближайшего дерева с высотой 5 будет 3. Если таких деревьев несколько, то надо выбирать дерево с наименьшей высотой, затем с наименьшим номером. Напишите программу, находящую этот ответ. Гарантируется, что в файле есть как минимум одно дерево ниже 5 и как минимум одно дерево выше 5. Учтите, что программа должна выдавать ответы на все тесты за время, не превышающее время олимпиады. Решения за $O(n^2)$ будут оцениваться неполным количеством баллов.

Входные данные: подается число n от 1 до 6000000, затем n чисел во второй строке, числа натуральные от 1 до 10.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
10 1 3 3 4 2 2 5 3 6 6	4 3
10 1 5 1 1 2 10 1 10 2 1	2 4

Информатика. 11 класс

Вариант 2

Задание 1. Натуральные числа x , y , z и w удовлетворяют четырём следующим уравнениям

$$x \wedge y = 1057$$

$$x \text{ xor } y = 2566$$

$$(x + y) \text{ xor } z = 2635$$

$$z \vee w = 6159$$

Здесь $\wedge$ поразрядная конъюнкция, xor поразрядное исключающее или, $\vee$ поразрядная дизъюнкция (например, для чисел $12 \wedge 5 = 1100_2 \wedge 0101_2 = 0100_2 = 4$, $12 \text{ xor } 5 = 1100_2 \text{ xor } 0101_2 = 1001_2 = 9$). Ответы на вопросы должны быть аналитически обоснованы, однако все вычисления и переводы в другие системы счисления можно выполнять программой, не упоминая это в решении. Сколько различных четвёрок чисел будут являться решениями этой системы уравнений?

Задание 2. Для передачи сообщений по каналу связи используются последовательности из цифр от 0 до 9. Так как при передаче сообщений по этому каналу связи возможны помехи, было решено отправлять последовательности длиной, кратной 4, где цифры объединены в блоки по 4 цифры, где в каждом блоке сумма цифр чётная (тогда, если сумма цифр нечётная, значит, в блоке были помехи и его надо переслать). Пример такой последовательности 9472 1371 1281. Какой длины должны быть последовательности, чтобы можно было передать как минимум 10^{20} различных последовательностей?

Пример: если передаются 0 и 1 блоками по две цифры, где каждый блок имеет сумму 1, то последовательностей длины 4 будет 4 (10 10, 10 01, 01 10, 01 01).

Задание 3. Два игрока играют в следующую игру. На доске написано одно или несколько натуральных чисел. В свой ход игрок может стереть одно число на доске и написать вместо него три различных натуральных числа, которые в сумме дают стёртое. Например, можно стереть 8 и написать 4 3 1,

или 5 2 1. Если число не представляется в виде суммы трёх различных натуральных чисел, то с ним никакой ход сделать нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Какой игрок, первый или второй, победит при правильной игре и какая у него должна быть стратегия в трёх следующих случаях: когда на доске изначально написано число 13, когда на доске написаны числа 40 и 49, когда на доске написано в самом начале два числа, 10 и 23.

Задание 4. В текстовом файле записана последовательность, состоящая из n натуральных чисел. Вася собирает самую большую подпоследовательность чисел из последовательности натуральных чисел. При этом ему нужно, чтобы каждое следующее число в этой подпоследовательности либо делило предыдущее, либо делилось на предыдущее. Например, в последовательности 10 3 5 17 24 8 25 он может выбрать 10 5 25 или 3 24 8, обе подпоследовательности максимально возможной длины 3. Напишите программу, которая находит эту максимальную длину. На вход программе подаётся в первой строке число n , затем во второй строке n чисел через пробел. В ответ выведите длину самой большой такой подпоследовательности.

Входные данные: подается число n от 1 до 20000, затем n чисел.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
7 10 3 5 17 24 8 25	3
8 2 3 5 7 11 13 17 19	1

Задание 5. Бельчонок хочет взобраться на дерево, высотой от 2 до 5 метров включительно, на одной приглянувшейся ему аллее. Эта аллея имеет длину n , то есть состоит из n идущих на одинаковом друг от друга расстоянии деревьев. При этом Бельчонок хочет, чтобы его дерево было строго выше левого и правого дерева, если они есть. К тому же, чтобы не

загораживать ему вид, расстояние до ближайшего дерева с строго большей высотой должно быть максимально. В ответ надо записать номер места, на котором стоит дерево и расстояние до ближайшего большего дерева. Например, если высоты у деревьев будут 1 3 3 4 2 2 5 3 6 6, то самым подходящим будет четвёртое дерево, его расстояние до ближайшего дерева с высотой 5 будет 3. Если таких деревьев несколько, то надо выбирать дерево с наименьшей высотой, затем с наименьшим номером. Напишите программу, находящую этот ответ. Гарантируется, что в файле есть как минимум одно дерево ниже 5 и как минимум одно дерево выше 5. Учтите, что программа должна выдавать ответы на все тесты за время, не превышающее время олимпиады. Решения за $O(n^2)$ будут оцениваться неполным количеством баллов.

Входные данные: подается число n от 1 до 6000000, затем n чисел во второй строке, числа могут быть от 1 до 10.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
10 1 3 3 4 2 2 5 3 6 6	4 3
10 1 5 1 1 2 10 1 10 2 1	2 4

Информатика. 11 класс

Вариант 3

Задание 1. Числа x , y , z и w удовлетворяют четырем следующим уравнениям:

$$x \wedge y = 1057$$

$$x \text{ xor } y = 2566$$

$$(x + y) \text{ xor } z = 3659$$

$$z \vee w = 7183$$

Здесь $\wedge$ поразрядная конъюнкция, xor поразрядное исключающее или, $\vee$ поразрядная дизъюнкция (например, для чисел $12 \wedge 5 = 1100_2 \wedge 0101_2 = 0100_2 = 4$, $12 \text{ xor } 5 = 1100_2 \text{ xor } 0101_2 = 1001_2 = 9$). Ответы на вопросы должны быть аналитически обоснованы, однако все вычисления и переводы в другие системы счисления можно выполнять программой, не упоминая это в решении. Сколько различных четвёрок чисел будут являться решениями этой системы уравнений?

Задание 2. Для передачи сообщений по каналу связи используются последовательности из цифр от 0 до 9. Так как при передаче сообщений по этому каналу связи возможны помехи, было решено отправлять последовательности длиной, кратной 3, где цифры объединены в блоки по 3 цифры, где в каждом блоке сумма цифр делится на 5 (тогда, если сумма цифр не делится на 5, значит, в блоке были помехи и его надо переслать). Пример такой последовательности 947 037 285. Какой длины должны быть последовательности, чтобы можно было передать как минимум 10^{15} различных последовательностей?

Пример: если передаются 0 и 1 блоками по две цифры, где каждый блок имеет сумму 1, то последовательностей длины 4 будет 4 (10 10, 10 01, 01 10, 01 01).

Задание 3. Два игрока играют в следующую игру. На доске написано одно или несколько натуральных чисел. В свой ход игрок может стереть одно число на доске и написать вместо него три различных натуральных числа, которые в сумме дают стёртое. Например, можно стереть 8 и написать 4 3 1,

или 5 2 1. Если число не представляется в виде суммы трёх различных натуральных чисел, то с ним никакой ход сделать нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Какой игрок, первый или второй, победит при правильной игре и какая у него должна быть стратегия в трёх следующих случаях: когда на доске изначально написано число 13, когда на доске написаны числа 38 и 47, когда на доске написано в самом начале два числа, 10 и 25.

Задание 4. В текстовом файле записана последовательность, состоящая из n натуральных чисел. Вася собирает самую большую подпоследовательность чисел из последовательности натуральных чисел. При этом ему нужно, чтобы каждое следующее число в этой подпоследовательности либо делило предыдущее, либо делилось на предыдущее. Например, в последовательности 10 3 5 17 24 8 25 он может выбрать 10 5 25 или 3 24 8, обе подпоследовательности максимально возможной длины 3. Напишите программу, которая находит эту максимальную длину. На вход программе подаётся в первой строке число n , затем во второй строке n чисел через пробел. В ответ выведите длину самой большой такой подпоследовательности.

Входные данные: подается число n от 1 до 20000, затем n чисел.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
7 10 3 5 17 24 8 25	3
8 2 3 5 7 11 13 17 19	1

Задание 5. Бельчонок хочет взобраться на дерево, высотой от 2 до 5 метров включительно, на одной приглянувшейся ему аллее. Эта аллея имеет

длину n , то есть состоит из n идущих на одинаковом друг от друга расстоянии деревьев. При этом Бельчонок хочет, чтобы его дерево было строго выше левого и правого дерева, если они есть. К тому же, чтобы не загромождать ему вид, расстояние до ближайшего дерева с строго большей высотой должно быть максимально. В ответ надо записать номер места, на котором стоит дерево и расстояние до ближайшего большего дерева. Например, если высоты у деревьев будут 1 3 3 4 2 2 5 3 6 6, то самым подходящим будет четвёртое дерево, его расстояние до ближайшего дерева с высотой 5 будет 3. Если таких деревьев несколько, то надо выбирать дерево с наименьшей высотой, затем с наименьшим номером. Напишите программу, находящую этот ответ. Гарантируется, что в файле есть как минимум одно дерево ниже 5 и как минимум одно дерево выше 5. Учтите, что программа должна выдавать ответы на все тесты за время, не превышающее время олимпиады. Решения за $O(n^2)$ будут оцениваться неполным количеством баллов.

Входные данные: подается число n от 1 до 6000000, затем n чисел во второй строке, числа могут быть от 1 до 10.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
10 1 3 3 4 2 2 5 3 6 6	4 3
10 1 5 1 1 2 10 1 10 2 1	2 4

Информатика. 11 класс

Вариант 4

Задание 1. Числа x , y , z и w удовлетворяют четырём следующим уравнениям:

$$x \vee y = 3623$$

$$x \text{ xor } y = 2566$$

$$(x + y) \text{ xor } z = 716$$

$$z \vee w = 4239$$

Здесь xor поразрядное исключающее или, $\vee$ поразрядная дизъюнкция (например, для чисел $12 \vee 5 = 1100_2 \vee 0101_2 = 1101_2 = 13$, $12 \text{ xor } 5 = 1100_2 \text{ xor } 0101_2 = 1001_2 = 9$). Ответы на вопросы должны быть аналитически обоснованы, однако все вычисления и переводы в другие системы счисления можно выполнять программой, не упоминая это в решении. Сколько различных четвёрок чисел будут являться решениями этой системы уравнений?

Задание 2. Для передачи сообщений по каналу связи используются последовательности из цифр от 0 до 5. Так как при передаче сообщений по этому каналу связи возможны помехи, было решено отправлять последовательности длиной, кратной 3, где цифры объединены в блоки по 3 цифры, где в каждом блоке сумма цифр чётная и строго больше 2 (тогда, если сумма цифр нечётная, значит, в блоке были помехи и его надо переслать). Пример такой последовательности 213 040 523. Какой длины должны быть последовательности, чтобы можно было передать как минимум 10^{12} различных последовательностей?

Пример: если передаются 0 и 1 блоками по две цифры, где каждый блок имеет сумму 1, то последовательностей длины 4 будет 4 (10 10, 10 01, 01 10, 01 01).

Задание 3. Два игрока играют в следующую игру. На доске написано одно или несколько натуральных чисел. В свой ход игрок может стереть одно число на доске и написать вместо него три различных натуральных числа, которые в сумме дают стёртое. Например, можно стереть 8 и написать 4 3 1, или 5 2 1. Если число не представляется в виде суммы трёх различных натуральных чисел, то с ним никакой ход сделать нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Какой игрок, первый или второй, победит при правильной игре и какая у него должна быть стратегия в трёх следующих случаях: когда на доске изначально написано число 13, когда на доске написаны числа 50 и 63, когда на доске написано в самом начале два числа, 10 и 22.

Задание 4. В текстовом файле записана последовательность, состоящая из n натуральных чисел. Вася собирает самую большую подпоследовательность чисел из последовательности натуральных чисел. При этом ему нужно, чтобы каждые два соседних числа в этой подпоследовательности давали в сумме квадрат или куб натурального числа. Например, в последовательности 10 3 15 17 6 10 12 он может выбрать 10 15 12 или 3 6 10, обе подпоследовательности максимально возможной длины 3. Напишите программу, которая находит эту максимальную длину. На вход программе подаётся в первой строчке число n , затем во второй строке n чисел через пробел. В ответ выведите длину самой большой такой подпоследовательности.

Входные данные: подается число n от 1 до 20000, затем n чисел.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
7 10 3 15 17 6 10 12	3
8 100 1 2 4 9 1 1 1	1

Задание 5. Бельчонок хочет взобраться на дерево на одной приглянувшейся ему аллее. Эта аллея имеет длину n , то есть состоит из n идущих подряд на одинаковом расстоянии друг от друга деревьев. При этом Бельчонок не хочет, чтобы рядом с его деревом были деревья такие же по высоте или выше, чтобы они не загораживали ему вид. Поэтому он хочет, чтобы расстояние до ближайшего дерева с такой же или большей высотой было максимально. В ответ надо записать номер места, на котором стоит дерево и это расстояние. Например, если высоты у деревьев будут 1 3 3 4 2 2 5 3 6 6, то самым подходящим будет четвертое дерево, его расстояние до ближайшего дерева с высотой 5 будет 3. Если таких деревьев несколько, то надо выбирать дерево с наименьшей высотой, затем с наименьшим номером. Гарантируется, что в файлах есть как минимум два дерева каждой высоты.

Входные данные: подается число n от 1 до 6000000, затем n чисел во второй строке, числа натуральные от 1 до 9.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
10 1 3 3 4 2 2 5 3 6 6	4 3
10 1 7 1 1 2 9 1 9 2 1	2 4